

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIA  
DEPARTAMENTO DE FISICA



**ESTIMACION DE LA TEMPERATURA DE UN DETECTOR DE GERMANIO  
HIPERPURO**

**FRANCISCO JAVIER CABRERA ORELLANA**

**Profesor Guia  
Dr Lipo Birstein**

**Tesis para optar al Título Profesional  
de Ingeniero Físico**

**SANTIAGO DE CHILE  
2014**

# ESTIMACION DE LA TEMPERATURA DE UN DETECTOR DE GERMANIO HIPERPURO

FRANCISCO JAVIER CABRERA ORELLANA

Este trabajo de Graduación fue elaborado bajo la supervisión del profesor patrocinante Álvaro San Martín del Departamento de Física y el guía Lipo Birstein Furer de la Comisión Chilena De Energía Nuclear, y ha sido aprobado por los miembros de la Comisión Calificadora del candidato Roberto Bernal, Carlos Henríquez, Ernesto Gramsch e Ignacio Olivares.

---

Roberto Bernal

---

Ernesto Gramsch

---

Carlos Henríquez

---

Alvaro San Martín

---

Ignacio Olivares

---

Yolanda Vargas  
Directora

# ESTIMACION DE LA TEMPERATURA DE UN DETECTOR DE GERMANIO HIPERPURO

Trabajo de graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requerimientos exigidos para optar al título profesional de Ingeniero Físico.

**SANTIAGO DE CHILE**

**2014**

## **Agradecimientos**

Agradezco a todos quienes han hecho posible la realización de este estudio, en especial a don Lipo Birstein y a Hernán Rodríguez, por su paciencia y dedicación. También agradezco a mi familia, en especial a mi madre, abuelita y hermanas, que gracias a ellas estoy donde estoy.

Finalmente, agradezco a Camila quien me ha sacado de apuros en estos instantes cruciales...te quiero ☺.

## Resumen

El presente trabajo de titulación tuvo como objetivo, determinar la temperatura interna de un detector de germanio hiperpuro, mediante el contraste entre las formas de pulsos obtenidas a la salida del preamplificador del detector y un determinado modelo matemático que simula su comportamiento.

Un detector de germanio hiperpuro (HPGe) es un detector semiconductor de radiación gamma, altamente utilizado debido a la mayor resolución que ofrece en comparación con otros detectores como los de NaI(Tl). Ya que la temperatura de operación de los detectores HPGe es muy baja, el cristal de germanio que se encuentra sellado en una cámara de vacío al interior, debe ponerse en contacto térmico con nitrógeno líquido para asegurar un correcto funcionamiento.

La ventaja principal del método propuesto en esta tesis es la posibilidad de estimar el rango de temperatura en que está operando el detector sin tener la necesidad de intervenirlo, siendo un método no invasivo que no arriesga los componentes, la pureza del cristal de germanio o la electrónica al interior del detector.

Para obtener el rango en que opera el detector HPGe utilizado, se ocupó americio-241 y cesio-137 para contrastar las formas de pulsos con el modelo matemático y se verificó la existencia de una anisotropía al momento de variar el ángulo de incidencia del fotón gamma con el detector.

Conocer la temperatura de funcionamiento del detector cobra importancia cuando ocurre algún desperfecto cuyas causas son desconocidas, por lo cual el método aquí presentado permitirá a los usuarios que utilizan este tipo de detectores, poder conocer el rango de temperatura en que funciona su detector sin la necesidad de tener que desarmarlos ni generar un riesgo potencial a la estructura.

## Tabla de contenido

Resumen.....	5
1 Introducción.....	8
2 Descripción del detector de germanio.....	10
2.1 Configuración del detector de germanio hiperpuro HPGe.....	10
2.2 Semiconductores tipo p.....	12
2.3 Migración de los portadores de carga en el detector HPGe.....	13
3 Interacción de la radiación con el detector.....	16
3.1 Efecto Fotoeléctrico.....	17
3.2 Efecto Compton.....	18
3.3 Características operacionales del detector de germanio.....	21
4 Modelamiento del detector.....	23
4.1 Consideraciones generales del modelo matemático.....	23
4.2 Modelo matemático del detector HPGe.....	24
4.2.1 Detector coaxial.....	24
4.2.2 Método Montecarlo para distancias radiales aleatorias.....	26
4.2.3 Movilidad térmica de electrones y agujeros en el detector.....	27
4.2.4 Densidad de cargas fijas del detector HPGe.....	28
4.2.5 Campo eléctrico en el detector.....	28
4.2.6 Velocidad de deriva para electrones y huecos correspondiente a campo eléctrico medio y alto en un detector HPGe.....	30
4.2.7 Promedio de la velocidad de deriva.....	33
4.2.8 Portadores de carga.....	37
4.2.9 Añadiendo el pre amplificador.....	39
4.2.10 Modelando el resultado final:.....	41
5 Método Experimental:.....	44
5.1 Mantenimiento y encendido del detector:.....	44
5.2 Primera actividad.....	45
5.3 Segunda actividad.....	46
5.4 Espectro correspondiente a Am-241 y a Cs-137.....	46

5.5 Determinación de la señal:.....	48
6 Resultados .....	50
6.1 Conformación del conglomerado de Cs-137.....	50
6.2 Conformación del conglomerado de Am-137.....	54
6.3 Resultados de la actividad 2.....	58
7 Conclusión .....	62
Referencias.....	65
Apéndice .....	66
Integración de la función de carga en el detector HPGe.....	66

## **1 Introducción**

Este trabajo es una propuesta que relaciona el comportamiento de las señales que entrega un detector de germanio hiperpuro (HPGe) a través de un modelo matemático, para conocer su temperatura interna cuando está en funcionamiento. Dicha relación cobra interés cuando existe un malfuncionamiento del detector que pudiera significar deterioro en la resolución.

El método utilizado en el presente trabajo no es invasivo y determina la temperatura interna sin que sea necesario intervenir ni poner en riesgo el detector HPGe, ya que este se encuentra sellado en una cápsula de alto vacío donde la temperatura del monocristal de germanio se estima entre los 77 [°K] Y 130 [°K].

Actualmente con el uso de simulaciones computacionales es posible reproducir la forma de los pulsos y los tiempos de migración de electrones y huecos en la zona sensible, estando estos íntimamente ligados a la temperatura interna en el detector. Bajo el supuesto que el modelo matemático propuesto describe correctamente el comportamiento con la temperatura de este tipo de detector, se propone obtener experimentalmente grupos de pulsos mediante el uso de un osciloscopio digital, recuperando los archivos correspondientes a la forma del pulso en función del tiempo.

Dado a la fuerte componente aleatoria en la forma de estos pulsos, se obtendrán varios conglomerados que permitan obtener valores medios y desviaciones de las características temporales medidas que posteriormente se compararán con el modelo matemático en cuestión y finalmente un valor de temperatura interna se podrá entonces asignar a la parte interna del detector.

Además este trabajo se enmarca en un proyecto mayor de la Sección de Desarrollo Innovativo de la Comisión Chilena de Energía Nuclear, cuyo objetivo es montar un detector HPGe dentro de una cámara de vacío bajo condiciones de temperatura y presión

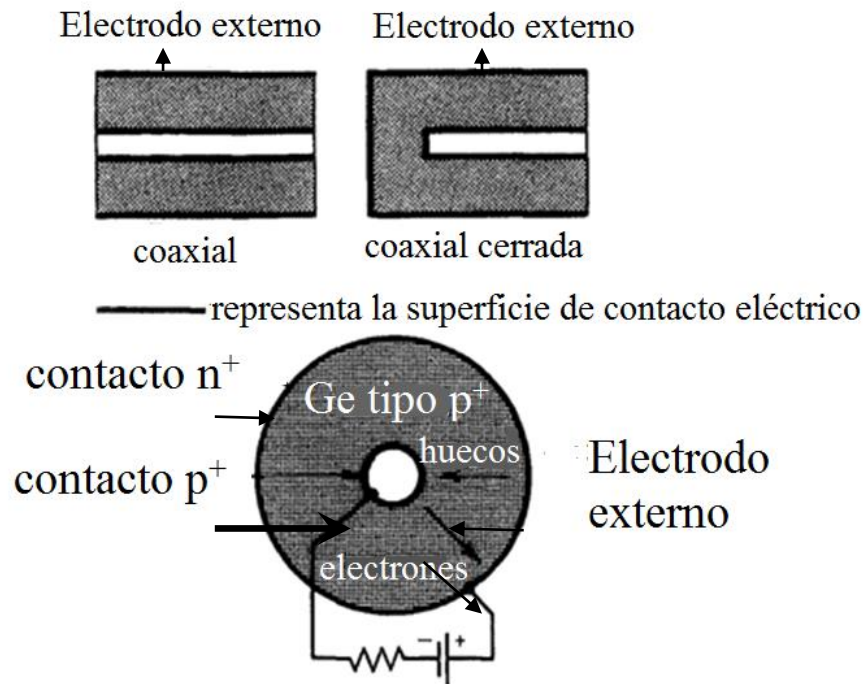


controladas; cuyo modelo matemático contiene la posibilidad de contrastarse con la medición de voltaje versus temperatura, voltaje aplicado versus capacitancia y también corriente inversa en función de voltaje y temperatura.

## 2 Descripción del detector de germanio

### 2.1 Configuración del detector de germanio hiperpuro HPGe.

Los detectores de germanio hiperpuro (HPGe) utilizados en la espectroscopía gamma tienen un gran volumen activo y son construídos con geometría coaxial o coaxial cerrada, como lo muestra la figura 2.1.



**Figura 2.1:** Arriba, configuraciones típicas de los detectores HPGe, cada una representa una sección transversal vista a través de los ejes del cristal cilíndrico. El electrodo externo se extiende sobre toda la superficie frontal. Abajo, una sección perpendicular a los ejes del cristal, donde se aprecia hacia donde se mueven electrones y huecos según los contactos <sup>(1)</sup>.

Cuando el detector posee una geometría cilíndrica-coaxial se fabrica un electrodo en la superficie externa cuyo largo es igual al cristal de germanio, y otro ubicado sobre el interior de la superficie cilíndrica donde es removido el centro del cristal. La ventaja de

esta geometría es que usando un diámetro interno pequeño, pueden construirse detectores con gran volumen.

La configuración coaxial cerrada es aquella donde sólo parte del núcleo central es removido y el electrodo externo se extiende sobre un extremo del cristal cilíndrico tal como muestra figura 2.1. La superficie frontal plana puede servir como una ventana de entrada para la radiación incidente de baja energía en caso de ser fabricado con un delgado contacto eléctrico. En este tipo de configuración las líneas de campo eléctrico no son completamente radiales como en el coaxial completo, y hay una tendencia a producir regiones reducidas en intensidad de campo eléctrico cercano a las esquinas del cristal donde la velocidad de los portadores puede ser menor de lo normal.

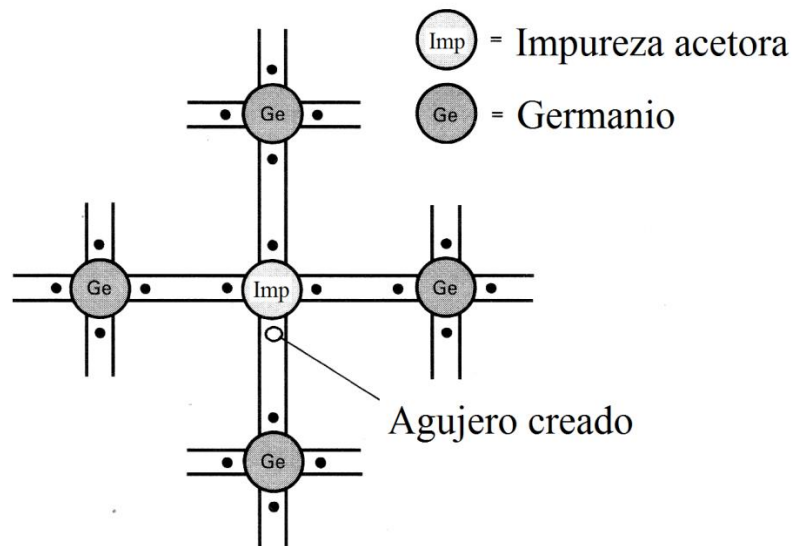
En la geometría coaxial, el contacto rectificador que forma la juntura del semiconductor puede en principio ser situado ya sea en el interior o exterior de la superficie del cristal. Aunque las condiciones del campo eléctrico resultante son un poco diferentes, ya que si el contacto rectificador está en la superficie externa, la capa de depleción crece hacia el interior a medida que el voltaje es elevado hasta llegar al agujero de la superficie interna. Si la superficie interna tiene el contacto rectificador, la región de depleción crece hacia afuera y se necesita un voltaje mucho mayor para lograr una depleción completa en el volumen del detector.

El detector utilizado en esta tesis es un diodo cilíndrico polarizado inversamente, cuya zona de depleción total (o zona libre de cargas) posee una juntura en la superficie externa que avanza hacia el centro del detector al aumentar la polarización. Específicamente, el contacto externo es del tipo  $n^+$ , mientras que la superficie interna tiene un contacto no rectificante. Por lo tanto, la estructura del detector de radiación ionizante corresponde a un dieléctrico limitado por superficies conductoras que generan un campo electrostático. El proceso de detección consiste en coleccionar cargas producidas en la zona depleta. La señal de salida es proporcionada añadiendo un transistor de efecto campo (FET) en el contacto interno, por lo que el voltaje es aplicado en la superficie externa mientras que en la interna es cercano a un potencial tierra.

Para un voltaje aplicado dado, la única forma de aumentar la zona de depleción es disminuyendo la cantidad de impurezas en el cristal. Para ello se utilizan técnicas de refinamiento capaces de reducir la concentración de impurezas a  $10^{10}$  [atom/cm<sup>3</sup>] y los detectores que son producidos con este germanio ultrapuro son llamados usualmente *germanio intrínseco o detectores de germanio de alta pureza (HPGe)*, los cuales pueden alcanzar una depleción de unos cuantos centímetros.

El volumen activo de un detector de germanio que tiene aplicado un voltaje es la región entre los contactos  $n^+$  y  $p^+$ . No obstante, esos contactos tienen un espesor apreciable y pueden representar una capa muerta en la superficie del cristal a través del cual la radiación incidente debe pasar. Aunque para rayos gamma de energía 200 [keV] o superior la atenuación en esta capa es despreciable y la eficiencia en la detección de los rayos gamma no es afectada apreciablemente por la presencia de la capa muerta<sup>(1)</sup>.

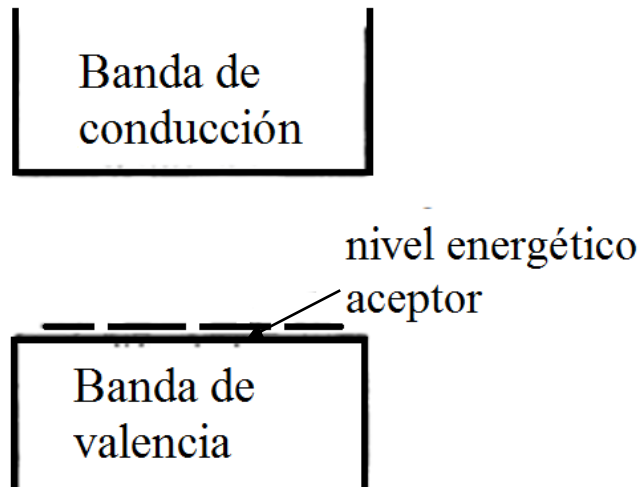
## 2.2 Semiconductores tipo p



**Figura 2.2:** Esquema de un cristal de germanio dopado con una impureza aceptora de sodio.

Las *impurezas aceptoras* en el germanio (como la de la figura 2.2), crean sitios electrónicos en la banda prohibida de energía, donde el nivel energético del aceptor es

levemente superior a la energía de la banda de valencia, y sus propiedades son muy similares a las que tienen los electrones que ocupan los sitios de valencia normales.



**Figura 2.3:** Nivel energético del aceptor comparado con la banda de valencia y de conducción <sup>(1)</sup>.

Debido a la excitación térmica, en el cristal siempre habrá un electrón disponible para llenar una vacancia creada por la impureza aceptora, puesto que la diferencia de energía entre la banda de valencia y la vacancia generada es pequeña.

Suponiendo que un hueco es creado en la banda de valencia por cada impureza aceptora introducida, cuya concentración  $N_A$  es mucho mayor que la concentración de huecos  $p_i$  en el material intrínseco, entonces puede decirse que el número total de huecos es el número de impurezas:

$$p \cong N_A \quad (2.1)$$

### 2.3 Migración de los portadores de carga en el detector HPGe

La teoría de transporte en general modela como se produce la velocidad de deriva de portadores electrones y huecos a distintas temperaturas dentro de una red cristalina que está bajo un campo eléctrico. Los experimentos muestran que los electrones se mueven

preferencialmente en dirección opuesta al vector del campo eléctrico mientras que los huecos lo hacen en el mismo sentido, mostrando un comportamiento de partícula con carga positiva debido a que corresponde a la ausencia de un electrón.

Cuando la intensidad del campo eléctrico es débil puede aproximarse la movilidad  $\mu$  como una función que depende solo de la temperatura; y las velocidades de deriva  $v$  tanto de electrones como huecos que se mueven dentro de la red cristalina quedan definidos de la siguiente forma:

$$v_h = \mu_h(T)\varepsilon(r) \quad (2.2)$$

$$v_e = \mu_e(T)\varepsilon(r) \quad (2.3)$$

Donde  $v_h, \mu_h$  son las variables velocidad de deriva y movilidad para huecos, mientras que  $v_e, \mu_e$  son para electrones.

En el detector la intensidad del campo eléctrico es alta, resulta que la velocidad de deriva tiene que depender de una función campo eléctrico  $f(\varepsilon)$  y no solamente del campo eléctrico para seguir aproximando la movilidad como una función de la temperatura <sup>(2)</sup>:

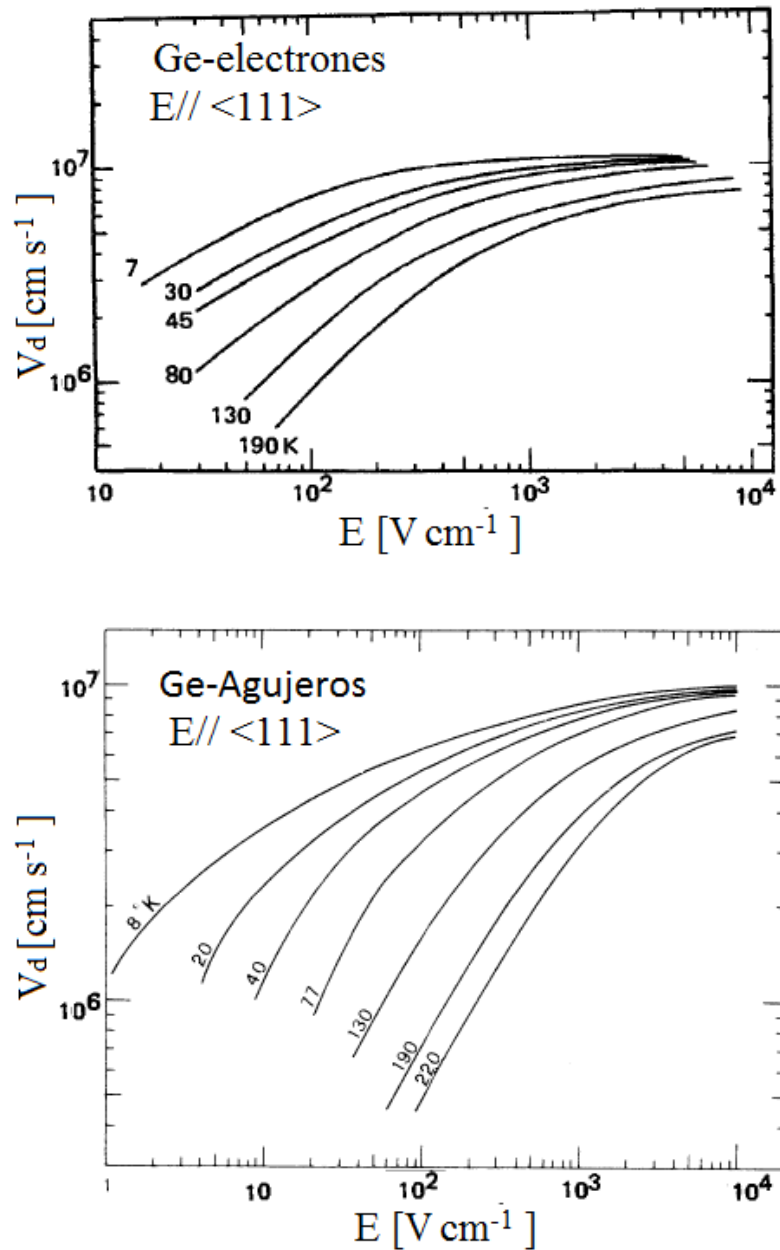
$$v_h = \mu_h(T)f(\varepsilon) \quad (2.4)$$

$$v_e = \mu_e(T)f(\varepsilon) \quad (2.5)$$

En la figura 2.4 se muestra que a temperatura constante, la velocidad de deriva para campos eléctricos del orden que utilizan los detectores de germanio (entre  $10^3$  y  $10^4$  [V/cm]) comienza a saturarse, por lo que es posible aproximarla a constante.

Las movilidades tienen la característica de aumentar fuertemente a medida que la temperatura baja, ya que el tipo de movimiento que tiene un portador dentro de la red cristalina es entre átomos que están vibrando, por lo que el movimiento se debe a una fuerza eléctrica que lo impulsa en una dirección definida por el campo eléctrico y a una componente difusiva aleatoria que tiende a bajar la velocidad final en dirección al campo

eléctrico, por lo que a temperaturas bajas esa componente aleatoria difusiva disminuye produciendo un aumento en la movilidad.



**Figura 2.4:** Arriba: Velocidad de deriva de electrones para un campo eléctrico aplicado paralelo a la dirección cristalográfica  $\langle 111 \rangle$  para diferentes temperaturas. Abajo: Velocidad de deriva de huecos para un campo eléctrico aplicado paralelo a las dirección cristalográfica  $\langle 111 \rangle$ , para diferentes temperaturas<sup>(3)(4)</sup>.

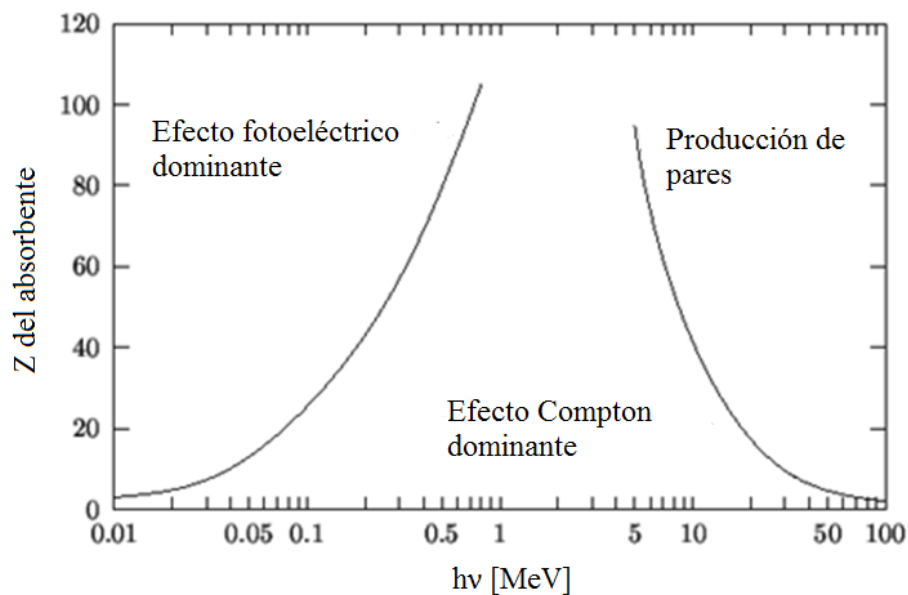
### 3 Interacción de la radiación con el detector

Existen dos tipos de interacción entre los fotones de rayos gamma y el detector HPGe que dado a los valores de energía involucrados deben considerarse en esta tesis:

- Efecto fotoeléctrico
- Efecto Compton

Tanto el efecto fotoeléctrico como el Compton producen transferencia de energía a los electrones y posteriormente debido a fuerzas de tipo Coulombianas éstos interactúan con la materia. La importancia relativa de ambos efectos depende en gran medida del número atómico  $Z$  del medio absorbente y de la energía  $E_\gamma = h\nu$  del fotón incidente.

El efecto fotoeléctrico predomina cuando los fotones gamma son de baja energía, mientras que en los fotones gamma de energía media es el efecto Compton el preponderante; existe un efecto importante a altas energías y es la producción de pares, pero no es influyente en el desarrollo de esta tesis.



**Figura 3.1:** Efecto predominante según el nivel de energía del fotón incidente <sup>(5)</sup>



### 3.1 Efecto Fotoeléctrico

En todos los medios y para elementos con un alto número atómico, el efecto fotoeléctrico es el predominante cuando los rayos gamma tienen energía bajo los 0.1 [MeV] e inciden en el casco del detector de HPGe. La absorción total de un fotón incidente puede ocurrir si se toma en cuenta un electrón ligado a un átomo donde el momentum es conservado debido al retroceso del átomo.

Ya que todo el átomo está involucrado, puede decirse que en el efecto fotoeléctrico un fotón primario interactúa con la nube electrónica del átomo donde toda la energía del fotón  $h\nu$  es absorbida, y generalmente un electrón de la capa K o L es expulsado con una energía

$$E_e = h\nu - B_s - T_a \approx h\nu - B_s \quad (3.1)$$

donde  $B_s$  es la energía en el nivel energético que se encuentra el electrón antes de absorber el fotón,  $T_a$  la energía cinética transferida al átomo que tiene un valor cercano a cero y  $\nu$  la frecuencia del rayo gamma.

La sección eficaz  $\sigma$  predice la probabilidad de ocurrencia de un evento y su obtención para el efecto fotoeléctrico involucra cálculos complicados debido a la función de onda de muchos electrones, de todos modos algunas simplificaciones pueden hacerse para fotones que inciden en la capa K con energía  $h\nu \ll m_e c^2$

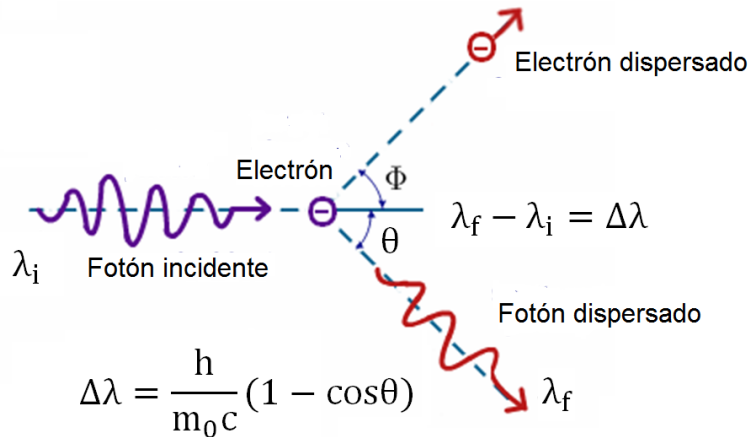
$$\sigma = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \frac{8\pi r_e^2}{3} \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{7/2} \quad (3.2)$$

donde  $\alpha \approx 1/137$  es la constante de estructura fina y  $r_e = 2.817 \times 10^{-13}$  [cm] el radio clásico del electrón <sup>(5)</sup>.

A medida que la energía del fotón aumenta, el valor de  $\sigma$  cae rápidamente y otros procesos comienzan a cobrar importancia alrededor de uno o más [MeV].

### 3.2 Efecto Compton

Cuando un fotón golpea a un electrón libre puede producirse el efecto Compton, que relaciona la energía y los ángulos de las partículas cuando ocurre un evento.



**Figura 3.2:** Diagrama del efecto Compton,  $\theta$  es el ángulo con que sale dispersado el fotón y  $\Phi$  el ángulo con que sale el electrón luego del choque <sup>(6)</sup>.

La figura anterior muestra la colisión de un fotón de energía  $h\nu$  con un electrón en reposo, donde el momentum inicial del fotón es  $h\nu/c$ , siendo  $c$  el valor de la velocidad de la luz en el vacío. Luego del impacto, el electrón tiene energía cinética  $E_c$  y se mueve con un momentum  $p$  en un ángulo  $\Phi$ . El scattering del fotón se produce con un ángulo  $\theta$ , teniendo ahora una energía menor  $h\nu'$  y un momentum  $h\nu'/c$ .

Bajo el principio de conservación de la energía, la diferencia de energía que experimenta el fotón es igual a la energía cinética que absorbe el electrón

$$E_c = h\nu - h\nu' \tag{3.3}$$

Mediante un análisis matemático, es posible tener una ecuación que relacione la energía del fotón luego de la colisión con el ángulo  $\theta$

$$hv' = \frac{hv}{1 + (hv/m_0c^2)(1 - \cos \theta)} \quad (3.4)$$

donde  $m_0c^2$  es la energía del electrón en reposo y correspondiente a 0.511 [MeV],  $\nu$  la frecuencia del fotón incidente y  $\nu'$  la frecuencia del fotón dispersado.

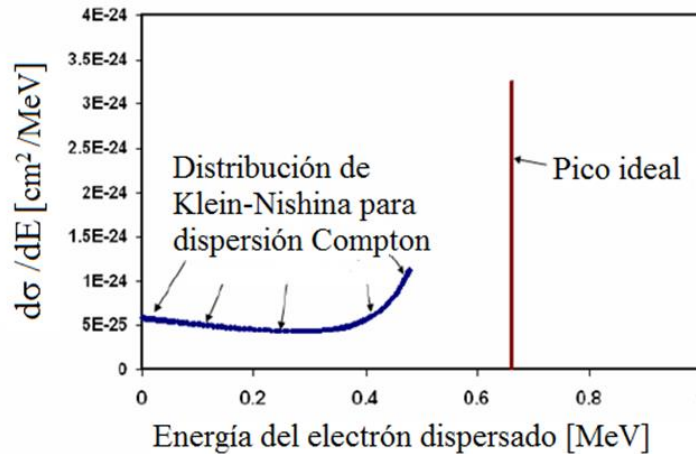
Además puede obtenerse una expresión que relaciona el diferencial de la sección eficaz de Klein-Nishina con el diferencial de la energía cinética que posee electrón

$$\frac{d\sigma}{dE_c} = [2\pi r_0^2 \sin \theta g(\theta)] \left( \frac{\left(1 + \frac{hv}{m_0c^2}(1 - \cos \theta)\right)^2 m_0c^2}{h^2 \nu^2 \sin \theta} \right) \quad (3.5)$$

donde

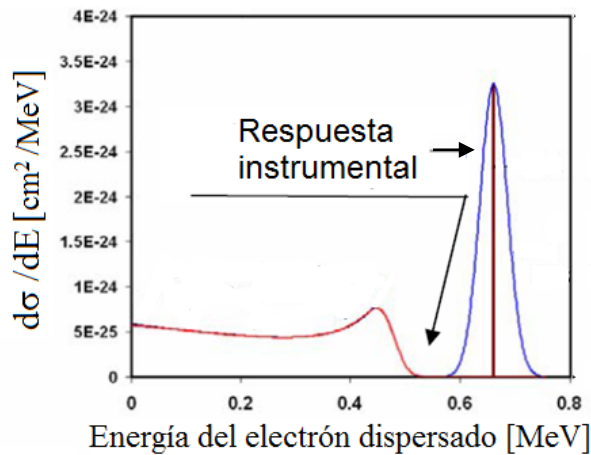
$$g(\theta) = \frac{1}{2} \left( \frac{\nu'^2}{\nu} \right) \left( \frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - \sin^2 \theta \right) \quad (3.6)$$

El diferencial de la sección eficaz para los electrones dispersados por efecto Compton, dado por la ecuación de Klein-Nishina se muestra en la figura a continuación <sup>(6)</sup>:



**Figura 3.3:** Diferencial de la sección eficaz para electrones dispersados por el efecto Compton, dado por la ecuación de Klein-Nishina en función de la energía del electrón <sup>(6)</sup>

En la distribución ideal de energía, la mayor probabilidad es que el electrón sea dispersado por el efecto fotoeléctrico donde la mayoría de los rayos gamma se absorben y traducen en energía cinética.



**Figura 3.4:** Típica medida instrumental en respuesta a la medición de la energía de los electrones dispersados por efecto Compton y fotoeléctrico <sup>(5)</sup>.

El electrón del efecto fotoeléctrico o del Compton se transforma en una partícula cargada ionizante que a través de su recorrido dentro del material colisiona con los electrones posteriores y deja una estela de pares electrón-hueco. Dichos pares formados son los constituyentes de la ionización, quedando disponibles para que el campo eléctrico los colecte.

Si en el germanio incide un rayo gamma de Am-241 cuya energía es de 59 [keV], la mayor probabilidad es que se produzca un efecto fotoeléctrico y es posible relacionar esta energía con la necesaria para producir un par en el germanio (que es 2.94 [eV/par]) para obtener el número de pares formados

$$\text{Total}_{\text{Pares}} = \frac{59 \text{ [keV]}}{2.94 \text{ [eV/par]}} = 23469 \text{ pares} \quad (3.7)$$

Mientras que para los rayos gamma con energía entre 100 [KeV] y 1 [MeV], la probabilidad de que el tipo de interacción entre el fotón y el detector sea mediante un efecto Compton es mayor al 90%.

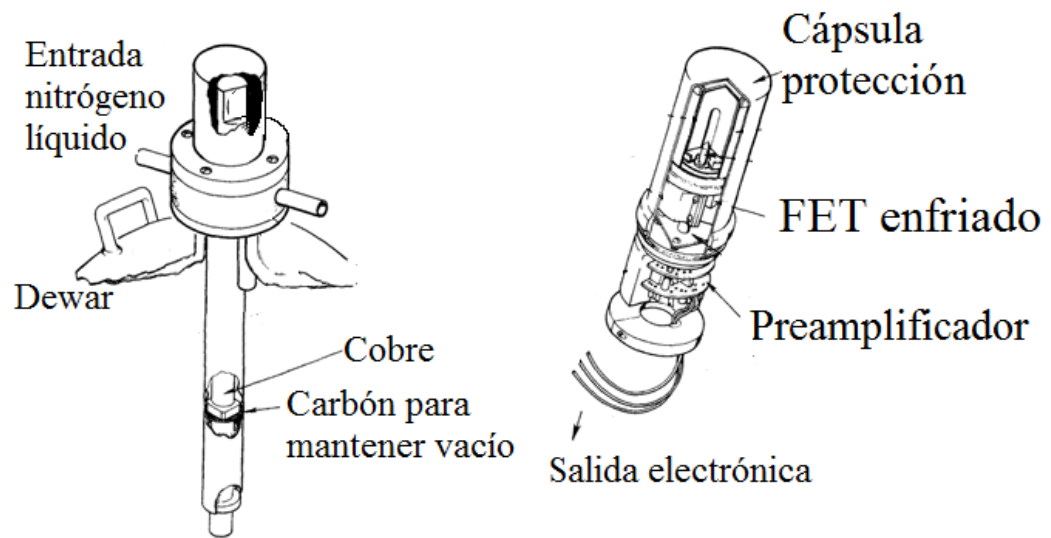
El rayo gamma que aporta al pico de absorción total del Cs-137, tiene como primera y segunda interacción un efecto Compton; ya que luego de estas dos interacciones la energía del fotón disminuye, es necesario que finalmente ocurra un efecto fotoeléctrico para que la energía sea transferida al detector.<sup>(7)</sup>

El detector no es capaz de distinguir el tiempo entre la primera, segunda y tercera interacción gamma, ya que los tres eventos ocurren en menos de un picosegundo, por lo tanto bajo el punto de vista de esta tesis y del modelo matemático dichos eventos ocurren simultáneamente.

### **3.3 Características operacionales del detector de germanio**

Debido al pequeño ancho de banda (0.7 [eV]), la operación a temperatura ambiente del detector de germanio de cualquier tipo es imposible debido a la alta generación de corrientes de fuga inducidas térmicamente. Por lo mismo, los detectores de germanio deben ser enfriados para reducir las corrientes de fuga hasta el punto en que el ruido asociado no deteriore la excelente resolución de energía. Generalmente la temperatura es reducida hasta los 77[°K] a través del uso de un Dewar aislado en el cual se mantiene una reserva de nitrógeno líquido en contacto térmico con el detector.

El detector debe ser encapsulado en un criostato vacío y hermético para inhibir la conductividad térmica entre el cristal y el aire. El criostato se encuentra normalmente en vacío y sellado por el fabricante.



**Figura 3.5:** Diagrama del detector HPGe, incluyendo la capsula de vacío para el caso de una configuración horizontal. Además la imagen muestra el criostato dewar que contiene el nitrógeno líquido <sup>(8)</sup>.

## **4 Modelamiento del detector**

### **4.1 Consideraciones generales del modelo matemático**

Como en otros detectores de radiación, los pulsos de los detectores de germanio dependen de la posición en la cual el portador de carga es formado en el volumen activo. Asumiendo algunas simplificaciones, se pueden derivar expresiones analíticas para obtener el pulso de carga esperado en el detector de germanio.

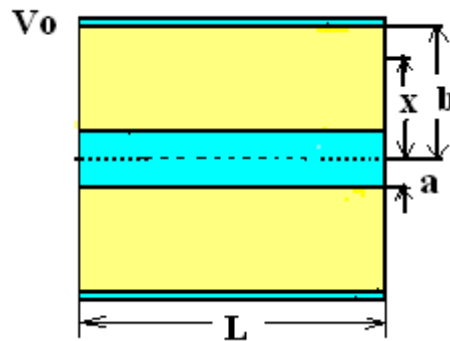
Los siguientes supuestos son considerados en el modelo matemático a presentar:

- 1) Todos los portadores de carga son creados en un mismo lugar en el volumen activo, debido a que el alcance de los electrones secundarios es pequeño comparado con las dimensiones del detector.
- 2) La captura de los portadores de carga es ignorada
- 3) Se asume que todos los portadores de carga son generados completamente en el volumen activo del detector donde el campo eléctrico tiene el valor máximo esperado.
- 4) El campo eléctrico es considerado suficientemente alto para causar una saturación en la velocidad de deriva de electrones y huecos.

## 4.2 Modelo matemático del detector HPGe

### 4.2.1 Detector coaxial

El modelo matemático que se presenta a continuación simula la señal que entrega un detector tipo p puramente coaxial mostrado en la figura 4.1.



**Figura 4.1:** Modelo de detector coaxial simulado.

La variable  $x$  corresponde a la coordenada radial donde se genera un par electrón hueco debido a la incidencia de un rayo gamma.

Las especificaciones técnicas son

$$a = 4.45 \text{ [mm]} \quad (4.1)$$

$$D = 4.17 \text{ [cm]} \quad (4.2)$$

$$L = 2.87 \text{ [cm]} \quad (4.3)$$

donde  $a$  es el radio interno,  $D$  es el diámetro y  $L$  es el largo del detector.

Se debe considerar que el diámetro definido, corresponde al detector más la capa de litio difuso, cuyo grosor es de 5 [mm].

La distancia desde el centro del detector hasta el comienzo de la capa de litio se obtiene a partir de



$$\begin{aligned}
 b &= \frac{D}{2} - 0.5 \\
 &= 2.035 \text{ [cm]}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

Los rayos gamma de energía 661 [keV] provenientes del Cs-137 penetran más en el detector que los de energía 59 [keV] provenientes del Am-241, por lo tanto es necesario definir una constante característica a cada fuente como se muestra a continuación:

- Los rayos gamma del Am-241 penetran 4 [mm] en el cristal, por lo tanto la distancia mínima donde se puede generar un par electrón hueco es

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{D}{2} - 4 \text{ [mm]} \\
 &= 16.85 \text{ [mm]}
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

- Los rayos gamma del Cs-137 penetran en todo el cristal, por lo tanto la distancia mínima donde se puede generar un par electrón hueco corresponde al radio interno

$$d = a = 4.45 \text{ [mm]} \tag{4.6}$$

El voltaje de polarización que se aplica es el recomendado por el fabricante y por razones de seguridad es considerado como el máximo

$$V_0 = 2300 \text{ [V]} \tag{4.7}$$

Para que el voltaje aplicado y la estructura completa del detector se mantengan constantes, se debe garantizar que la depleción es completa; siendo aplicado el voltaje en la capa de litio difuso <sup>(9)</sup>.

#### 4.2.2 Método Montecarlo para distancias radiales aleatorias.

El lugar donde se produce la interacción del rayo gamma con la materia es completamente aleatorio pero restringido entre el borde externo del cristal de germanio y la distancia de penetración mostrada anteriormente. Se define la posición donde se produce dicha interacción como la variable  $x$  entre  $d$  y  $(b - d)$  como

$$x1_i = d + (b - d) \text{rnd}(1) \quad (4.8)$$

La ecuación 4.8 es válida para los rayos gamma provenientes del Am-241, ya que con esta fuente es más probable que los fotones que aportan al pico de absorción total interaccionen con el detector mediante un evento simple que es el efecto fotoeléctrico.

Al utilizar la fuente de Cs-137 los fotones que aportan al pico de absorción total tienen mayor probabilidad de interaccionar con el detector mediante un evento múltiple que corresponde a dos efectos Compton y un efecto fotoeléctrico.<sup>(7)</sup> Por lo que las tres posiciones quedan definidas como:

$$x1_i = a + (b - a) \text{rnd}(1) \quad (4.9)$$

$$x2_i = a + (b - a) \text{rnd}(1) \quad (4.10)$$

$$x3_i = a + (b - a) \text{rnd}(1) \quad (4.11)$$

Debido a que la función random<sup>♦</sup> varía entre 0 y 1, las posiciones  $x1_i$ ,  $x2_i$  y  $x3_i$  tienen valores aleatorios entre  $a$  y  $b$ . Lo cual representa el hecho de que los rayos gamma provenientes del Cs-137 tienen un alto poder de penetración interaccionando en todo el volumen del cristal.

El subíndice  $i$  representa cada señal y varía entre 0 y 9, puesto que se simulan 10 señales con Am-241 y 10 señales con Cs-137.

---

<sup>♦</sup> La función matemática *rnd* (random) es uniforme y tiene la característica de generar un valor aleatorios entre 0 y 1.

Sea  $q$  un valor directamente relacionado con la energía del rayo gamma incidente, entonces  $q1_i$  representa el porcentaje de dicha energía que es transferida al detector a través de eventos simples, quedando expresada como

$$q1_i = q \cdot rnd(1) \quad (4.12)$$

Al igual que en el caso anterior, la ecuación 4.12 es válida para los rayos gamma provenientes del Am-241, mientras que para los rayos gamma provenientes del Cs-137 es necesario agregar  $q2_i$  y  $q3_i$  que representan el evento múltiple.

### 4.2.3 Movilidad térmica de electrones y agujeros en el detector.

La movilidad de electrones es<sup>(10)</sup>

$$\mu_e(T) = 2,8462 \cdot 10^7 \cdot T^{-1,48} [\text{cm}^2/\text{Vs}] \quad (4.13)$$

Para la movilidad de agujeros es necesario definir una zona de bajas temperaturas que corresponde a  $T \leq 130$  [°K] y una zona de altas temperaturas que corresponde a  $T > 130$  [°K]. Para bajas temperaturas la movilidad de agujeros utilizada es<sup>(11)</sup>

$$\mu_h(T) = 3,05 \cdot 10^7 \cdot T^{-1,54} \quad (4.14)$$

Mientras que para altas temperaturas la movilidad de agujeros es

$$\mu_h(T) = 1,2 \cdot 10^9 \cdot T^{-2,3} \quad (4.15)$$

La movilidad utilizada en el modelo matemático es para bajas temperaturas, ya que la temperatura del cristal de germano no excede los 130 [°K], debido a que el detector se almacena en nitrógeno líquido.<sup>(11)</sup>

#### 4.2.4 Densidad de cargas fijas del detector HPGe.

El detector es un cristal de germanio tipo p, cuyo valor nominal de densidad de impurezas es <sup>(3)</sup>

$$\rho_{\text{acceptor}} = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ [átomos/cm}^3\text{]} \quad (4.16)$$

Mientras que la densidad de átomos de germanio es

$$\rho_{\text{Ge}} = 4,4 \cdot 10^{22} \text{ [átomos/cm}^3\text{]} \quad (4.17)$$

Con la densidad de dopaje es posible conocer la densidad de cargas fijas; ya que la impureza que crea un hueco en el cristal se comporta como un átomo de germanio pero con un electrón menos. Es decir, por cada carga móvil que se agrega (en este caso un hueco) aparece una carga fija cuya magnitud es fundamental para definir la forma del campo eléctrico; por lo que la densidad de impurezas multiplicada por la carga del electrón otorga el valor de la densidad de carga fija.

$$\rho_{\text{Na}} = -e_0 \rho_{\text{acceptor}} = -1,602 \cdot 10^{-9} \text{ [Coul/cm}^3\text{]} \quad (4.18)$$

El valor de  $\rho_{\text{Na}}$  es considerado como extremadamente bajo, puesto que el material es hiperpuro.

#### 4.2.5 Campo eléctrico en el detector.

En el caso de un dieléctrico perfecto cuya geometría es cilíndrica y sin distribución de cargas en la parte central, el campo eléctrico es

$$E(r) = -\frac{|V_0|}{\ln(b/a)} \cdot \frac{1}{r} \quad (4.19)$$

El voltaje  $V_0$  es constante entre las superficies de radios  $a$  y  $b$ .

Para una geometría cilíndrica (tal como lo es un detector coaxial completo) con comportamiento similar a un diodo, existe una juntura tipo PN en que hay una zona

depletada cuya distribución uniforme de carga eléctrica afecta la intensidad del campo eléctrico <sup>(1)</sup>

$$\xi(r) = E(r) - \frac{\frac{1}{4} \left( \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \right) (b^2 - a^2)}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} + \frac{1}{2} \left( \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \right) r \quad (4.20)$$

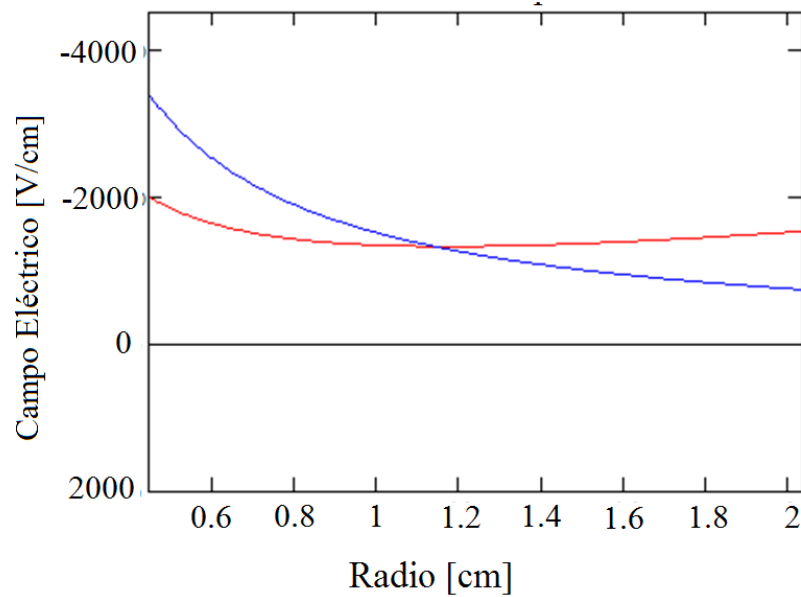
donde  $\varepsilon_0$  es la permitividad en el vacío y la constante dieléctrica característica del germanio es

$$\varepsilon = 16 \quad (4.21)$$

El campo eléctrico  $\xi(r)$  mantiene el comportamiento estrictamente hiperbólico de  $E(r)$  que representa la ausencia de cargas, pero además contiene un término de voltaje debido a  $\rho$  que contribuye a  $\xi(r)$  aún cuando  $V_0$  es igual a cero.

La dependencia lineal del último término respecto al radio es típica de las juntas y consecuencia directa de la densidad de cargas, provocando que el campo  $\xi(r)$  tenga un mínimo.

A continuación se aprecia la diferencia en el comportamiento del campo eléctrico  $E$  y  $\xi$  en una distancia de 2 [cm].



**Figura 4.2:** En azul, la curva es típicamente hiperbólica, lo cual es para el caso general sin carga en el interior. En rojo, corresponde al campo eléctrico de la configuración coaxial, donde existe un mínimo típico de expresiones que tienen un término proporcional a  $r$  y otro proporcional a  $1/r$ .

#### 4.2.6 Velocidad de deriva para electrones y huecos correspondiente a campo eléctrico medio y alto en un detector HPGe.

De acuerdo a la referencia <sup>(12)</sup>, en un detector semiconductor la velocidad de deriva es

$$v(r, T) = \mu(T) \frac{|\xi(r)|}{\left[1 + \left(\frac{|\xi(r)|}{E}\right)^\beta\right]^{1/\beta}} \quad (4.22)$$

Siendo  $\mu$  la movilidad en campos eléctricos bajos;  $\beta$  y  $E$  son parámetros de ajuste que adquieren diferentes valores dependiendo de la referencia bibliográfica utilizada <sup>(2) (4)</sup>.

Considerando la orientación del cristal, entonces los parámetros para electrones y huecos se muestran en la tabla 4.1 <sup>(2)</sup>

Orientación	$\beta_e$	$E_e$ [V/cm]	$\beta_h$	$E_h$ [V/cm]
<111>	0.641	538	0.662	182
<100>	0.805	511	0.942	185

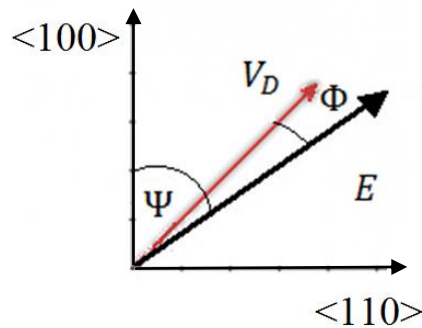
**Tabla 4.1:** Parámetros para electrones y huecos <sup>(2)</sup>.

En la referencia <sup>(4)</sup> no se considera la orientación cristalográfica y el valor de los parámetros se muestra en la tabla 4.2

$\beta_e$	$E_e$ [V/cm]	$\beta_h$	$E_h$ [V/cm]
1.32	275	1.36	210.5

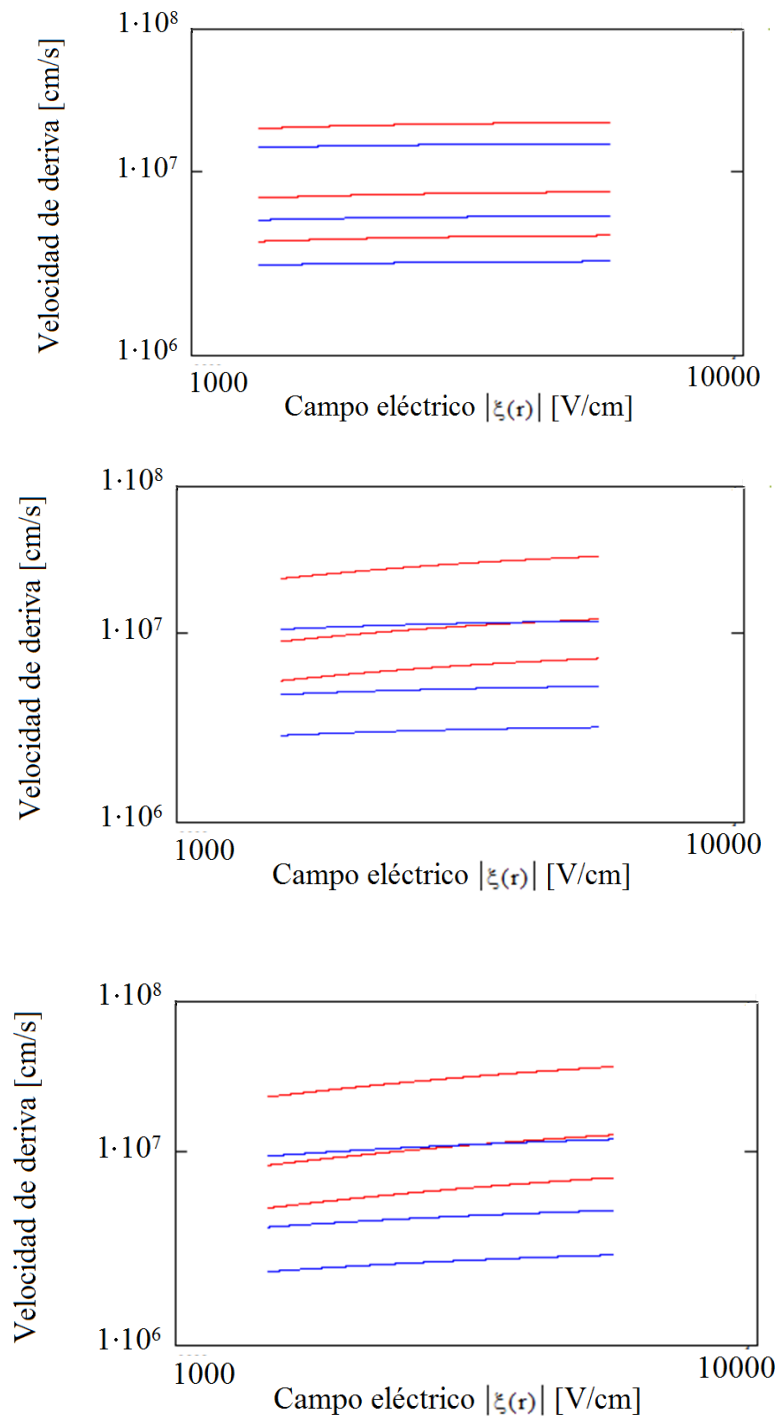
**Tabla 4.2:** Parámetros para electrones y huecos <sup>(4)</sup>.

La diferencia de los parámetros significa que las velocidades de deriva son distintas para diferentes orientaciones cristalinas. Esto se debe a que existe un ángulo  $\Phi$  entre la velocidad de deriva  $V_D$  y el campo eléctrico  $E$ , que varía dependiendo del ángulo  $\Psi$  entre  $E$  y el eje principal del cristal.



**Figura 4.3:** Ángulo  $\Phi$  entre la velocidad de deriva y el campo eléctrico  $E$  aplicado.

La figura 4.4 muestra como varía  $v(r, T)$  a medida que aumenta el campo eléctrico; notándose que la velocidad de deriva definida por la ecuación 4.22, tiene una clara diferencia para electrones y agujeros; siendo menor en el caso de estos últimos.



**Figura 4.4:** En azul se muestra la velocidad de huecos para temperaturas 50, 90 y 130 [°K]. Arriba izquierda corresponde a valores sin tomar la orientación cristalográfica, arriba derecha corresponde a la orientación  $\langle 100 \rangle$ . Abajo orientación  $\langle 111 \rangle$



#### 4.2.7 Promedio de la velocidad de deriva

El valor medio de la velocidad de deriva entre el punto  $a$  y  $\Lambda = 3b$  para una temperatura  $T_0$  es

$$v_{\text{prom}} = \frac{1}{\Lambda - a} \int_a^{\Lambda} v(r, T_0) dr \quad (4.23)$$

Al comparar  $v_{\text{prom}}$  con  $v(a, T_0)$  para distintas temperaturas, se obtiene que la diferencia entre ambas no excede el 1,41% para electrones y el 0,89% para huecos, tal como muestra la tabla 4.3.

$T_0$	$v_e(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{\text{eprom}}$ [cm/s]	%	$v_h(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{\text{hprom}}$ [cm/s]	%
65 [°K]	12.055	12.224	1.40	9.223	9.305	0.89
90 [°K]	7.447	7.552	1.41	5.588	3.172	0.88
130 [°K]	4.322	4.382	1.39	5.637	3.200	0.88

**Tabla 4.3:** Velocidad promedio para electrones y huecos sin considerar orientación cristalográfica.

La tabla 4.4 toma en cuenta las orientaciones cristalográficas  $\langle 100 \rangle$ :

$T_0$	$v_e(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{\text{eprom}}$ [cm/s]	%	$v_h(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{\text{hprom}}$ [cm/s]	%
65 [°K]	16.531	17.782	7.6	7.532	7.715	2.4
90 [°K]	10.213	10.985	7.6	4.563	4.674	2.4
130 [°K]	5.926	6.374	7.6	2.590	2.653	2.4

**Tabla 4.4:** Velocidad promedio para electrones y huecos considerando orientación cristalográfica  $\langle 100 \rangle$ .

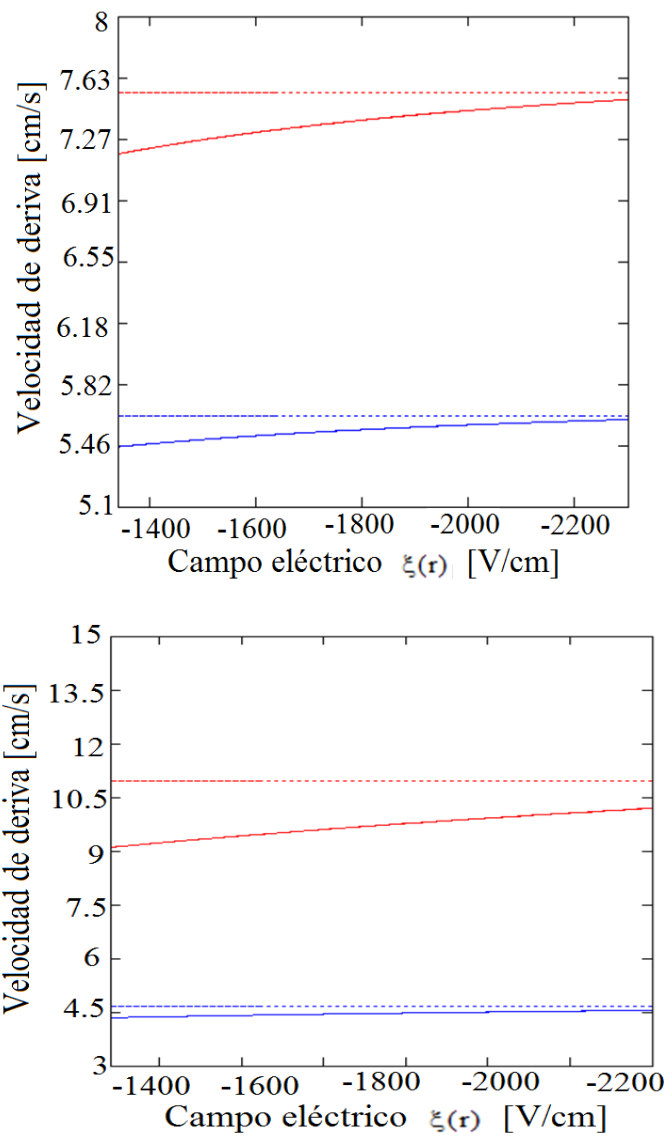
La tabla 4.5 toma en cuenta las orientaciones cristalográficas  $\langle 111 \rangle$ :

$T_0$	$v_e(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{eprom}$ [cm/s]	%	$v_h(a, T_0)$ [cm/s]	$v_{hprom}$ [cm/s]	%
65 [°K]	14.228	15.663	10.1	6.227	6.547	5.1
90 [°K]	8.789	9.676	10.1	3.773	3.966	5.1
130 [°K]	5.100	5.615	10.1	2.141	2.251	5.1

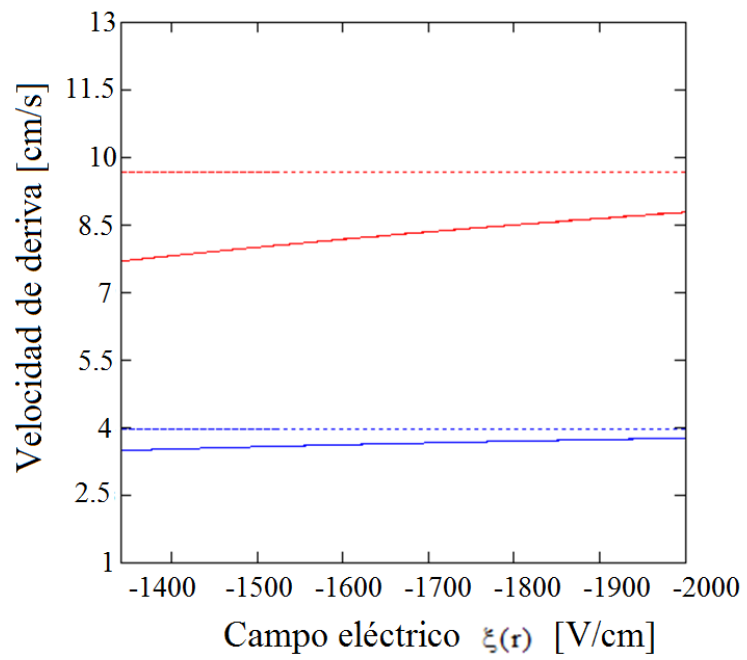
**Tabla 4.5:** Velocidad promedio para electrones y huecos considerando orientación cristalográfica  $\langle 111 \rangle$ .

Por lo tanto, la velocidad de deriva puede considerarse constante e igual a su valor medio definido en la ecuación 4.23.

En la figura 4.4 se compara la velocidad de deriva de electrones y huecos con sus respectivos valores medios de velocidad, a medida que el campo eléctrico aumenta en intensidad y manteniendo la temperatura constante a 90 [°K].



**Figura 4.4a:** En azul se muestra la velocidad de huecos para temperatura 90 [°K]. Arriba corresponde a valores sin tomar la orientación cristalográfica, abajo corresponde a la orientación <100>.



**Figura 4.4b:** En azul se muestra la velocidad de huecos para temperatura 90 [°K], considerando la orientación <111>

#### 4.2.8 Portadores de carga.

El tiempo que tarda un portador en recorrer la distancia  $x_i$  puede calcularse como

$$te1_i = \frac{x1_i}{v_{eprom}} \quad (4.24)$$

$$th1_i = \frac{x1_i}{v_{hprom}} \quad (4.25)$$

donde  $v_{eprom}$  es la velocidad de deriva promedio de los electrones,  $v_{hprom}$  es la velocidad de deriva promedio para agujeros,  $te1_i$  es el tiempo para electrones y  $th1_i$  el tiempo para huecos; en el caso de eventos múltiples se agregan  $te2_i$  y  $te3_i$  para electrones,  $th2_i$  y  $th3_i$  para huecos.

A medida que los portadores se mueven en el cristal, inducen una carga cuyo valor está descrito para los electrones como

$$Qe1(t, i) = -\frac{q_0}{V_0} \left[ -\frac{|V_0| + \frac{1}{4} \left( \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \right) (b^2 - a^2)}{\ln \frac{b}{a}} \ln \left( 1 + \frac{t}{te1_i} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \right) [(v_{eprom} t)^2 + 2x1_i v_{eprom} t] \right] \quad (4.26)$$

Para agujeros como

$$Qh1(t, i) = \frac{q_0}{V_0} \left[ -\frac{|V_0| + \frac{1}{4} \left( \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \right) (b^2 - a^2)}{\ln \frac{b}{a}} \ln \left( 1 - \frac{t}{th1_i} \right) + \frac{1}{4} \left( \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0} \right) [(v_{hprom} t)^2 - 2x1_i v_{hprom} t] \right] \quad (4.27)$$

Para eventos múltiples es necesario agregar  $Qe2(t, i)$  y  $Qe3(t, i)$  para electrones y  $Qh2(t, i)$  y  $Qh3(t, i)$  para huecos.

Cuando se produce un evento a una distancia  $r$  se genera un par electrón-hueco que dependiendo de la polaridad puede moverse a un lado si es electrón o hacia otro si es hueco, de acuerdo a la forma del campo eléctrico. Por lo tanto, el tiempo desde que se produjo dicho portador hasta que se colecta completamente es

Para electrones

$$\tau e1_i = \frac{b - x1_i}{v_{eprom}} \quad (4.28)$$

Para huecos

$$\tau h1_i = \frac{x1_i - a}{v_{hprom}} \quad (4.29)$$

Al igual que en el caso anterior, deben agregarse los términos para un evento múltiple.

Considerando al detector como un capacitor ideal, una vez que los portadores de carga son colectados la función de carga debe mantenerse constante, por lo tanto, es necesario introducir esta condición de la función de carga al modelo.

La carga colectada por un electrón es

$$u1(t, i) = \begin{cases} Qe1(t), & t \leq \tau e1_i \\ Qe1(\tau e1_i), & t > \tau e1_i \end{cases} \quad (4.30)$$

La carga colectada por un hueco es

$$\gamma1(t, i) = \begin{cases} Qh1(t), & t \leq \tau h1_i \\ Qh1(\tau h1_i), & t > \tau h1_i \end{cases} \quad (4.31)$$

Finalmente la carga colectada debido a cada evento simple es

$$Q1(t, i) = (u1(t, i) + Y1(t, i))q1_i \quad (4.32)$$

Para eventos múltiples se agregan  $Q2(t, i)$  y  $Q3(t, i)$ .

Definiendo la suma de los  $q_i$  como

$$S_i = q1_i + q2_i + q3_i \quad (4.33)$$

La carga total normalizada queda definida como

$$Q_0(t, i) = \frac{Q1(t, i) + Q2(t, i) + Q3(t, i)}{S_i} \quad (4.34)$$

#### 4.2.9 Añadiendo el pre amplificador

El preamplificador se comporta como un circuito integrador cuya constante de tiempo es aproximadamente 20 [ns] y un circuito diferenciador cuya constante es aproximadamente 100 [μs]. Pero al momento de adquirir la señal es necesario utilizar un cable cuyo efecto no puede despreciarse; puesto que se debe tratar como un circuito integrador con una capacidad en paralelo entre el alambre central y tierra.

La constante de tiempo que introduce el cable es

$$\tau_c = 4.6 \text{ [ns]} \quad (4.35)$$

La constante de tiempo del circuito integrador del preamplificador es

$$\tau_1 = 9.1 \text{ [ns]} \quad (4.36)$$

La constante de tiempo del circuito diferenciador del preamplificador es

$$\tau_2 = 50 \text{ [μs]} \quad (4.37)$$

La función de transferencia del circuito es

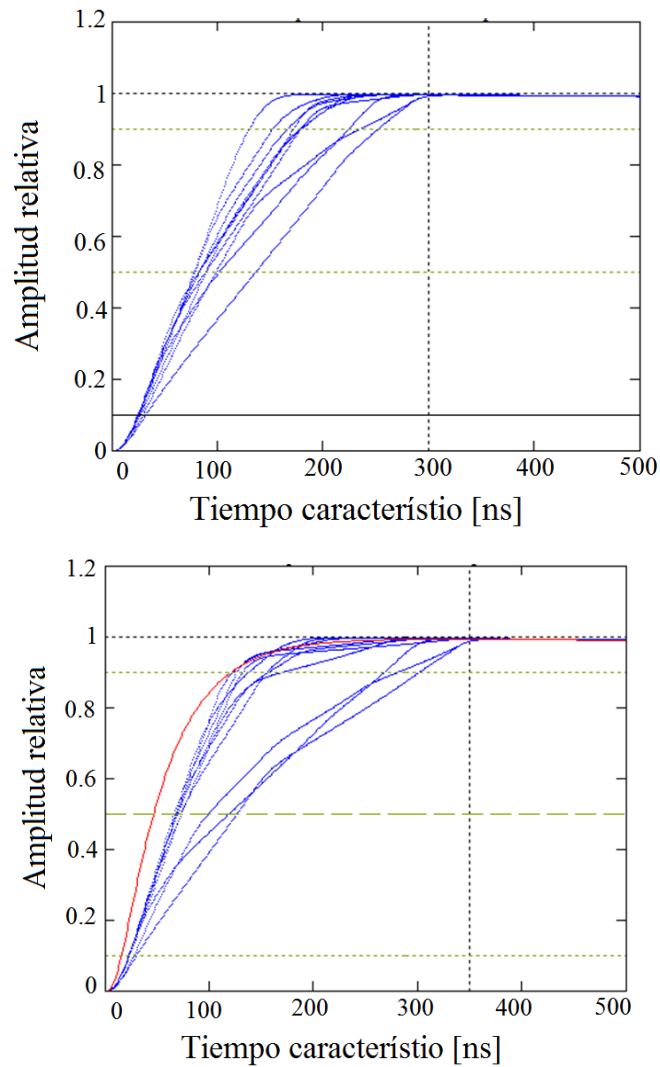
$$f(t) = -\tau_2^2 \frac{e^{-t/\tau_2}}{(\tau_1\tau_2\tau_c - \tau_2^2\tau_c - \tau_1\tau_2^2 + \tau_2^3)} + \tau_1\tau_2 \frac{e^{-t/\tau_1}}{(\tau_1^2\tau_c - \tau_1\tau_2\tau_c - \tau_1^3 + \tau_1^2\tau_2)} - \tau_2\tau_c \frac{e^{-t/\tau_c}}{(-\tau_1\tau_c^2 + \tau_1\tau_2\tau_c + \tau_c^3 - \tau_2\tau_c^2)} \quad (4.38)$$

La forma de pulso final es la convolución de la función de transferencia con la función de carga

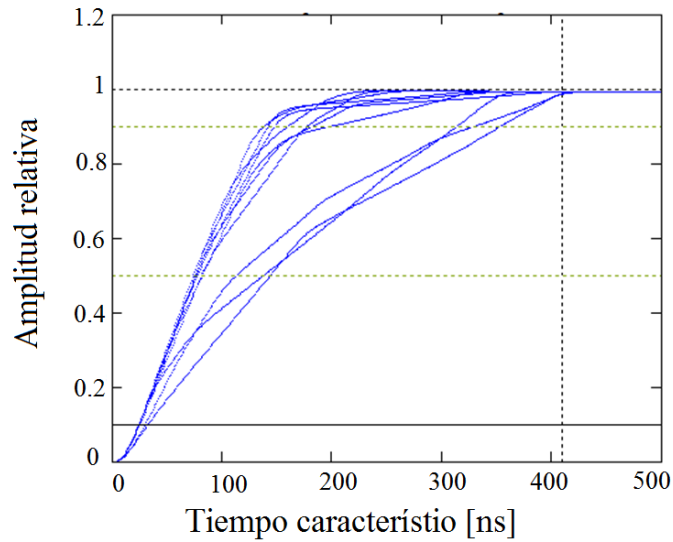
$$Q_{\text{final}}(t, i) = \int_0^t f(t - t') Q_0(t', i) dt' \quad (4.39)$$



#### 4.2.10 Modelando el resultado final:

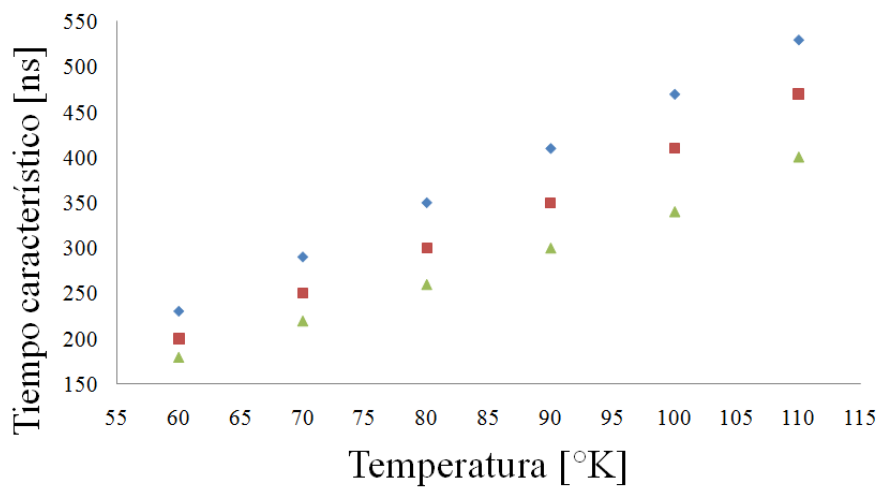


**Figura 4.5a:** Conglomerados obtenidos al simular una temperatura de 90 [°K]; arriba no se consideran orientaciones y el tiempo característico es 300 [ns]; abajo se considera la orientación <100> y el tiempo característico es 350 [ns].



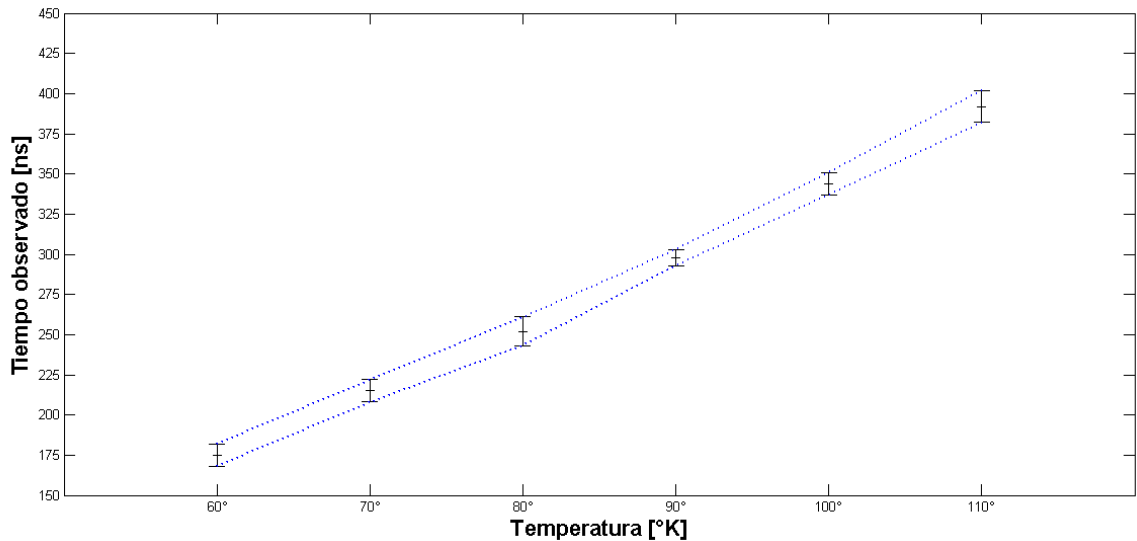
**Figura 4.5b:** Conglomerado obtenido al simular una temperatura de 90 [°K] y considerando la orientación <111> con un tiempo característico de 410 [ns].

El tiempo observado es aquel en que la última señal alcanza un valor constante dentro del conglomerado. Puesto que cada orientación tiene asociada una velocidad de deriva, entonces el tiempo observado del conglomerado varía para cada eje cristalino, tal como se muestra en la figura 4.6, al simular un conglomerado de Cs-137.



**Figura 4.6:** Tiempo característico de los conglomerados a medida que se aumenta la temperatura. ♦ corresponde al eje <111>, ■ al eje <100> y ▲ sin considerar el eje.

A una temperatura definida, el tiempo observado varía dependiendo del eje del cristal considerado y es posible ver que cuando no se toman dichos ejes, el tiempo observado es siempre menor que en el caso de tomarlos en cuenta, tal como se muestra en la simulación de la figura 4.6. Puesto que los parámetros movilidad y velocidad de deriva de los portadores de carga varían en función de la temperatura, es posible atribuir el cambio en el tiempo observado de cada conglomerado a medida que aumenta la temperatura a dicha relación funcional.



**Figura 4.7:** Dispersión matemática obtenida en el tiempo observado al variar la temperatura; datos obtenidos al simular un conglomerado de Cs-137.

El modelo matemático tiene cierta semejanza a una medición experimental en la vida real ya que contiene cálculos del tipo Montecarlo; por lo que al simular el conglomerado varias veces sin cambiar las características, las posiciones se modifican porque son generadas aleatoriamente y el resultado final de los conglomerados es distinto, evidenciándose una dispersión entre 5 [ns] y 10 [ns], tal como se ve en la figura 4.7.

## 5 Método Experimental:

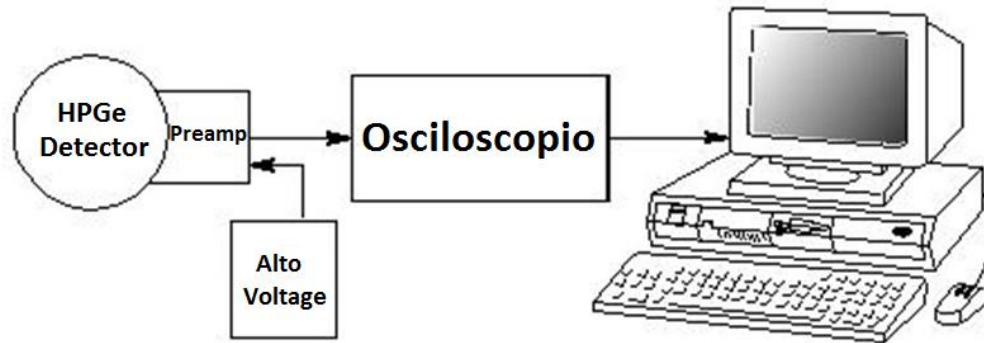


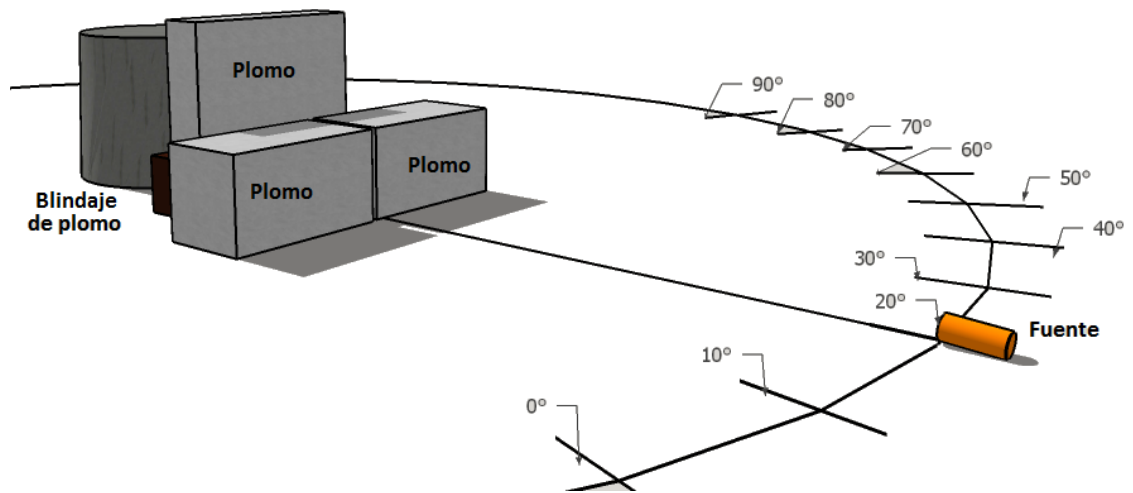
Figura 5.1: Diagrama de conexiones utilizado.

### 5.1 Mantenimiento y encendido del detector:

Para asegurar el correcto funcionamiento del detector HPGe modelo PGC 718 y bias de +2300 Volts, es necesario mantenerlo a bajas temperaturas, por lo cual cada 7 días se vierte en el Dewar nitrógeno líquido.

Antes de encender el detector es necesario realizar las conexiones en el preamplificador, cuya entrada bias se conecta a la fuente de poder de alto voltaje (Power Supply model 3105) encargada de suministrar 2300 [V] al detector mediante un cable BNC hembra; luego se alimenta el circuito del preamplificador.

Para encender el detector se aumenta el voltaje de forma paulatina y para monitorear la actividad y forma de pulso en todo momento con el osciloscopio análogo se coloca una fuente de rayos gamma cerca, ya que, como el detector se polariza a 2300 [V] pueden ocurrir rupturas o micro rupturas que podrían dañarlo gravemente.



**Figura 5.2:** Arriba, imagen del osciloscopio, la fuente de poder y las fuentes de rayos gamma utilizadas. Abajo, montaje del detector bajo el blindaje de plomo.

Una vez conectado y encendido el detector, se procede a cubrirlo con un blindaje de plomo cuyo grosor es de 4 [mm] con la finalidad de disminuir la radiación de fondo. Dicho blindaje tiene un agujero de 0.7 [cm] en el costado para que incidan los rayos gamma sin ser atenuados debido al plomo.

## 5.2 Primera actividad

Cuando ya está encendido el detector HPGe se conecta a la salida del preamplificador un cable BNC de 60 [cm] que va al osciloscopio digital LeCroy modelo 9314A cuya precisión voltaje DC  $\leq \pm 2\%$  Escala completa y-precisión tiempo  $\leq \pm 0.002\%$ ; con un tiempo de subida  $< 1$  [ns], que cuenta con una interfase RS232 por la cual se transfiere la información a un computador donde se pueden extraer los datos.

Se ubicó una fuente de Cs-137 cuya actividad es de 4 [ $\mu$ Ci] y peak de radiación 661 [keV], a una distancia de 10 [cm] del detector y se capturaron 100 señales a la salida del preamplificador. Luego se utilizó una fuente de Am-241 cuya actividad es 100 [mCi] y

peak de radiación 59 [keV] a una distancia de 21 [cm] y se capturaron 90 señales a la salida del preamplificador.

Una vez obtenidas las señales, mediante el software Matlab se construyen los conglomerados para obtener un tiempo característico al Cs-137 y al Am-241 que luego se compara con el modelo matemático simulado en plataforma MathCad.

### **5.3 Segunda actividad**

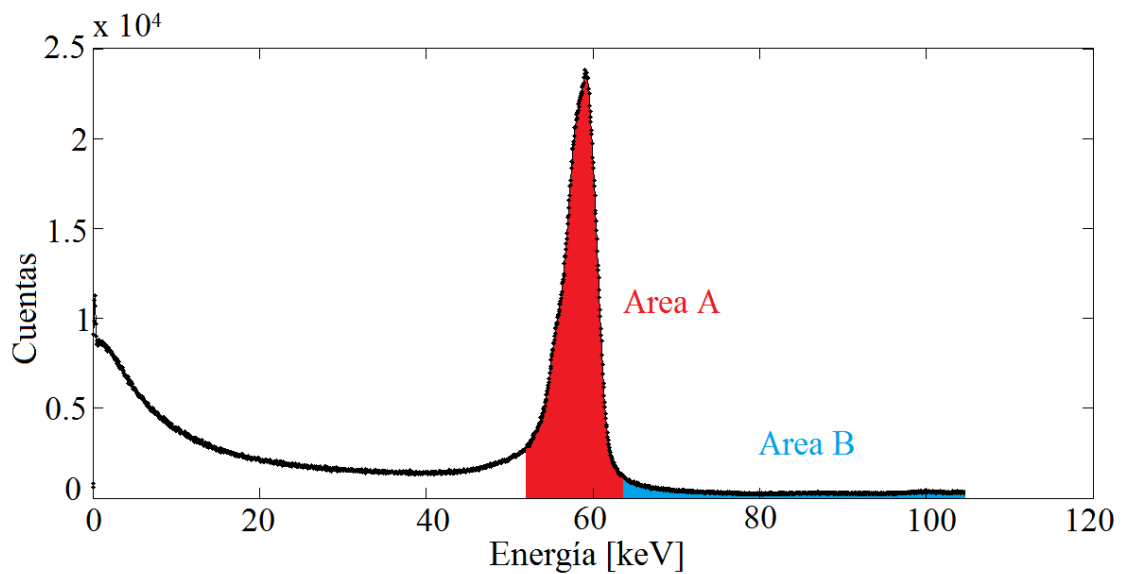
Se obtuvieron 30 señales para ángulos definidos entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  utilizando primero la fuente de Cs-137 y luego la de Am-241; con el fin de determinar si es posible evidenciar una anisotropía en los tiempos característicos de las fuentes. El agujero del blindaje tiene un diámetro que forma un ángulo de  $7^\circ$  respecto al centro del detector, entonces el error en la medición del ángulo es dicho valor.

En ambas actividades, debido a que el detector se simula como perfectamente coaxial, debe utilizarse un cubo de plomo en la parte superior para atenuar los rayos gamma de las fuentes con el fin de disminuir la probabilidad de interacción con el detector en la zona no coaxial.

### **5.4 Espectro correspondiente a Am-241 y a Cs-137.**

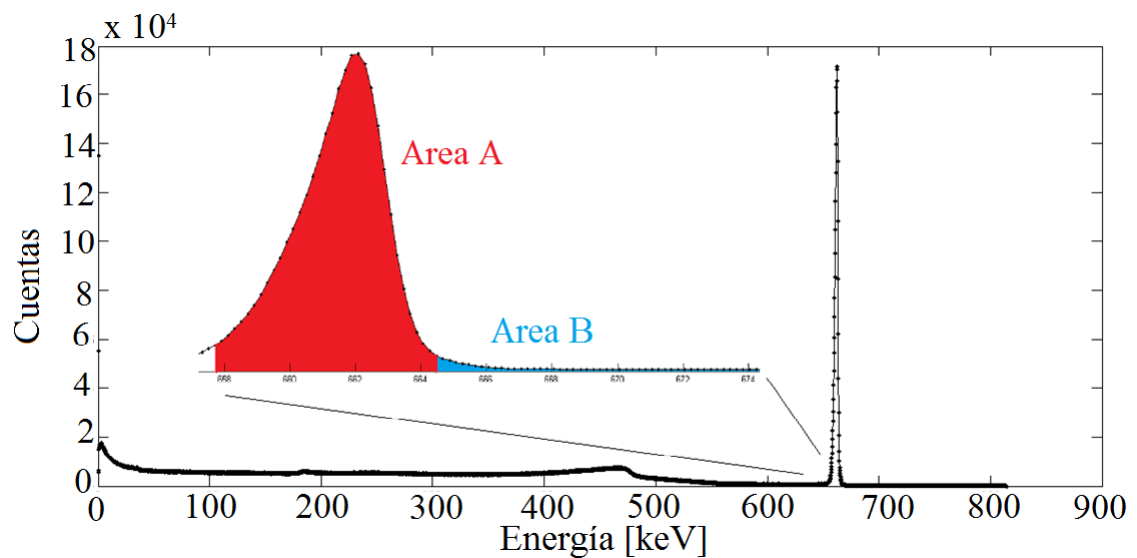
Antes de realizar las mediciones, debe establecerse un criterio para capturar las señales ya que el modelo matemático considera eventos múltiples que ocurren en el proceso de absorción total del rayo gamma, lo cual implica ubicar los eventos del pico de absorción total.

Para dicho criterio, es necesario obtener el espectro correspondiente a cada fuente y luego se compara el área total de las cuentas correspondientes al máximo de emisión con el área correspondiente a todas las energías mayores, como lo muestra la figura 5.3 y 5.4.



**Figura 5.3:** Espectro obtenido con el detector HPGGe, utilizando la fuente de Am-241.

Utilizando la fuente de Am-241 se obtiene que el área correspondiente a B es un 17.9% del área A que corresponde al máximo de emisión de la fuente.



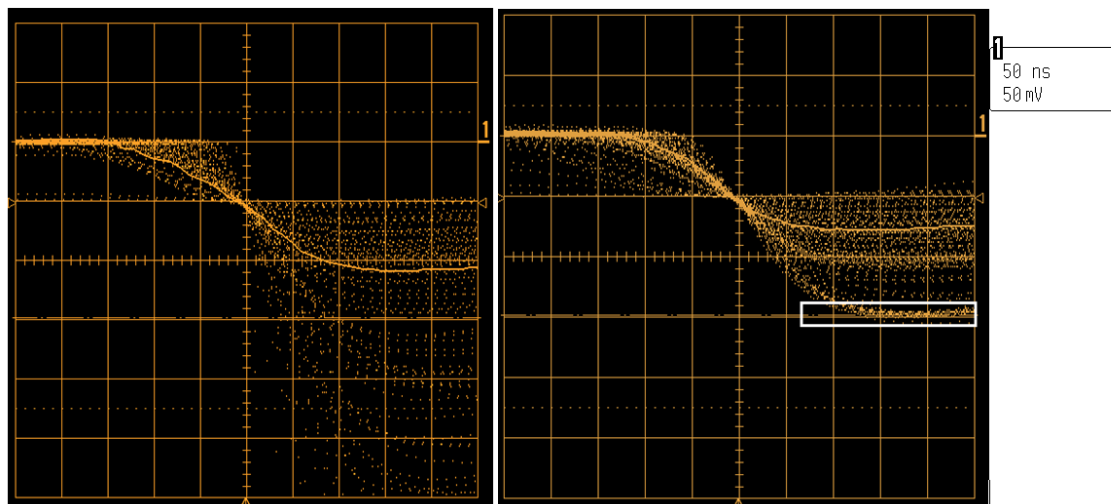
**Figura 5.4:** Espectro obtenido con el detector HPGGe, utilizando la fuente de Cs-137.

Utilizando la fuente de Cs-137 se obtiene que el área correspondiente a B es un 5.1% del área A que corresponde al máximo de emisión de la fuente.

En ambos casos, el área total de las cuentas debido al máximo de emisión (A) es mayor que el área de las cuentas correspondientes a energías superiores (B), es posible despreciar la cantidad de rayos gamma que inciden en el detector con energía superior a la de aquellos rayos emitidos por la fuente.

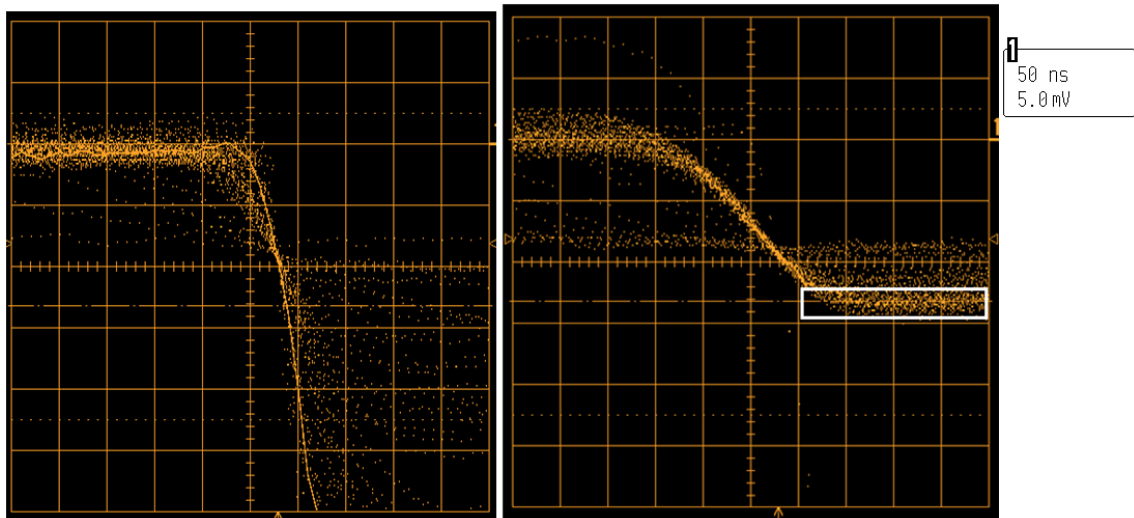
### 5.5 Determinación de la señal:

Para poder identificar la señal correspondiente a la fuente utilizada, se deben comparar las señales que entrega el detector cuando no está la fuente de rayos gamma (es decir la radiación de fondo) con las señales al momento de usar la fuente. Al realizar esto, es posible identificar nuevas señales debido a los rayos gamma de la fuente (figura 5.5 y 5.6).



**Figura 5.5:** Imagen de la izquierda muestra radiación de fondo, mientras que la de la derecha muestra radiación de fondo más radiación debido a una fuente de Cs-137. El peak se muestra en el recuadro.





**Figura 5.6:** Imagen de la izquierda muestra radiación de fondo, mientras que la de la derecha muestra radiación de fondo más radiación debido a una fuente de Am-241. Cuyo peak se muestra en el recuadro.

La amplitud de la señal a la salida del preamplificador es proporcional a la energía del rayo gamma mostrada en el espectro, entonces la señal correspondiente a los rayos gamma en el máximo de emisión de la fuente de Am-241 o de Cs-137 es aquella que más veces se repite y con mayor amplitud.

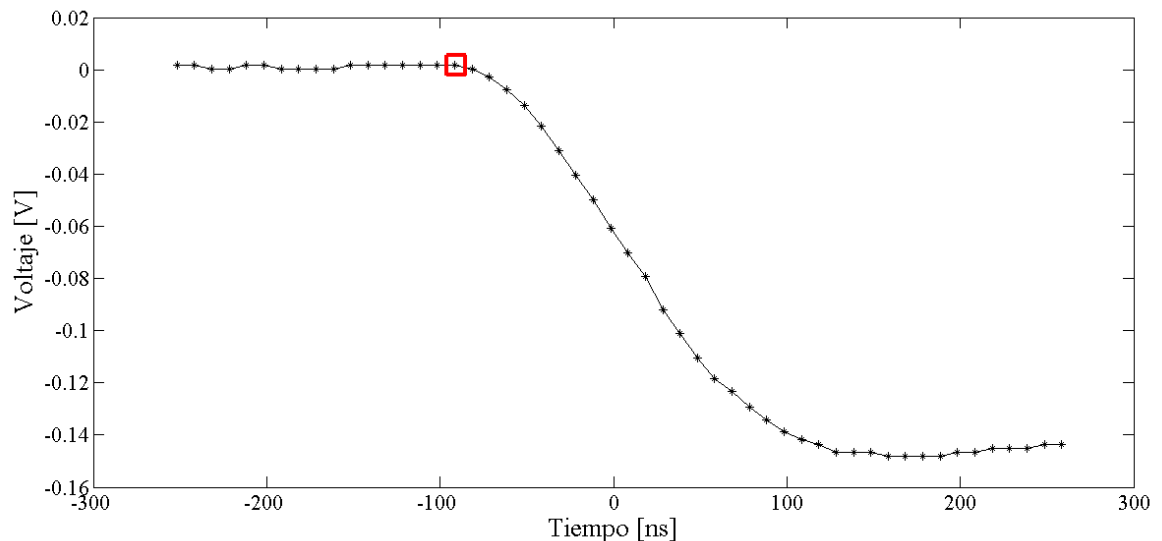
De este modo se obtiene que la amplitud de la señal de Am-241 es de 13.2 [mV], con un error de 1 [mV]. Mientras que para el Cs-137, la amplitud de la señal es de 149.8 [mV] con un error de 0.5 [mV].

## 6 Resultados

### 6.1 Conformación del conglomerado de Cs-137

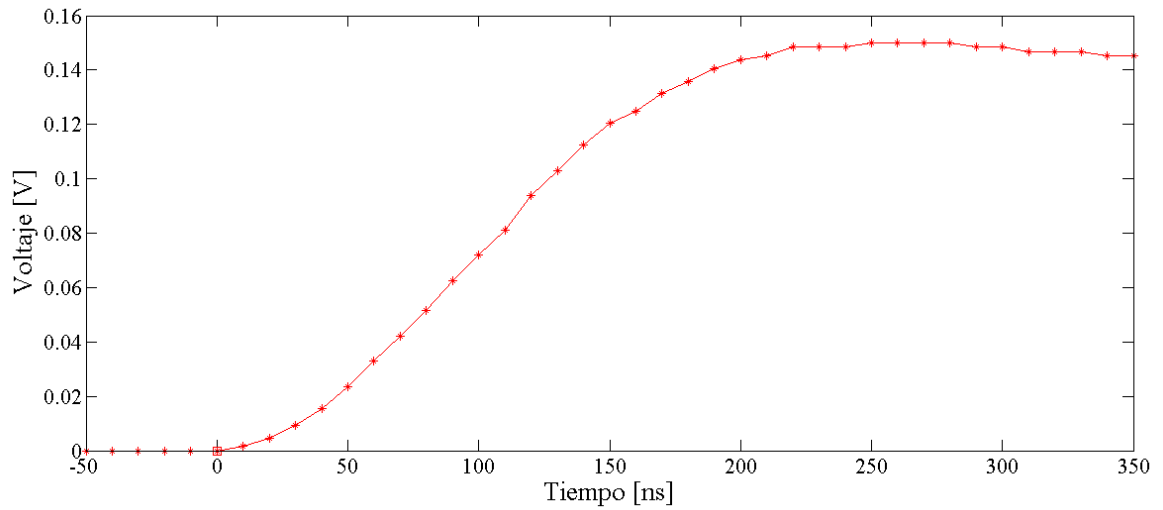
Las señales capturadas mediante el osciloscopio digital difieren en el punto de origen de tiempo. Es necesario trasladarlas y agrupar diez señales para conformar un conglomerado

La figura 6.1 muestra una señal típica con Cs-137 indicando en un cuadrado rojo el instante en que la señal cambia por efecto de la acumulación de carga.



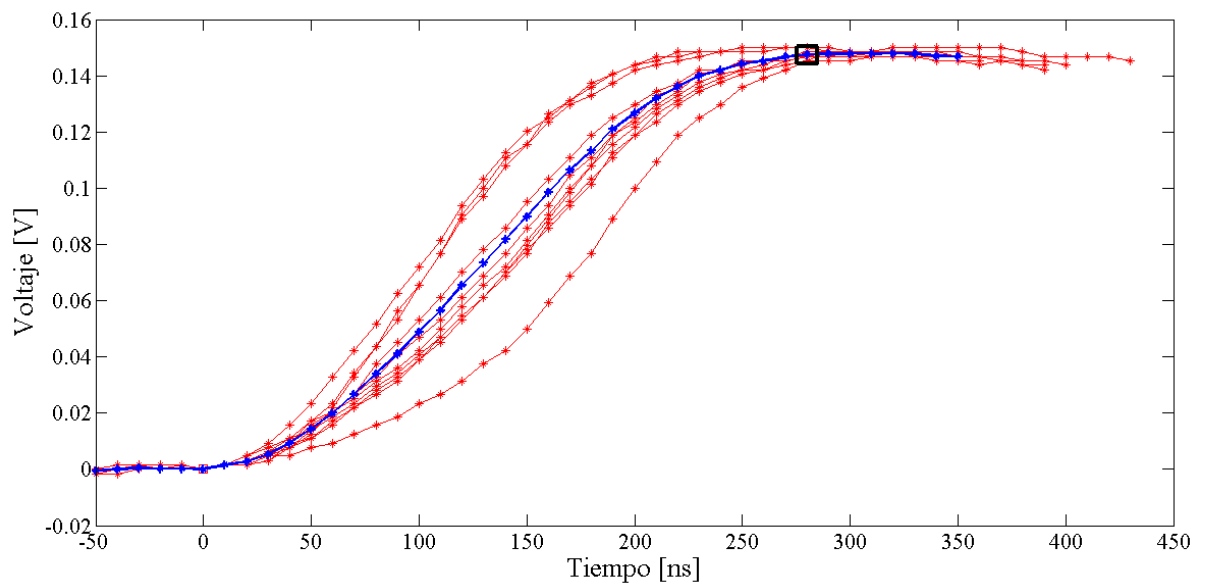
**Figura 6.1:** Señal típica obtenida a través del osciloscopio al utilizar una fuente de Cs-137.

El único tratamiento que recibe la señal para realizar el conglomerado, es inicialmente invertirla y posteriormente trasladarla al tiempo igual a cero seleccionando como coordenada de traslación aquel punto está enmarcado en rojo. Como muestra la figura 6.2.



**Figura 6.2:** Señal invertida y trasladada para conformar el conglomerado de Cs-137.

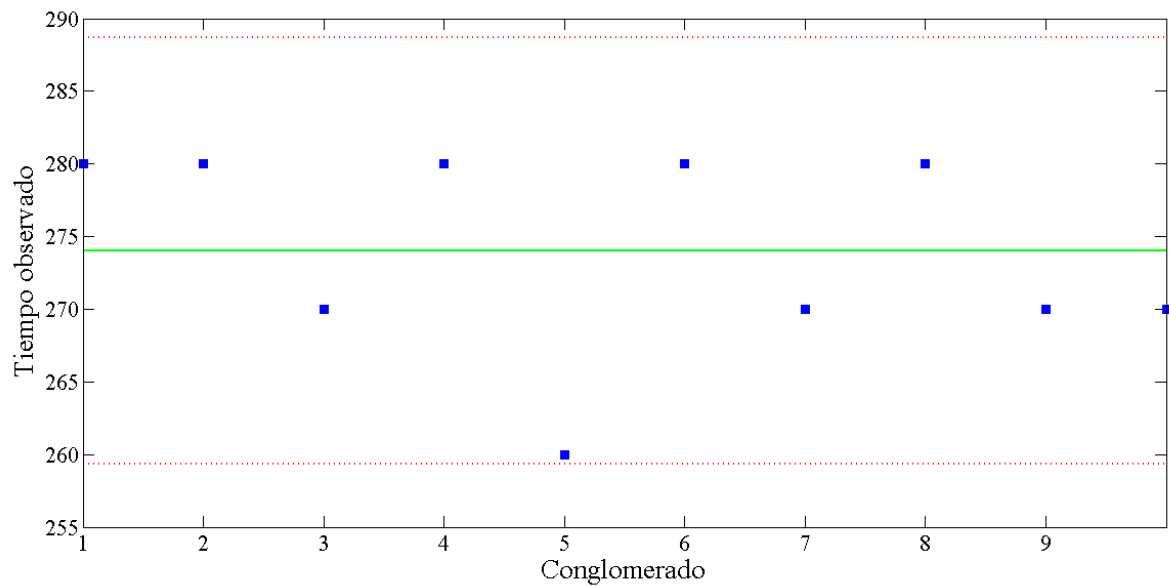
La realización de este tratamiento con diez señales capturadas es un conglomerado, y cuya forma característica se muestra a continuación.



**Figura 6.3:** En rojo se muestran las diez señales que conforman el conglomerado, mientras que en azul se muestra el promedio de las diez señales.

El tiempo que tarda el promedio del conglomerado mostrado en alcanzar un valor constante es el tiempo observado, siendo en este caso igual a 280 [ns].

Al obtener el tiempo observado para todos los conglomerados realizados con las señales correspondientes a la fuente de Cs-137, se obtuvo en promedio un valor de 274 [ns] con un error de 7 [ns].



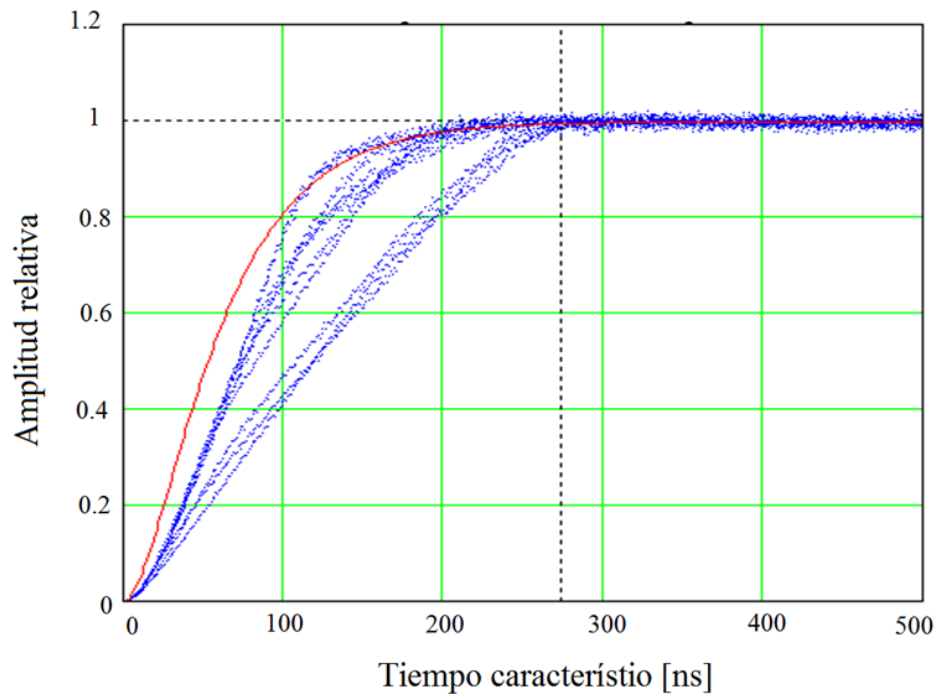
**Figura 6.4:** En azul se muestran los valores correspondientes a los diez conglomerados obtenidos utilizando la fuente de Cs-137, cuyo promedio correspondiente a  $274 \pm 7$  [ns] se muestra en verde y las líneas rojas definen el intervalo de confianza.

Utilizando el modelo matemático es posible encontrar tres temperaturas donde el conglomerado alcanza un valor observable igual al tiempo característico del Cs-137 de 274 [ns]; y la variación en el resultado de la temperatura se debe principalmente a la diferencia en el valor de velocidad de deriva utilizada.

Orientación	Tiempo [ns]	Temperatura [°K]
NAN	274	85
<111>	274	67
<100>	274	75

**Tabla 6.1:** Temperatura obtenida dependiendo de la orientación cristalográfica escogida utilizando fuente de Cs-137.

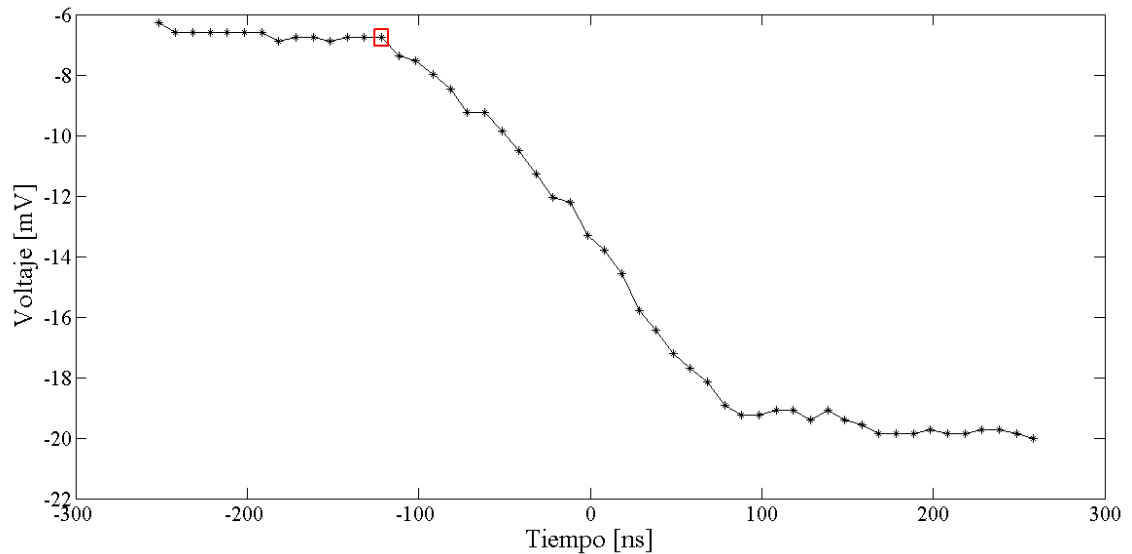
En esta tabla la temperatura está entre 67 [°K] y 85 [°K], pero al considerar que el detector se encuentra en contacto térmico con nitrógeno líquido cuya temperatura es de 77 [°K], entonces el rango de temperatura debe acotarse inferiormente a este valor y por lo tanto, se estima para el cristal de germanio entre 77 [°K] y 85 [°K].



**Figura 6.5:** Conglomerado obtenido al simular rayos gama de Cs-137 con un tiempo observado de 274 [ns] y sin considerar orientaciones cristalográficas.

## 6.2 Conformación del conglomerado de Am-137

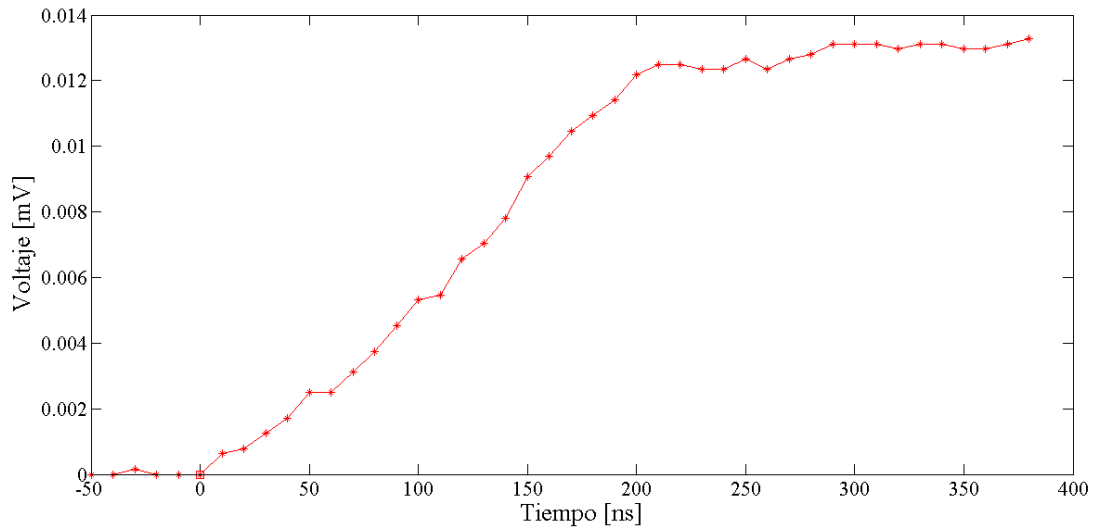
La señal adquirida al utilizar la fuente de Am-241 es de baja intensidad, por lo que el ruido electrónico la afecta en mayor medida. A continuación se muestra una señal capturada utilizando dicha fuente.



**Figura 6.6:** Señal típica obtenida utilizando la fuente de Am-241, en el recuadro rojo se muestra el punto escogido como inicial.

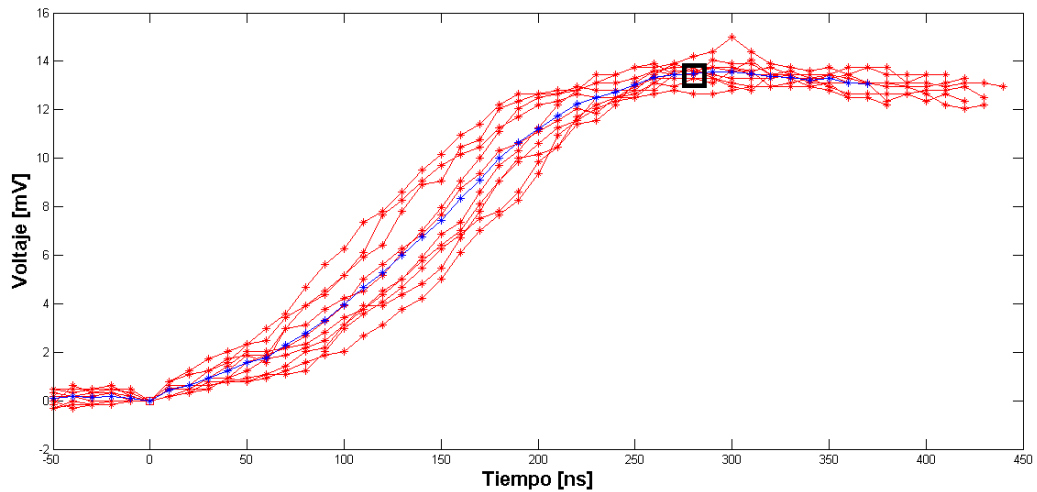
Al momento de escoger el punto que debe trasladarse, es necesario visualizar que en promedio los cinco puntos anteriores se mantengan constantes en intensidad y que los cinco puntos posteriores disminuyan en intensidad.

En la figura 6.7 se muestra como queda la señal luego de invertirla y posteriormente trasladarla al tiempo igual a cero.



**Figura 6.7:** Señal utilizando la fuente de Am-241 trasladada al punto (0,0) e invertida.

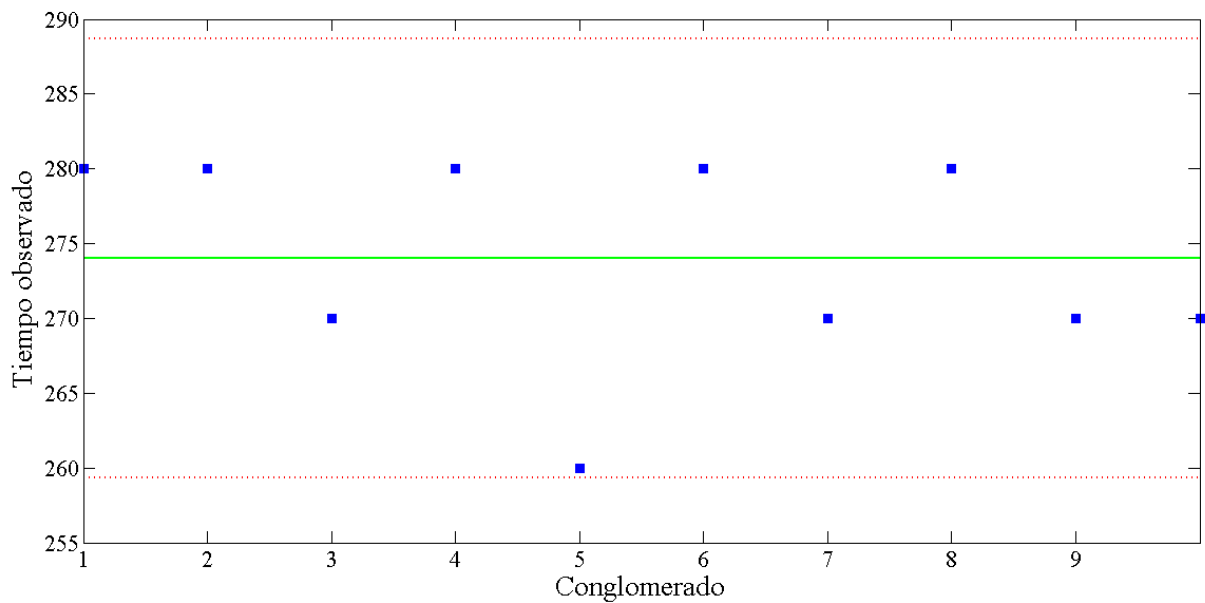
Al igual que en el caso del Cs-147, la conformación del conglomerado utilizando Am-241 corresponde a diez señales previamente invertidas y trasladadas; la figura 6.8 muestra un ejemplo de conglomerado para esta fuente.



**Figura 6.8:** En rojo se muestra el conglomerado obtenido utilizando la fuente de Am-241 y en azul se muestra el promedio de las señales que conforman el conglomerado. El recuadro muestra el punto en que el promedio alcanza un valor constante.

El tiempo característico de este conglomerado se mide desde el origen hasta que el promedio alcanza un valor constante, siendo en este caso dicho tiempo igual a 280 [ns].

Al conformar los conglomerados con todas las señales de Am-241 capturadas, se obtienen nueve tiempos característicos que se muestran en la figura 6.9



**Figura 6.9:** En azul se muestran los valores correspondientes a los nueve conglomerados obtenidos utilizando la fuente de Am-241, cuyo promedio correspondiente a  $278 \pm 10$  [ns] se muestra en verde y las líneas rojas definen el intervalo de confianza.

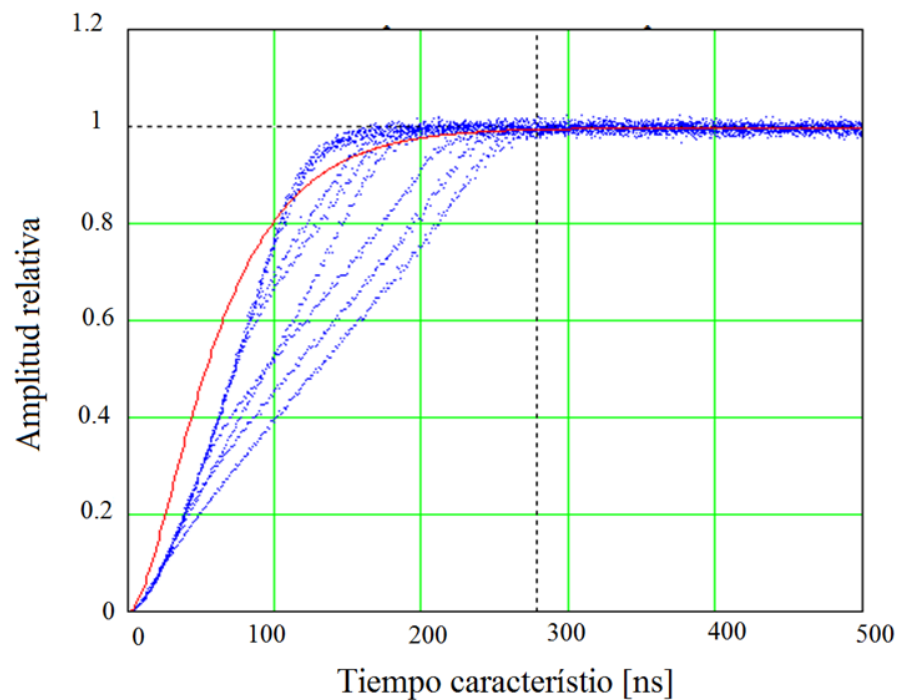
Utilizando el modelo matemático es posible encontrar tres temperaturas donde el conglomerado alcanza un valor observable igual al tiempo característico del Am-241 de 278 [ns]; y la variación en el resultado de la temperatura se debe principalmente a la diferencia en el valor de velocidad de deriva utilizada.



Orientación	Tiempo [ns]	Temperatura [°K]
NAN	278	85
<111>	278	68
<100>	278	75

**Tabla 6.2:** Temperatura obtenida dependiendo de la orientación cristalográfica escogida utilizando fuente de Am-241.

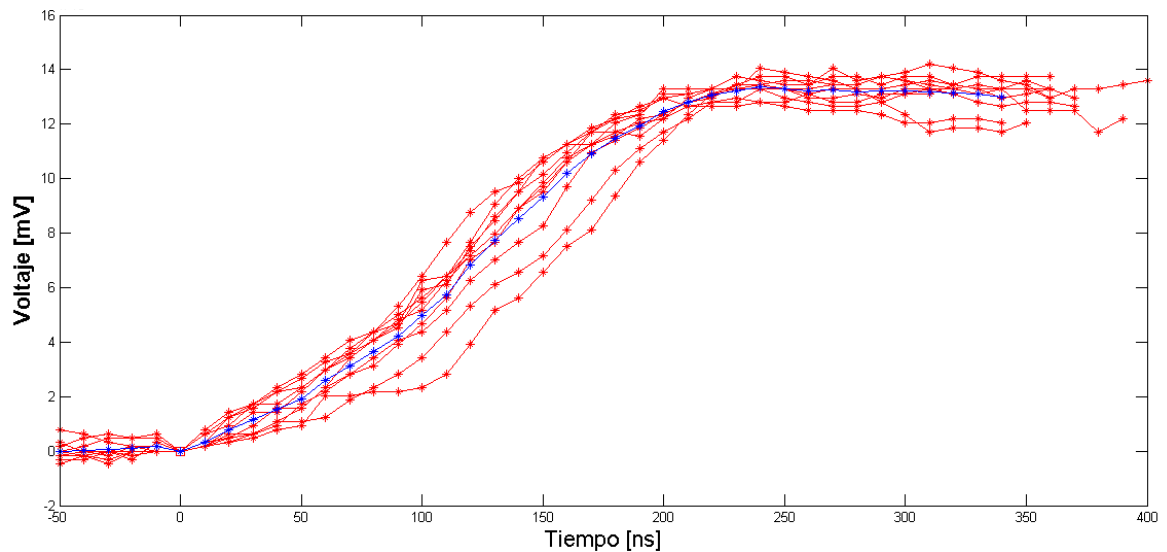
En esta tabla la temperatura está entre 68 [°K] y 85 [°K], pero al considerar que el detector se encuentra en contacto térmico con nitrógeno líquido cuya temperatura es de 77 [°K], entonces el rango de temperatura debe acotarse inferiormente a este valor y por lo tanto, se estima para el cristal de germanio entre 77 [°K] y 85 [°K].



**Figura 6.10:** Conglomerado obtenido al simular rayos gama de Am-241 con un tiempo observado de 278 [ns] sin considerar las orientaciones cristalográficas.

### 6.3 Resultados de la actividad 2.

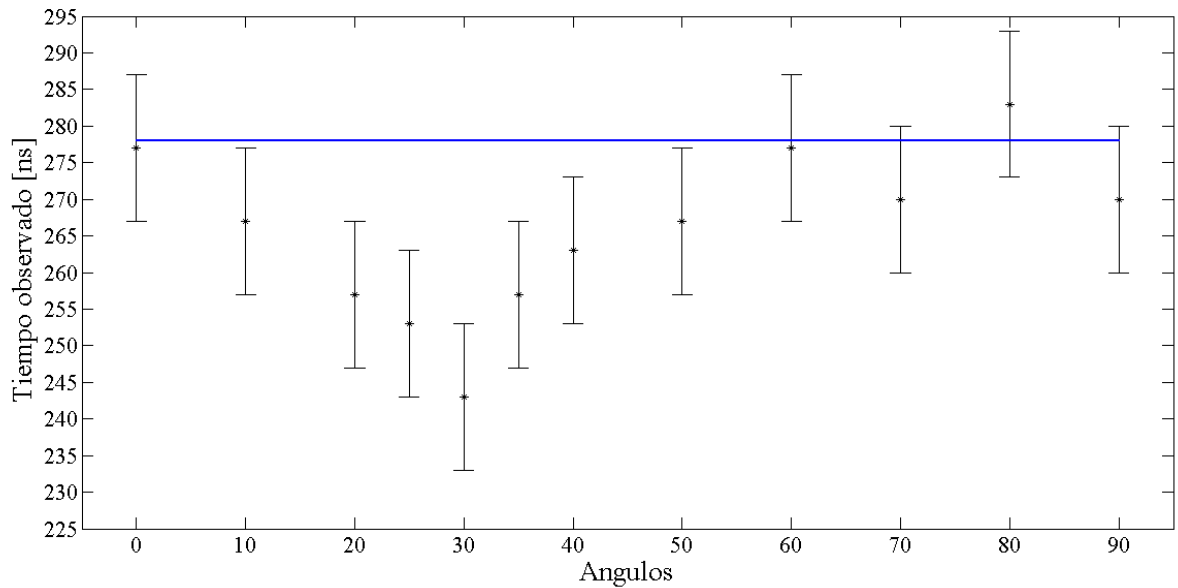
Por cada ángulo de incidencia del rayo gamma de Am-241 respecto al detector, se conformaron tres conglomerados; y al calcular el observable de tiempo correspondiente a cada uno, se halló que para ciertos ángulos de incidencia el valor decrece.



**Figura 6.11:** En rojo: Conglomerado característico, obtenido al utilizar una fuente de Am-241 con un ángulo de incidencia igual a  $30^\circ$ . En azul se muestra el promedio correspondiente a las señales que conforman el conglomerado, cuyo tiempo observado es de 240 [ns]

Cuando el ángulo de incidencia entre la fuente de Am-241 y el detector es de  $30^\circ$ , se obtiene que el tiempo observado del primer, segundo y tercer conglomerado es 240 [ns], 250 [ns] y 240 [ns] respectivamente. En la figura 6.11 se muestra el primer conglomerado obtenido y en el recuadro se muestra el punto correspondiente a 240 [ns] en que el promedio alcanza un valor constante.

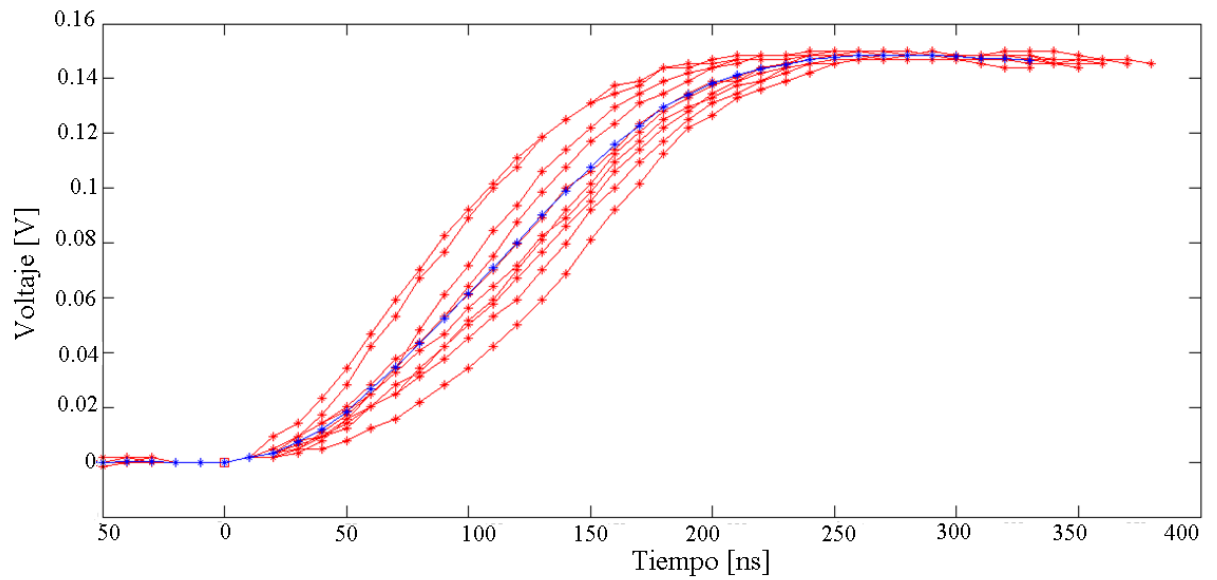
El promedio de los tiempos observados en los tres conglomerados correspondientes al ángulo de  $30^\circ$  es 243 [ns] y dista en un 12.5% del tiempo característico del Am-241 que es igual a 278 [ns].



**Figura 6.12:** En negro se muestran los tiempos promedios observados para cada ángulo de incidencia de la fuente de Am-241 con el detector. En azul se muestra el tiempo característico del Am-241 e igual a 278 [ns].

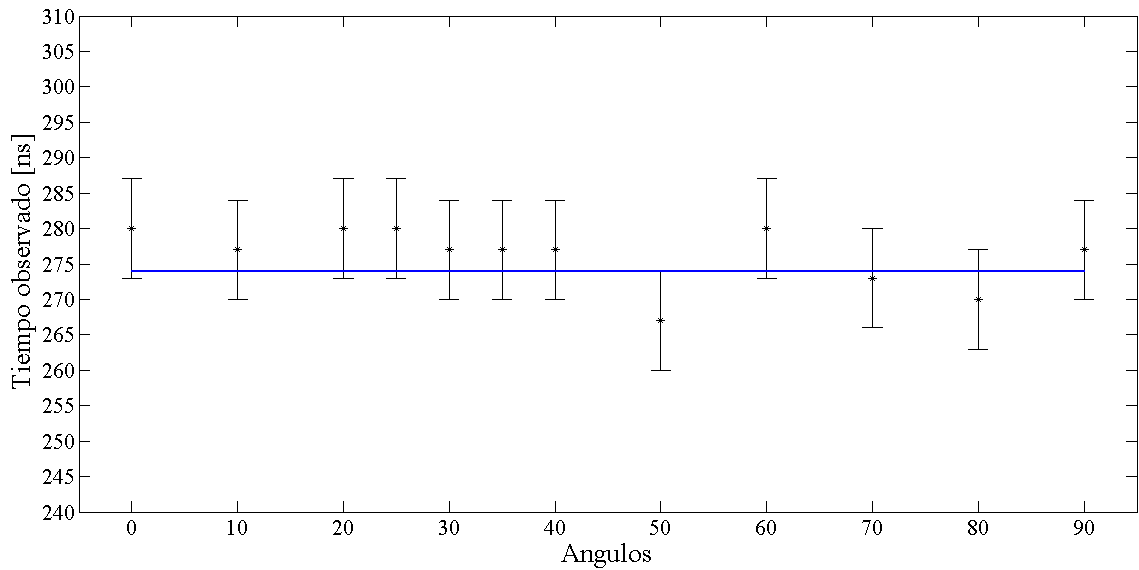
A medida que el ángulo es más cercano a 30°, el promedio de tiempo para cada conglomerado disminuye hasta alcanzar el mínimo en dicho ángulo, tal como se muestra en la figura 6.12. Además, cada valor de tiempo observado obtenido tiene un error igual al calculado en la actividad 1 que es  $\pm 10$  [ns].

Cuando se utiliza la fuente de Cs-137 con un ángulo de incidencia igual a 30°, el tiempo observado del primer, segundo y tercer conglomerado obtenido es 270, 280 y 280 respectivamente. En la figura 6.13 se muestra el primer conglomerado y en el recuadro se ve el punto donde el promedio comienza a tener un valor constante.



**Figura 6.13:** En rojo: Conglomerado característico, obtenido al utilizar una fuente de Cs-137 con un ángulo de incidencia igual a  $30^\circ$ . En azul se muestra el promedio correspondiente a las señales que conforman el conglomerado, cuyo tiempo observado es de 270[ns].

El promedio de los tiempos observados en los tres conglomerados correspondientes al ángulo de  $30^\circ$  es 277 [ns] y no tiene una diferencia significativa con el tiempo característico del Cs-137 que es igual a 274 [ns].



**Figura 6.14:** En negro se muestran los tiempos promedios observados para cada ángulo de incidencia de la fuente de Cs-137 con el detector. En azul se muestra el tiempo característico del Cs-137 e igual a 274 [ns].

En general, los tiempos obtenidos utilizando la fuente de Cs-137 no tienen una diferencia significativa respecto al tiempo característico. Tal como lo muestra la figura 6.14.

Al comparar los resultados obtenidos con ambas fuentes y para distintos ángulos de incidencia, es posible notar que utilizando la fuente de Am-241 se insinúa una anisotropía que no es posible notar con la fuente de Cs-137.

## 7 Conclusión

En este trabajo se observaron los pulsos provenientes de un detector de germanio tipo HPGe haciendo uso de un osciloscopio digital, y se desarrolló un método de medición de los tiempos característicos para una fuente de rayos gamma Am-241 y Cs-137, considerando que el detector fue utilizado tal como viene originalmente montado dentro de una capsula sellada, donde no es posible medir directamente la temperatura en el interior.

El conjunto de pulsos aleatorios adquiridos se contrastó con un determinado modelo matemático que se define a través de todas las características del detector; dichos pulsos adquiridos poseen un tiempo de crecimiento diferente y se generan en distintos puntos dentro del volumen activo, pero pertenecen al pico de absorción total porque al juntarlos en un conglomerado, conforman y confluyen de la misma manera cuando llegan al máximo, debido a que la estructura del detector se mantiene para cada pulso.

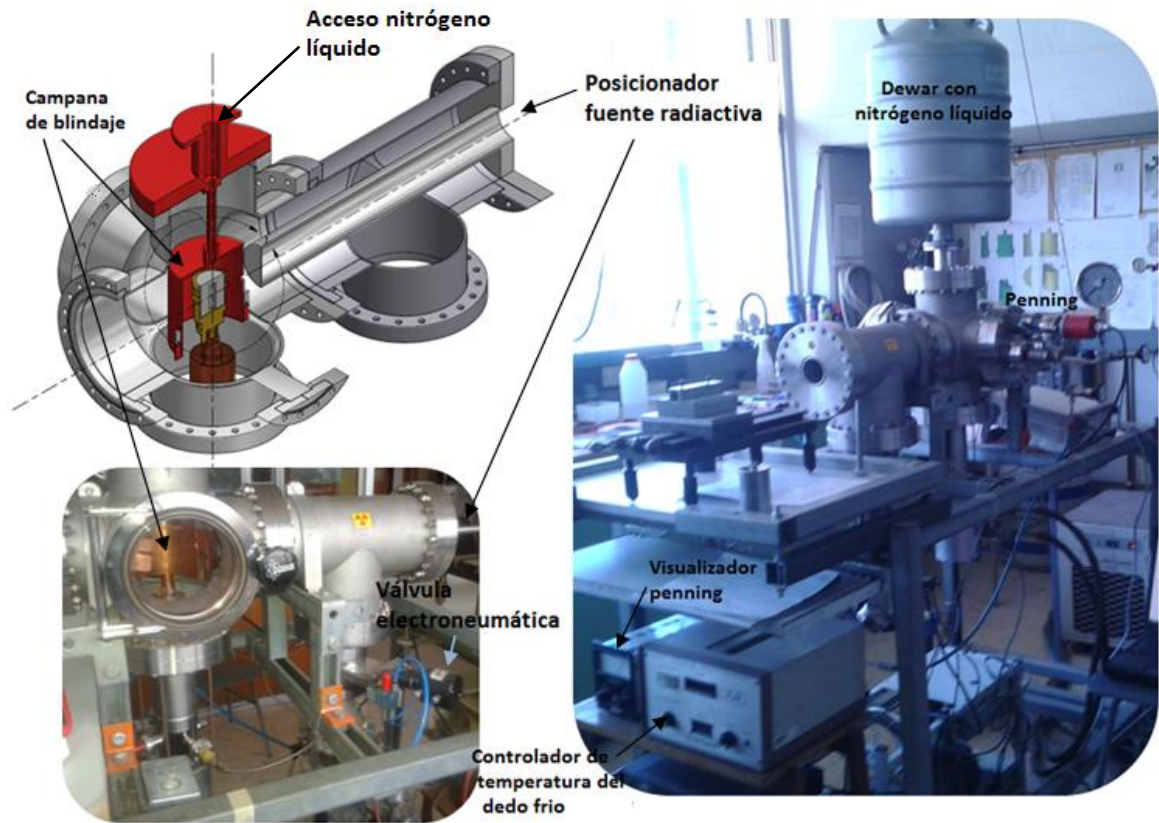
También se definió un método para conformar los conglomerados según el tipo de fuente gamma utilizada y pudo calcularse un tiempo característico igual a  $274 \pm 7$  [ns] para la fuente de Cs-137 y  $278 \pm 10$  [ns] para la fuente de Am-241. Además los conglomerados tienen la forma pronosticada por el modelo y al comparar el tiempo característico con dicho modelo, pudo estimarse que la temperatura en el detector puede estar entre 77 [°K] y 85 [°K]. Este rango obtenido se debe a que el modelo matemático no discrimina que velocidad de deriva debe utilizarse.

Usando rayos gamma provenientes de la fuente Cs-137, no se observó anisotropía al variar el ángulo de incidencia con el detector, lo cual se debe a que los eventos múltiples producidos por estos rayos se distribuyen aleatoriamente dentro de todo el volumen activo del cristal. Mientras que al utilizar rayos gamma provenientes del Am-241, se observa que a medida que varía el ángulo de incidencia con el detector existe un mínimo a los  $30^\circ \pm 7^\circ$ , donde el tiempo observado es  $243 \pm 10$  [ns]. Por lo cual se manifiesta una anisotropía debido a la posible acción de la orientación del cristal, sin embargo no se

pudo dilucidar el mecanismo en detalle de los ejes cristalinos porque lo obtenido es una superposición de efectos.

Las mediciones se relacionan a través del modelo matemático con distintas características del detector, una de las cuales es fijar la temperatura del detector y ver el tipo de concordancia que hay entre la velocidad de deriva propuesta por distintos autores, incluyendo posibles anisotropías que implican dependencias de la orientación del cristal en la velocidad de deriva, complicando el modelo para predecir temperatura.

Este trabajo se encuentra dentro de un proyecto mayor (ver figura C1), donde se pretende obtener los tiempos característicos en función de la temperatura medida y contrastar con distintas propuestas referenciadas de velocidad de deriva, para proponer mediante el modelo matemático la temperatura interna del detector en la cápsula de fábrica. Por lo cual, el método de obtención y conformación de los conglomerados, las precisiones obtenidas y las dispersiones en la medición correspondientes a una determinada temperatura serán utilizados en dicho proyecto por la Sección de Desarrollo Innovativo de la Comisión Chilena de Energía Nuclear.



**Figura 7.1:** *Izquierda arriba:* Imagen de la cámara de vacío con una vista isométrica. *Izquierda abajo:* Muestra de la cámara donde se pondrá el cristal de germanio hiperpuro. *Derecha:* Imagen global de la cámara de vacío. La campana de blindaje actúa como bomba de vacío y blindaje térmico.

El detector HPGe se desmontará de su cámara original para trasladar el cristal de germanio a la cámara de vacío que alcanza presiones del orden de  $1 \cdot 10^{-7}$  [torr], cuyo objetivo es verificar los resultados publicados de velocidad de deriva al contrastarlos con el modelo matemático; para ello se utilizarán temperaturas controladas con un rango entre 65 [°K] y 120 [°K].



## Referencias

1. **G.F.Knoll.** *Radiation Detection and Measurement*. 3rd edition. 2000.
2. **Bertolini.** *Semiconductor Detectors*. [ed.] Coche editors. s.l. : North Holland, Co. 1968.
3. *Electron drift velocity and diffusivity in germanium.* **C. Jacobini, F. Nava, C. Canali, G. Ottaviani.** 2, Julio 15, 1981, Physical Review B., Vol. 24.
4. *Electron and Hole Drift Velocity Measurements in Silicon and Their Empirical Relation to Electric Field and Temperature.* **C. Canali, G. Majni, R. Minder, G. Ottaviani.** Noviembre 1975, IEEE Transactions on Electron Devices.
5. **Chen, Mark.** *sitio Web Department of Physics, Queen's University.* [Online] 2010. <http://www.physics.queensu.ca/~phys352/lect17.pdf>.
6. **Neil W. Ashcroft, N. David Mermin.** *Solid State Physics*. 1980. p. 126.
7. **EG&G ORTEC.** *Experiments in Nuclear Science*. 1984. AN34.
8. **M.Martini,** , Oak Ridge : EG & G ORTEC, TN.
9. **Goulding, Fred S.** *Semiconductor Detectors for Nuclear Spectrometry*. Berkeley : University of California, 1965. UCRL-16231.
10. **al., G. H. Nakano et.** N° 1, 1977, Vols. IEEE NS-24, p. 68.
11. **S.M.SZE.** *Physics of Semiconductor Devices*. s.l. : Wiley-Interscience, 1969. p. 24.
12. *Hole drift velocity in high-purity Ge between 8 and 220 °K.* **G. Ottaviani, C. Canali, F. Nava, J. W. Mayer.** 2917, 1973, Journal of Applied Physics, Vol. 44.
13. **Leo, William R.** *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. s.l. : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1987. ISBN 3-540-17386-2.
14. *Hole drift velocity in germanium.* **L. Reggiani, C. Canali, F. Nava, G. Ottaviani.** 6, Septiembre 15, 1977, Physical Review B, Vol. 16.
15. **D.Evans, Robley.** *The Atomic Nucleus*. Bombay : McGraw-Hill, 1955.
16. **Parks, James E.** *Compton Scattering and Gamma Ray Spectroscopy*. University of Tennessee. 2004.

## Apéndice

### Integración de la función de carga en el detector HPGe.

El campo eléctrico en una configuración coaxial completa:

$$\varepsilon(r) = -\frac{V_0 + \frac{1}{4}\left(\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)(b^2 - a^2)}{\ln b/a} \cdot \frac{1}{r} + \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)r$$

Sea:

$$C_0 = \frac{V_0 + \frac{1}{4}\left(\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)(b^2 - a^2)}{\ln b/a}$$

$$C_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}\right)$$

$$v_e \approx \bar{v}_e \text{ y } v_h \approx \bar{v}_h$$

Por lo tanto, la función de carga para electrones es:

$$Q_e = -\frac{2\varepsilon_0}{V_0} \int_{x_0}^{x_0+r} \varepsilon(r) dr$$

$$Q_h = \frac{2\varepsilon_0}{V_0} \int_{x_0-r}^{x_0} \varepsilon(r) dr$$

Integración de  $Q_e$ :

$$\begin{aligned} Q_e &= -\frac{2\varepsilon_0}{V_0} \int_{x_0}^{x_0+r} \left( -\frac{C_0}{r} + C_1 r \right) dr \\ &= C_0 \{ \ln(x_0 + r) - \ln(x_0) \} + C_1 \{ (x_0 + r)^2 - x_0^2 \} \\ &= C_0 \left\{ \ln \left( \frac{x_0 + r}{x_0} \right) \right\} + C_1 \{ r^2 + 2x_0 r \} \\ &= C_0 \left\{ \ln \left( 1 + \frac{r}{x_0} \right) \right\} + C_1 \{ r^2 + 2x_0 r \} \\ &= C_0 \left\{ \ln \left( 1 + \frac{vt}{vt_0} \right) \right\} + C_1 \{ v^2 t^2 + 2x_0 vt \} \end{aligned}$$

$$Q_e = C_0 \left\{ \ln \left( 1 + \frac{t}{t_0} \right) \right\} + C_1 \{ v^2 t^2 + 2x_0 vt \}$$