

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
Departamento de Física



**Propuesta didáctica para el estudio de la trigonometría en segundo
medio utilizando la
metodología de aprendizaje basado en problemas.**

Leonel Roberto Contreras Sade
Bryan Hugo Quijanes Ortega
Ronaldo Patricio Ramírez Fuenzalida

Profesor Guía:

Felipe David Márquez Salinas

**Tesis para optar al Grado de Licenciado
en Educación de Física y Matemática.**

Santiago – Chile

2017

284737 © Leonel Roberto Contreras Sade, 2017.

Licencia CreativeCommons Atribución-NoComercial Chile 3.0

**Propuesta didáctica para el estudio de la trigonometría en segundo medio
utilizando la metodología de aprendizaje basado en problemas.**

Leonel Roberto Contreras Sade

Bryan Hugo Quijanes Ortega

Ronaldo Patricio Ramírez Fuenzalida

Este trabajo de graduación fue elaborado bajo la supervisión del profesor guía Sr. Felipe Márquez Salinas, del Departamento de Física y ha sido revisado por los siguientes profesores correctores, la Sra. Claudia Matus y el Sr. Manuel Galaz.

Sr. Felipe Márquez
Profesor Guía

Sra. Claudia Matus
Profesora correctora

Sr. Manuel Galaz.
Profesor corrector

Enrique Cerda Villablanca
Director

RESUMEN

Una de las consecuencias de la modificación curricular realizada en 2009 fue la eliminación de los contenidos de trigonometría en el plan común de tercero medio, pasando estos al área electiva. Algunas de las razones de este cambio fueron, de acuerdo con un experto del área curricular del ministerio consultado, alivianar la gran cantidad de contenidos que se enseñaban en el plan común de matemática y la poca motivación en los estudiantes frente a la forma en que se abordaba la trigonometría. Sin embargo, los resultados no fueron positivos y se produce una brecha en las habilidades matemáticas de alumnos, además de bajos resultados en matemática a nivel internacional y una enseñanza de la matemática descontextualizada y centrada en el docente.

La modificación curricular del 2015 trajo consigo la reincorporación de la trigonometría al plan común de segundo medio, lo que hace muy probable que se repitan los mismos problemas ocurridos cuando era impartida en tercero medio, por lo que se deberían tomar medidas con respecto a la forma en que se enseña, buscando evitar que los alumnos vuelvan a tener las mismas dificultades.

En base a lo anterior, se diseñó una propuesta didáctica de acuerdo con el objetivo de aprendizaje número ocho (OA8) fijado en las bases curriculares de 2015 para el contenido de trigonometría. Dicha propuesta se elaboró usando la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), buscando promover un aprendizaje activo que contribuya a alcanzar un aprendizaje significativo y un mayor desarrollo de las habilidades y actitudes exigidas en el currículo, mediante la utilización de un problema real, anidado en el contexto nacional actual.

Se construyó una secuencia didáctica de seis clases, con sus respectivas guías de aprendizaje para los alumnos y material de apoyo para el docente. El material didáctico fue validado por profesores de aula con más de veinte años de experiencia y una experta en evaluación.

Palabras clave: trigonometría, seno, coseno, tangente, aprendizaje basado en problemas (ABP).

ABSTRACT

One of the consequences of the curricular modification of 2009, was the elimination of the contents of trigonometry for the common syllabus of eleventh grade, putting them in the specific area. Some of the reasons for this change were, according with a curricular expert from the Ministry of Education, to lighten the huge amount of contents taught in math's and due to the student's limited motivation to learn said content. The results were not positive, because by letting that unit out, the skill gap in mathematics between students oriented towards careers related to exact sciences and those oriented towards other fields grew excessively.

The curricular Modification in 2015, brought the reincorporation of trigonometry in the school syllabus of tenth grade, this makes highly probable that the same problems that happened when trigonometry was implemented in eleventh grade repeat themselves, because of this some measures should be taken with regards to the way in which trigonometry is taught, with the goal of avoiding that students have the same difficulties once more.

Based on the above, a didactic proposal was designed according to the learning objective number eight, set by the 2015 curricular bases for trigonometry. This proposal was created using PBL (Problem Based Learning) methodology, aiming for an improvement in the way that the students understand the content and a better development of the skills and attitudes demanded by the curriculum, by using a real problem, nested in the actual national context.

The didactic sequence build has six classes, all with their own learning guides for the students and guiding material for the teacher. This didactic material was validated by teachers with more than a decade of experience, and additionally an evaluation expert.

Key words: trigonometry, sine, cosine, tangent, problem based learning (PBL)

Agradecimientos

“Quel pittore, che no’ dubita, poco aquista”

Aquel pintor que no duda no progresa

Leonardo da Vinci

Gracias a todos quienes contribuyeron a hacer más amena la elaboración de esta tesis, o fresco, donde cada día dábamos pinceladas. Disfruté bastante las muchas y distendidas conversaciones que, de tanto en tanto, se generaron en torno a cosas tan risibles como la pedantería. Y más de alguna vez terminamos riéndonos de alguna entretenida anécdota acerca de la rivalidad entre Leonardo da Vinci y Miguel Ángel. Lo que bastaría para darme por pagado. Creo que me bebí todas las energéticas de la galaxia, no exagero...

A mi juicio, el trabajo queda al debe...Por tiempo, imagino. Con todo, logré sumergirme en el tema y, de pronto, me vi entretenido. Supongo que eso dice algo, o mucho...

Gracias a mi familia por el apoyo.

Gracias a Dios...

Cote, te amo.

Leonel Roberto Contreras Sade

Agradecimientos

Por sobre todo doy gracias a mi familia, siempre me apoyaron en todas mis decisiones fueran buenas o malas. Aunque no lo diga muy seguido, los quiero mucho. En especial quiero dar gracias a mi padre por darse el trabajo de ir a dejarme cada día al terminal de buses a las seis de la mañana y a mi madre por siempre despertarme con paciencia.

Quiero agradecer a todos los profesores que pasaron por mi vida, ellos hicieron nacer en mi ese deseo por ser un buen docente en lugar de un mero instructor, todos me enseñaron a ser mejor persona y siempre estuvieron dispuestos a darme su tiempo, su amistad, sus consejos y sobre todo una casi ilimitada paciencia.

Agradezco también al profesor Ernesto Alabarce, por darse el tiempo de responder a cada una de mis preguntas, lo que resulto muy valioso para el desarrollo de esta propuesta, y demostrar que a pesar de la importancia del cargo que ocupemos siempre debemos demostrar voluntad para enseñar.

Bryan Hugo Quijanes Ortega

Agradecimientos

Ha pasado varios meses desde ese día en que me dije hacer una tesis basado en la trigonometría, ya que me interesó el tema sobre todo porque fue retirado del currículo escolar y vuelto a incorporar. Sabía que no iba a ser nada fácil, que acepten mi idea, encontrar grupo, plantear el enfoque, buscar información, etc. pero puedo decir que me siento orgulloso de este proyecto que hemos logrado.

Quiero agradecer a mi madre Patricia Fuenzalida, a mi hermana Patricia Ramírez, a mi hermano Rudolf y a mi cuñada Claudia Adonis, quienes me apoyaban y animaban cuando estaba agotado, y pensaba en desistir, me hicieron seguir adelante. Un agradecimiento especial a mi hermana Rosemarie Ramírez, quien me apoyaba y me aconsejaba cada vez que lo requería, además de considerarla un ejemplo a seguir, y a mi mejor amiga Valeska Valenzuela, quien estaba ahí cada vez que lo necesitaba.

Es imposible no estar agradecido de mis profesores, sobre todo a quienes me ayudaron en mi formación tanto profesional como personal durante mi periodo en la universidad. Un especial agradecimientos a mis profesores Viviana Gutiérrez, Andrea Zúñiga, Marco González, Nicolás Garrido, Macarena Soto y Silvia Tecpan, siendo esta última con quién conversé para que sea mi profesora guía de esta tesis, sin embargo, aun cuando me agradeció por considerarla, no podía por estar ocupada con un tema de tesis definida con otro grupo.

También, agradezco a mi profesor guía de práctica final Jorge Nahuelfil y al curso de tercero medio 2017 del Colegio Villa España por la voluntad de participar en la sección de “sentir de los estudiantes”, y la facilidad que me dio el docente mencionado para aplicar la encuesta con el fin de saber como afecta el modo de enseñar cuando se usa la didáctica de enseñanza más activa.

Para finalizar, quiero agradecer a nuestro profesor Felipe Márquez, quien me sugirió la idea de realizar un aprendizaje basado en problemas y por su preocupación por el avance de nuestra tesis, a pesar de las múltiples actividades que realiza.

Ronaldo Ramírez Fuenzalida

TABLA DE CONTENIDOS

Introducción.....	1
Capítulo 1: Antecedentes y formulación del problema.....	3
1.1. Ley de la educación	3
1.3. Definición del problema	6
1.3.1. Resultados de pruebas internacionales.....	6
1.3.2. Didáctica de la enseñanza basada en la exposición	9
1.4. Objetivos	13
1.4.1. Objetivo general	13
1.4.2. Objetivos Específicos.....	13
Capítulo 2: Marco Teórico.....	15
2.1. Qué es una unidad didáctica	15
2.1.1 Criterios para la definición de finalidades/objetivos.....	16
2.1.2. Criterios para la selección de contenidos.	17
2.1.3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos	19
2.1.4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades.....	20
2.1.5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.....	22
2.1.6. Criterios para la organización y gestión del aula	22
2.2. El método científico como ABP	22
2.3. Antecedentes, características y variantes del ABP.....	23
2.3.1. Antecedentes	24
2.3.2. Proyectos ABP que fueron aplicados de manera positiva.....	25
2.3.3. Características	30
2.3.4. Variantes del ABP	31
2.3.5. Aprendizajes previos y ABP.....	33
2.5. El problema como motor de la metodología ABP	34
2.6. Resolver problemas según Polya y su relación con el ABP.....	37
2.7. El efecto Ringelmann, o “el problema del polizón”.....	40
2.7.1. Tamaño óptimo de un equipo	41
2.7.2. Diversidad y competencia en los equipos.....	42
2.7.3. Equipos de trabajo en el ABP	42
2.9. Breve historia de la trigonometría.....	44
2.9.1. Primeros indicios de la trigonometría.....	44
2.9.2. Grecia; la cuna de la trigonometría.....	45

2.9.3. Trigonometría en la cultura hindú	46
2.9.4. Trigonometría en la cultura árabe	47
2.10. Aplicaciones de la trigonometría.....	47
Capítulo 3: Creación de la Propuesta Didáctica.....	49
3.1. Objetivos de la unidad	49
3.1.1 Objetivos de aprendizaje.....	49
3.1.2. Habilidades asociadas a los objetivos de aprendizaje	50
3.1.3. Actitudes por desarrollar en la propuesta	51
3.2. Secuenciación de los contenidos:	51
3.2.1 ABP y ABPr	51
3.2.2 Variante ABP utilizada.	52
3.3. Descripción general de la propuesta	55
3.4. Selección de contenidos de la unidad	59
3.5. Situación a desarrollar.....	62
3.6. Secuencia Didáctica por Clase.....	63
3.6.1 Primera clase: Entendiendo el problema.....	63
3.6.2. Segunda clase: Generando un plan.	63
3.6.3. Tercera clase: Ensamblaje y prueba del instrumento.....	63
3.6.4. Cuarta clase: Preparando nuestros resultados.	64
3.6.5. Quinta clase: presentando nuestros resultados.	64
3.6.6. Sexta clase: sistematización de aprendizajes	64
3.7. Validación de la propuesta	64
3.7.1. Validación primera clase	65
3.7.2. Validación segunda clase.	67
3.7.3. Validación tercera clase	68
3.7.4. Validación cuarta y quinta clase	69
3.7.5. Validación sexta clase.....	70
3.7.6. Validación rúbricas	71
Conclusiones.....	72
Referencias Bibliográficas	76
Anexo	80
Anexo 1: Entrevista a Ernesto Alabarce Villagrán	80
Anexo 2: Encuesta de actividad didáctica	86
Comparación entre los resultados de las preguntas de alternativas	88
Anexo 3: Encuesta de validación	91

Encuestas de validación clase 1: comprendiendo el problema.....	93
Encuestas de validación clase 2: generando un plan.....	95
Encuestas de validación clase 3: ensamblaje y prueba del instrumento	97
Encuestas de validación clases 4 y 5: Preparando nuestros resultados y presentación	99
Encuestas de validación clase 6: Formalización	102
Anexo 4: Guía de indicaciones para el docente.....	104
Clase 1: Entendiendo el problema	109
Clase 2: Generando un plan	115
Clase 3: Ensamblaje y prueba del instrumento.	129
Clase 4: Preparando nuestros resultados.....	135
Clase 5: Presentación y defensa de resultados.....	138
Clase 6: Sistematización de los contenidos.....	142

Índice de Tablas

Capítulo 1

Tabla 1.1: Resultados PISA en matemáticas (OCDE, 2015, p. 34)	7
Tabla 1.2: Puntaje promedio por dependencia (OCDE, 2015)	8
Tabla 1.3: Aplicaciones de la trigonometría antes del trabajo de campo	12
Tabla 1.4: Aplicaciones de la trigonometría después del trabajo de campo	13

Capítulo 2

Tabla 2.1: objetivos específicos (Allal, 1991).....	17
Tabla 2.2: resultados pre-test grupo experimental (Ocampo, 2015).	26
Tabla 2.3: resultado pre-test grupo control (Ocampo, 2015).....	27
Tabla 2.4: resultados post-test grupo experimental (Ocampo, 2015).	27
Tabla 2.5: resultados post-test grupo control (Ocampo, 2015).	28
Tabla 2.6: Resultados pre-test de pensamiento crítico (Curiche, 2015).	29
Tabla 2.7: Resultados de post-test de pensamiento crítico (Curiche, 2015).....	29
Tabla 2.8: “lo que se sabe” en el ABP (Tabla de elaboración propia).....	33
Tabla 2.9: comparación de los pasos de Polya y Landsberger	39

Capítulo 3

Tabla 3.1: Habilidades asociadas a los objetivos de aprendizaje (MINEDUC, 2015).....	50
Tabla 3.2: Contenidos a desarrollar en la unidad (Elaboración propia).	60

Índice de Ilustraciones

Capítulo 1:

Imagen 1.1: Comparación de los resultados PISA de Chile con respecto a países de la OCDE (OCDE, 2015, p. 28)	8
--	---

Capítulo 2

Imagen 2.1: Criterios para la selección de contenidos (Elaboración propia)	18
Imagen 2.2: Mapa conceptual de elaboración propia sobre tipos de triángulos (Elaboración propia)	20
Imagen 2.3: Esquema de relación profesor - alumno - material didáctico. (Sanmartí, 2000)	21
Imagen 2.4: Ciclo de ABP sin resolución del problema (Sanmartí, 2000).....	35
Imagen 2.5: Ciclo de ABP con resolución del problema (Sanmartí, 2000).	36
Imagen 2.6: Gráfico del efecto Ringelmann (Stangor, 2011) (Traducción propia).	40
Imagen 2.7: Imagen del problema 56 (Elaboración propia).....	44
Imagen 2.8: Fotografía de Plimpton 322.....	45

Capítulo 3

Imagen 3.1: Pensamiento reflexivo mediante el ABP (Barrell, 1999).....	55
Imagen 3.2: Estructura de la secuencia didáctica, clases y pasos del ABP.	56

Introducción

En este Seminario de Grado se presenta la elaboración de una propuesta didáctica para el estudio de las razones trigonométricas. La propuesta incorpora la utilización de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) con la finalidad de promover un aprendizaje activo y centrado en los estudiantes, así como también adquirir las competencias necesarias para desenvolverse en grupos heterogéneos y generar mejores relaciones interpersonales, como lo indican las nuevas Bases Curriculares (BC) del año 2015, en sus apartados de Principios valóricos y Orientaciones para el Aprendizaje. Los contenidos abordados en esta propuesta se enmarcan en el Eje de geometría de la asignatura de Matemática para el nivel de segundo año medio de las BC.

En el marco de antecedentes (Capítulo 1:) se revisan los cambios que ha experimentado el currículo nacional con respecto a los contenidos de trigonometría, junto con los motivos que los originaron. Para esta labor se contó con uno de los expertos curriculares del MINEDUC. En palabras de Alabarce (2017): “En términos de edades cognitivas y en procesos madurativos, entre alumnos y alumnas que están entre segundo y tercero medio, no hay gran diferencia, o sea, un alumno de primer semestre de tercero medio y un alumno de segundo semestre de segundo medio no tienen capacidades muy distintas”. De acuerdo a lo anterior, se infiere que las dificultades de aprendizaje entre alumnos de ambos niveles son similares y que si antes de 2009, para alumnos de tercero medio, la trigonometría se presentaba como innecesaria y abstracta, para alumnos de segundo medio en 2018 la situación no será distinta. También, se presentan los resultados que han obtenido los estudiantes chilenos en las evaluaciones estandarizadas de matemática del programa PISA de la OCDE, haciendo hincapié en el nivel de Chile en comparación con otros países con condiciones económicas similares a su realidad. Las dificultades en la enseñanza de la trigonometría en el país sumada a los bajos resultados en pruebas estandarizadas constituyen la base a partir de la cual se enuncian los objetivos del seminario y su justificación.

En el marco teórico (Capítulo 2: Marco Teórico) se presenta el sustento teórico de los elementos que se utilizaron en el diseño de la propuesta didáctica. En primer lugar, se entregan algunas sugerencias para la construcción de la unidad. En segundo lugar, se muestran algunos antecedentes históricos de la metodología, variantes, sus principales características y evidencia de proyectos exitosos donde se ha implementado. En tercer lugar, se exponen sucintamente los pasos de Polya para la resolución de problemas, “el efecto Ringelmann” junto a algunas consideraciones en la formación de los grupos de trabajo en aula y, finalmente, se entregan datos históricos acerca de la trigonometría en diversas culturas.

En la creación de la unidad (Capítulo 3: Creación de la Propuesta Didáctica), se utilizan los elementos del marco teórico para construir la unidad didáctica y todo el material que la compone, siguiendo los criterios orientadores definidos en la literatura. Adicionalmente, se presentan los argumentos que justificaron su diseño. Luego, se muestra la validación de expertos, de los cuales 3 son docentes con más de una década de experiencia en aula y una experta adicional que cuenta con especializaciones en evaluación.

Capítulo 1: Antecedentes y formulación del problema

En el siguiente capítulo se mencionan los antecedentes legales, leyes y decretos, que han tenido como resultado una inestabilidad de la trigonometría dentro del currículo nacional. Además, nos adentramos a las razones que han ocasionado estos cambios desde la perspectiva de un experto curricular del ministerio de educación.

1.1. Ley de la educación

En 1990 se promulgó la Ley N°18.926 o Ley Orgánica Constitucional de la Educación (LOCE), donde se establecieron y regularon los requisitos mínimos que debían cumplir los establecimientos educacionales, los contenidos a ser enseñados por los docentes y el rol de cada participante de la comunidad educativa (MINEDUC, 1990).

En el 2009, con la promulgación de la Ley 20.370 o Ley General de Educación (LGE), se reemplazó el decreto N°220 por el N°254 para la enseñanza media, con el fin de ajustar el marco curricular ya existente (MINEDUC, 2009). De acuerdo a la opinión de Alabarce, (Ver: Anexo 1: Entrevista a Ernesto Alabarce Villagrán) el objetivo de estos ajustes era que los contenidos enseñados en las aulas debían tener cierta equivalencia con el enfoque existente en los currículos internacionales y cumplir las nuevas demandas sociales exigidas al proceso educativo. Para el cumplimiento de esas metas, se basaron en pruebas estandarizadas como TIMSS y PISA, ambas, caracterizadas por medir los conocimientos y destrezas de los estudiantes de un país, dándole un mayor enfoque a las habilidades y adecuando los contenidos para su aplicabilidad al mundo real.

Por esos años, y considerando las tendencias internacionales, se pensaba que “las bases curriculares de matemáticas del MINEDUC eran muy densas” (Alabarce, 2017) y para comprobarlo, con los miembros encargados (con décadas de experiencia) a la cabeza, se realizaron una serie de investigaciones en diversos colegios y liceos del país, arribando a la conclusión de que el currículo en matemática de tercero y cuarto medio en plan común era muy abultado. En respuesta a estos datos, se separaron ciertos contenidos más abstractos en un plan electivo, el cual iba dirigido a estudiantes con aspiraciones matemáticas de nivel superior. Con todo, la idea no llegó a buen puerto, producto de un cambio de mandato presidencial, y los contenidos que iban a ser agregados al plan diferenciado terminaron sin ser enseñados.

Uno de los contenidos que fue retirado es la trigonometría, debido a que la evidencia señaló que era una unidad abstracta, además de que se generaba un rechazo a las matemáticas ya que la mayoría de los alumnos encontraba absurdo resolver ejercicios, como calcular

distancias, usando este tópico cuando podía usarse el teorema de Thales, e incluso, midiendo en forma directa con una huincha. En definitiva, los problemas planteados para que los estudiantes los resuelvan con trigonometría, tales como medir distancias, alturas de edificios o lados de un triángulo rectángulo, terminan siendo aplicaciones monótonas y genéricas que invisibilizan el verdadero sentido de aprender trigonometría, lo que se traduce en un rechazo hacia este tema y hacia la matemática en general.

1.2.1. Modificación a la Ley General de Educación (LGE)

El año 2015 se promulga el decreto supremo de educación N°369, el cual hizo un nuevo cambio en las bases curriculares de séptimo básico a segundo medio, cuyos artículos 29 y 30 buscan objetivos generales de la educación en el ámbito del conocimiento, cultura, personal y social de los estudiantes. Esta nueva modificación generó los siguientes cambios (MINEDUC, 2015, p. 17):

1. Nueva estructura del ciclo escolar: Se establece el periodo de Educación Media una duración de seis años en vez de los cuatro años que estaba establecido.
2. Nuevos Objetivos Generales en la LGE: Se replantea el conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que permitirá a las alumnas y los alumnos el desarrollo de aspectos en el ámbito del conocimiento, la cultura, personal y social.
3. Modificación de las categorías de prescripción curricular: Se redefinen estándares de aprendizaje que permitirán a los establecimientos dar cuenta del logro de los aprendizajes.
4. Objetivos de Aprendizaje para cada año o nivel: Establece cuáles serán los desempeños del estudiante que permitirán verificar el logro del aprendizaje.

Como se mencionó anteriormente, este nuevo currículo busca darle más prioridad al reforzamiento del pensamiento matemático, a las habilidades y a los conceptos y procedimientos básicos de la matemática, para que los estudiantes sean capaces de procesar información representada en términos matemáticos y comprendan por ellos mismos cómo aplicar las matemáticas al mundo real.

Otro de los objetivos que se buscan, es lograr que los estudiantes comuniquen matemáticamente las situaciones planteadas, expresen sus ideas y argumentaciones, en vez de memorizar fórmulas y pasos para resolver un ejercicio. Si bien se sigue enseñando y evaluando contenido de memoria, estos son idealmente problemas que no se solucionan con una fórmula, sino que el estudiante pone en juego su creatividad y su lógica para encontrar la solución al problema planteado.

Para lograr estos objetivos, se busca promover el uso de las TIC (Tecnologías de Información y comunicación) como herramienta de apoyo para que los estudiantes comprendan contenidos más abstractos, utilicen calculadoras para comprobar resultados más rápido o para efectuar operaciones más complicadas y exhibir presentaciones o manipulativos digitales mediante proyectores.

Lo que se busca en esta modificación de enseñanza es que los estudiantes desarrollen una serie de habilidades matemáticas tales como:

1. Resolver problemas: Se basa en solucionar situaciones problemáticas idealmente contextualizadas en la realidad. El fin de esta habilidad no es sólo resolver problemas planteados por el profesor, sino que el alumno logre plantear sus propias problemáticas basado en situaciones de la vida cotidiana.
2. Representar: Se busca que los estudiantes logren avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico, de esta forma permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal, potenciar la comprensión, memorización, y poder asociarlo a conceptos matemáticos con el fin de mejorar su pensamiento abstracto.
3. Modelar: Su propósito es que los estudiantes logren buscar patrones o características comunes y expresarlos con un lenguaje matemático. Sus modelizaciones deben incluir expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidades y/o sistemas geométricos.
4. Argumentar y comunicar: Su objetivo es que los estudiantes puedan afirmar sus modelizaciones, y además de poder defender sus ideas con bases lógicas y razonables. De esta forma, promueve el debate y el intercambio de ideas para evitar llegar a un resultado erróneo y el poder defender sus afirmaciones (MINEDUC, 2015, p. 97, 98).

Según las nuevas Bases Curriculares 2015, los ejes temáticos son números, álgebra y funciones, geometría y probabilidad y estadística. En este seminario se aborda el eje de geometría. Además, según el MINEDUC (2015), en este eje, se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas. Los alumnos deberán aprender a comparar, a medir y calcular, estimar magnitudes, analizar propiedades y características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. La habilidad de representar juega un rol especial en este eje de las matemáticas, sobre todo cuando se debe describir posiciones y movimientos usando coordenadas y vectores, obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, polígonos y cuerpos conocidos. Otra de las habilidades importantes que deben tener los alumnos es el poder modelizar cuerpos, transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos. Al final de este ciclo, los alumnos deberán ser capaces de apreciar y utilizar de forma adecuada las propiedades y relaciones geométricas, además, tendrán que ser competentes en

mediciones geométricas y deberán poder relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta (MINEDUC, 2015).

Una de las modificaciones que se generó en las Bases Curriculares del 2015 fue la reintegración de la unidad de trigonometría al plan común del eje de geometría, sin embargo, se realizaron ciertas modificaciones en comparación al currículo definido en el decreto 220, como ser enseñado en segundo medio en vez de tercero medio. Otra de las modificaciones es el nuevo enfoque que decidieron darle a la trigonometría: centrado en la habilidad de resolver problemas y la capacidad de modelar situaciones para la vida cotidiana. Según Alabarce (2017), los expertos que trabajaban en los cambios de currículo planearon la idea de enseñar funciones trigonométricas, sin embargo, por sus experiencias enseñando este contenido en la educación superior, se dieron cuenta que era difícil enseñarlo para los estudiantes de ingeniería, por lo que enseñarlo para estudiantes de segundo medio sería mucho más complicado. Sin embargo, no se descarta agregarlo en la próxima modificación del currículo para ser enseñado en tercero o cuarto medio.

Según las bases curriculares del MINEDUC (2015), en el decreto 254, se apunta a disminuir la cantidad de contenido que se enseña, con el fin de que sólo los estudiantes que planean profundizarse en el campo de las ciencias accedan a dichos contenidos abstractos, mientras que los humanistas puedan dar más énfasis a sus contenidos; sin embargo, el último ajuste curricular busca acabar esta segregación de conocimiento con el fin de tener estudiantes más íntegros y con distintas habilidades en distintos campos.

En el caso de la reincorporación del contenido de trigonometría en el plan común, los docentes del área de matemáticas pueden dar paso a generar relaciones interdisciplinarias, como es el caso de aplicar estos conceptos en otras asignaturas como Física, como por ejemplo en la unidad de dinámica, para resolver problemas de plano inclinado. Según Alabarce (2017), hay que tener en cuenta que establecer relaciones interdisciplinarias es complicado de implementar ya que no están en las bases curriculares; sin embargo, esto puede ser revertido a corto plazo si los mismos profesores de dos o más asignaturas puedan coordinarse para que el aprendizaje que se aprende en un ramo pueda ser aplicado en otro.

1.3. Definición del problema

1.3.1. Resultados de pruebas internacionales

Las bases curriculares chilenas mantienen cierta equivalencia y relación con los currículos internacionales, por lo tanto, teóricamente, los estudiantes chilenos deberían tener un

rendimiento similar al de sus pares extranjeros. Sin embargo, en la práctica se han obtenido resultados deficientes en evaluaciones internacionales, como la prueba PISA cuyos resultados se distribuyen entre los niveles 1 al 6, donde:

1. Nivel 6 (más de 668 puntos): Los estudiantes son capaces de conceptualizar, generalizar, utilizar información basada en sus investigaciones y en su elaboración de modelos para resolver problemas complejos. Demuestran pensamiento razonamiento matemático avanzado.
2. Nivel 5 (de 607 a 668 puntos): Los alumnos pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas complejos relacionados con estos modelos.
3. Nivel 4 (de 545 a 606 puntos): Los estudiantes son capaces de seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo símbolos y asociándolos directamente a situaciones del mundo real.
4. Nivel 3 (de 483 a 544 puntos): Los alumnos son capaces de ejecutar procedimientos descritos claramente, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales, seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas.
5. Nivel 2 (de 421 a 482 puntos). Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de inferencias directas, extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo tipo de representación.
6. Nivel 1 (de 358 a 420 puntos). Los alumnos son capaces de contestar preguntas que impliquen contextos familiares donde toda la información relevante esté presente y las preguntas estén claramente definidas. (OCDE, 2015, p. 16).

En la prueba PISA de Matemática realizada el año 2015, se obtuvieron los siguientes resultados:

Matemática	Chile	Promedio en Hispanoamérica	País con PIB similar a Chile	Promedio OCDE
Nivel 1	49,4%	64,3%	31,7%	23,4%
Nivel 2	25,5%	21,3%	24,5%	22,5%
Niveles 3 y 4	23,8%	13,8%	37%	43,4%
Niveles 5 y 6	1,4%	0,7%	6,8%	10,7%

Tabla 1.1: Resultados PISA en matemáticas (OCDE, 2015, p. 34)

Según los puntajes obtenidos en dicha prueba, Chile mantiene bajos niveles de logro en la prueba de matemáticas con respecto a países con PIB similares al nuestro, y aun mayor cuando se realiza una comparación con el promedio de la OCDE, y esto no es sólo el año 2015 donde fueron obtenido estos resultados, ya que desde el 2006 el puntaje chileno ha estado entre 410 y 430. Por otro lado, ha tenido una leve alza de 10 puntos durante los últimos años, pero las diferencias con los puntajes obtenidos por países con un PIB similar a Chile siguen siendo significativas, ya que las diferencias de los puntajes se mantiene cercana a los 40 puntos.

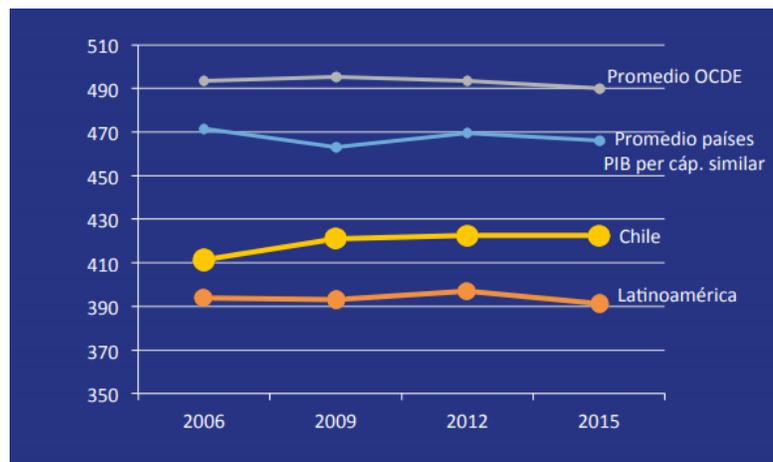


Imagen 1.1: Comparación de los resultados PISA de Chile con respecto a países de la OCDE (OCDE, 2015, p. 28)

Los resultados obtenidos en la prueba PISA de 2015 evidenciaron una mayor preocupación en el área de matemáticas, producto de esfuerzos importantes para capacitar a docentes, el desarrollo de metodologías de enseñanza, el uso de recursos y tecnologías para mejorar la motivación de los estudiantes, la implementación de estrategias de apoyo a estudiantes repitentes, el uso de manera más efectiva de las horas de la jornada educacional completa, la promoción de mejores ambientes y participación en la sala de clases. (OCDE, 2015). Otro de los resultados que arrojó la prueba PISA fue la gran diferencia de los resultados entre los estudiantes que estudian en colegios municipales, particulares subvencionados y particulares:

	Colegios municipales	Colegios particulares subvencionados	Colegios particulares
Matemáticas	391	430	518

Tabla 1.2: Puntaje promedio por dependencia (OCDE, 2015)

De estos resultados, podemos apreciar que los puntajes obtenidos por estudiantes en colegios municipales son cercanos al promedio de Hispanoamérica, lo cual es preocupante porque cerca de la mitad de los estudiantes que rindieron la prueba PISA estudiaron en colegios municipales; por otro lado, el puntaje promedio de los colegios particulares subvencionados está por sobre el promedio de Chile; y por último, los puntajes de los colegios particulares están por sobre el promedio de los países de la OCDE. En conclusión, hay una diferencia abismal en la educación de los estudiantes según la dependencia del colegio en que se educan.

En resumen, los resultados en la prueba PISA en Chile son bajos en comparación con países que tienen PIB similares, demostrando la necesidad de realizar mejoras en la educación tales como reforzar distintas habilidades, cambiando la didáctica de enseñanza para que los estudiantes no sean sólo oyentes en una clase expositiva, sino que sean constructores de su propio conocimiento.

Los resultados de la prueba PISA indicaron que la asignatura de matemática ha sido la peor evaluada en nuestro país. Como se afirmó anteriormente, las bases curriculares buscan igualarse con los currículos internacionales, y se espera que la implementación de dichos programas promueva que los estudiantes sean más analíticos y mejoren sus habilidades en la resolución de problemas matemáticos.

1.3.2. Didáctica de la enseñanza basada en la exposición

Las nuevas bases curriculares de matemática promueven una serie de actitudes que derivan de los objetivos de la ley general de educación, las cuales apuntan a un mayor desarrollo social y moral de las y los estudiantes. Como se menciona en las bases curriculares de 2015, las actitudes a desarrollar en la asignatura de matemática son las siguientes:

1. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas reales.
2. Demostrar interés por resolver desafíos matemáticos mediante sus conocimientos previos.
3. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
4. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos.
5. Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
6. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información (MINEDUC, 2015, p. 100, 101).

Basándonos en las actitudes mencionadas anteriormente, podemos inferir que los diseñadores de la nueva base curricular buscan una educación más didáctica y centrada en el alumno, donde el estudiante logre adquirir nuevas habilidades y destrezas en las matemáticas; sin embargo, aún se enseña de manera expositiva, donde el profesor es el centro de la clase, la única fuente de información y que debe enseñar de manera activa a los alumnos. Otro de los problemas de la educación es que la matemática pareciera que existe sólo para ser enseñada a los demás y que dichos conocimientos cobran existencia cuando los estudiantes entran a una clase y desaparecen cuando salen. Se ignora, por lo tanto, que las habilidades matemáticas también sirven para ser aplicadas en la vida cotidiana. Y no sólo se hace referencia al uso de las cuatro operaciones fundamentales, sino también en la forma de razonar y de ver el mundo. A este fenómeno se le denomina “la enfermedad didáctica”, la cual consiste en que la educación se reduce todo al aprender y enseñar, olvidando que los conocimientos también sirven para actuar (Chevallard, Gascón, Bosch, 1997).

Otro punto que debemos destacar es que la educación tradicional es eminentemente expositiva, la evaluación del aprendizaje es reproductiva, centrada en la calificación del resultado, la relación profesor-alumno es autoritaria, se fundamenta en la concepción del alumno como receptor de información, como objeto del conocimiento (Cavazos, 2013).

La actual educación chilena hace que los estudiantes vean una matemática basada únicamente en la resolución de ejercicios, dejando de lado otros aspectos de las matemáticas, limitando las habilidades tales como la lógica, la modelización y la dinámica que se puede explotar con mayor facilidad a diferencia de otros ramos; pero en cambio, solo profundiza la enfermedad didáctica, haciendo que los alumnos solo tengan interés en realizar dichos ejercicios solo por obtener una buena calificación, fracasando en las actitudes A, B y C mencionadas anteriormente.

Para revertir las falencias presentes en la educación chilena, hay que realizar ciertas modificaciones no sólo en los contenidos que son enseñados, sino en la forma de cómo estos serán enseñados. Desde hace unos años, en Chile se han realizado investigaciones sobre el cambio de paradigma educacional de parte de expertos en la educación, los responsables que modifican las bases curriculares, estudiantes que ponen en práctica sus propuestas didácticas para sus seminarios de carreras pedagógicas, entre otros. Su fin es dejar evidencia lo efectivo que es implementar nuevas didácticas para el aprendizaje, como por ejemplo, dejar de usar la pizarra para aprender matemáticas mediante ejercicios genéricos y recurrir al uso de juegos y actividades; realizar clases mediante el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC), ya que hoy en día dichos artefactos son más accesibles que hace una década atrás, incluso actualmente prácticamente todos los estudiantes tienen celulares que pueden usar para buscar información, ver vídeos para comprender mejor la materia o la resolución de ejercicios

que no hayan entendido en clases, y manipulativos que pueden ayudar a visualizar situaciones abstractas en asignaturas como física, matemáticas, química y otras. Con tantas nuevas herramientas y metodologías de aprendizaje que pueden ser aplicados en el aula escolar, no hay excusa para continuar enseñando mediante una didáctica completamente expositiva.

Tomando en cuenta lo planteado, la educación actual busca nuevos métodos didácticos para poder cumplir los objetivos demandados por el currículo matemático, bajo el cual debemos plantear los nuevos métodos de enseñanza. Entre los métodos didácticos, una buena opción que permite lograr el cumplimiento de los OA tanto disciplinares como actitudinales sería el aprendizaje basado en problemas o ABP, ya que se adecúa a las actitudes y habilidades exigidas por el currículo para estudiantes de segundo medio y engloba los objetivos exigidos, además de generar resultados positivos en su implementación (Ver: 2.3.2. Proyectos ABP que fueron aplicados de manera **positiva**).

Para conocer el impacto que genera un aprendizaje más activo, se realizó una Anexo 2: Encuesta de actividad didáctica sobre su aprecio al contenido de trigonometría en un curso, donde los estudiantes aprendieron dicho contenido en una didáctica de enseñanza expositiva; después, se desarrolló un trabajo más interactivo donde calcularon la altura de distintas estructuras mediante trigonometría, calculadora, transportador e hilo con una rama atada a un extremos para engancharlo en el techo de las estructuras medidas; con posterioridad a esto se realizó una nueva encuesta para saber la nueva percepción de los alumnos con respecto al contenido de trigonometría. Este estudio se realizó en un colegio particular subvencionado ubicado en la comuna de Estación Central, en el curso de tercero medio del presente año, conformado por 28 estudiantes. Esta implementación arrojó los siguientes resultados:

En la encuesta aplicada antes del trabajo de campo, un 32,1% apuntó que las clases en general era una clase dinámica, un 25% indicaban que eran divertidas, sin embargo, hubo otros casos puntuales donde contestaron que eran monótonas, no son motivantes y que le falta aplicaciones.

Con respecto a las clases de trigonometría, cerca del 40% gusta o encuentran que son didácticas, pero, por otro lado, hubo un 10% que contestaron que la enseñanza de este contenido era monótona, y uno de ellos afirmó que “no motiva realizar los ejercicios, porque son todos iguales”.

Con respecto a su opinión sobre el tema de las evaluaciones, cerca de un 40% está de acuerdo con el trabajo de campo y guías de desarrollo, un 25% prefiere pruebas de alternativas y desarrollo, y otro 25% trabajos grupales e investigación.

Con respecto a las aplicaciones prácticas de trigonometría, arrojó los siguientes resultados:

Aplicaciones	Número de estudiantes
0	16
1	5
2	6
3	1
4	0

Tabla 1.3: Aplicaciones de la trigonometría antes del trabajo de campo

Según la tabla anterior, la mayoría contestó que no conocían aplicaciones de la trigonometría, o simplemente no respondieron. Otros comentaron que “sirve para la universidad” o incluso 3 respondieron “para saber los lados del triángulo”. Con respecto a esta última afirmación, si bien por un lado es una respuesta correcta, por otro significa que creen que la trigonometría existe únicamente en los ejercicios de matemáticas, sin tener aplicaciones en el mundo real.

Al realizar la actividad de medición de estructuras, llamó la atención la alta participación de los alumnos y la rigurosidad en la toma de datos. La participación tanto del docente como del practicante fue corroborar si la forma de medir era correcta, verificar ciertas medidas de ángulos para saber si están midiendo con precisión, y aconsejar en caso de que no estuvieran midiendo de manera óptima, pero en ningún caso tuvieron que decir para que se dedicaran a trabajar.

En la encuesta realizada después de la actividad, los resultados obtenidos fueron mejores que los esperados, ya que hubo un estudiante que afirmó que “entendí rápido a pesar de que falté a las clases”, otros contestaron “entendí mejor el contenido, “aprendí mejor con una clase lúdica y en grupo que con una clase teórica”. Algunos alumnos afirmaron que “no sabía que se pueden calcular las cosas de esta manera” y que la actividad “fue distinta, nueva y divertida, se podría repetir”.

Las pocas quejas que tuvieron fue que la guía fue muy larga y que no pudieron completarla toda, y que al principio no entendían que hacer, pero aun así esos alumnos afirmaron disfrutar realizar el trabajo de campo.

Hubo diversidad de opiniones luego de realizar la actividad de campo, ya que un 18% se inclinó en la realización de trabajos prácticos más seguidos, cerca de un 10% prefieren trabajos grupales y otro 10% que existan más actividades donde se salga de lo teórico. Destaco que

hubo dos estudiantes que propusieron el uso de tecnologías para explicar mejor la materia, solo hubo un estudiante que indicó que se complicó con la actividad.

En el punto de como evaluar la unidad, hubo un 61% que estaban de acuerdo con más trabajos de campo, un 21% prefieren pruebas con alternativas y desarrollo, y el resto se divide en otras opciones como investigaciones.

Con respecto a las aplicaciones prácticas de trigonometría, ahora el curso entregó los siguientes resultados:

Aplicaciones	Número de estudiantes
0	4
1	12
2	9
3	2
4	1

Tabla 1.4: Aplicaciones de la trigonometría después del trabajo de campo

La mayoría apuntó que su principal aplicación es la medición de alturas, lo cual era la respuesta esperada, pero también hubo algunas afirmaciones que no se esperaban, ya que un 32% respondieron que la trigonometría está presente en el arte/dibujo, informática o astronomía.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Diseñar una secuencia didáctica para el estudio de los conceptos de seno, coseno y tangente para el eje de geometría de segundo medio, de acuerdo con las bases curriculares 2015 y usando la metodología de aprendizaje basada en problemas.

1.4.2. Objetivos Específicos.

1. Recopilar antecedentes sobre los cambios curriculares que resalten a los contenidos de trigonometría.
2. Diseñar una propuesta que involucre la resolución de problemas tipo ABP que involucren en su resolución los conceptos de la trigonometría.

3. Elaborar material didáctico concreto y/o digital para los estudiantes que contribuya al logro de los Objetivos de Aprendizajes relacionados con las razones trigonométricas.
4. Evaluar si las actividades diseñadas cumplen con los requerimientos curriculares

Capítulo 2: Marco Teórico

En este capítulo se entregan algunas definiciones sobre qué se entiende por unidad didáctica, junto con una lista de criterios que pueden ser utilizados en la elaboración de la misma. En segundo lugar, se habla sobre la naturaleza del ABP vista como una continuación o expansión del método científico al servicio de la didáctica de las ciencias. Luego, se narran el origen del ABP y se muestran cinco versiones de la metodología acompañadas de sus pasos más importantes, explicando además la modalidad de ABP elegida y los argumentos de por qué fue escogida. En la última parte se profundiza en la definición de problema, el cual sostiene y es motor de la metodología.

2.1. Qué es una unidad didáctica

“La unidad didáctica es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso” (Escamilla, 1993, p.39).

Según Sanmartí (2000), la idea de que el profesor sólo debe limitarse a enseñar y a cómo enseñar unos determinados contenidos curriculares impuestos desde alguna autoridad central no está al día con las últimas visiones constructivistas acerca de la enseñanza de las ciencias. En algunos casos, inclusive, los ministerios de educación fijaban los denominados “programas de enseñanza”, los cuales detallaban, en algunos casos, con “precisión milimétrica”, lo que se enseñaba, cómo enseñarlo, las actividades que debían hacerse, cómo evaluar los aprendizajes esperados, etc., de forma tal que un supervisor sabía de antemano qué estaba ocurriendo en el aula. Hoy en día, el paradigma imperante va a contrapelo con esta visión, y apuesta por la autonomía del profesor y su papel como facilitador de la construcción del propio conocimiento de los estudiantes. Se espera que sea el mismo quien diseñe las unidades didácticas, para responder a las necesidades particulares de cada grupo de aprendizaje. De acuerdo con esto último, por tanto, dos clases nunca serán iguales. Según Sanmartí (2000), la principal fuente que guía la secuenciación de los contenidos curriculares es la intuición, los intereses de los profesores y las rutinas. La primera es una buena fuente de conocimiento, cultivada por la dilatada experiencia de los docentes que los orienta a la hora de secuenciar las clases; por otro lado, los intereses de los profesores constituyen otro criterio de secuenciación pues “no hay

nada peor que enseñar aquello para lo cual, ni el profesor o profesora está motivado, ni se hace de la forma que se cree más útil” (Sanmartí, 2000, p.242). En último lugar, la rutina no es vista como un motor de conocimiento, no entrega ideas nuevas y tiende a la mecanización de las actividades. La didáctica de las ciencias es una disciplina orientadora, sugestiva, no prescriptiva; negativa en el sentido de indicar “lo que no debería suceder en el aula” y, en el mejor de los casos, un modelo de enseñanza es sólo una hipótesis de trabajo. Todo docente debe tomar decisiones a la hora de diseñar unidades didácticas, Sanmartí (2000) propone algunos criterios orientadores, a saber:

1. Criterios para la definición de finalidades/objetivos.
2. Criterios para la selección de contenidos.
3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos.
4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades.
5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.
6. Criterios para la organización y gestión del aula.

2.1.1 Criterios para la definición de finalidades/objetivos.

La explicitación de los objetivos por parte de los docentes no siempre se lleva a cabo, lo cual no significa que no se tengan dibujados al menos implícitamente en la selección de contenidos y actividades. Con todo, identifica tres ideas-matriz que son transversales a toda la unidad didáctica:

1. Qué enseñar.
2. Cómo aprenden mejor los alumnos.
3. Cómo es mejor enseñar.

Estas últimas definen los objetivos generales del proceso de enseñanza y, a medida que se definen los contenidos y actividades a enseñar, los objetivos específicos se van precisando. Sanmartí (2000) afirma: “Los objetivos de una unidad didáctica deberían ser pocos y básicos, y estar en consonancia con el tiempo previsto de enseñanza. Las grandes listas de objetivos no sirven para nada ya que ni priorizan ni se pueden cumplir” (Sanmartí, 2000, p.245). Para la redacción de objetivos específicos, se recomienda:

Ejemplos:	
<ul style="list-style-type: none"> • Formularlo desde el punto de vista del estudiante. 	<p><i>“Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que...”</i></p>
<ul style="list-style-type: none"> • Plantearlo como un desarrollo de sus capacidades (es difícil poder anticipar cual será el final del proceso, pero sí que se puede plantear como objetivo desarrollar capacidades) 	<p><i>“Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de de...”</i></p>
<ul style="list-style-type: none"> • Especificar la acción que se pretende que los estudiantes apliquen (a través de un verbo de acción no genérico como podrían ser los de “saber” o “comprender”. 	<p><i>“Al finalizar la unidad didáctica el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de aplicar, comparar, poner en duda, revisar, identificar, explicar, deducir, analizar, planificar, justificar, etc...”</i></p>
<ul style="list-style-type: none"> • Especificar el contenido 	<p><i>“Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de aplicar la visión cinético-molecular de la materia, el principio de la degradación de la energía, construir gráficos proporcionales, ...”</i></p>
<ul style="list-style-type: none"> • Especificar el contexto en el cual los estudiantes deberían demostrar sus aprendizajes ya que el contexto permite delimitar el objetivo e identificar su finalidad. 	<p><i>“Al finalizar la unidad didáctica, el estudiante tendría que haber desarrollado la capacidad de aplicar la visión cinético-molecular de la materia a la interpretación de fenómenos macroscópicos como, por ejemplo, la dilatación”.</i></p>

Tabla 2.1: objetivos específicos (Allal, 1991)

2.1.2. Criterios para la selección de contenidos.

A la hora de seleccionar contenidos se identifican al menos tres problemas (Sanmartí, 2000): a) tipos de contenidos; b) relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar” y c) significatividad social de los contenidos a seleccionar.

a) Tipos de contenidos. La clasificación habitual entre contenidos referidos a conceptos, procedimientos y actitudes no responde a la forma que se hace ciencia, pues en ella confluyen

las tres simultáneamente; y enseñarlas separadas no le hace justicia. Se necesitan, por lo tanto, nuevas tipologías. Con todo, la forma habitual tiene la ventaja de poner énfasis en aquellas técnicas y procedimientos utilizados por la ciencia, junto con las actitudes asociadas a la obtención del conocimiento. En consonancia con la riqueza de la ciencia, el rol del docente no es tanto que todos aprendan lo mismo como que los modelos teóricos propios mejoren y evolucionen. En otras palabras, dada la diversidad de niveles y ritmos de aprendizaje los estudiantes deben aprender desde sus puntos de partida.

En este esquema se observa la evolución de los modelos del alumnado:

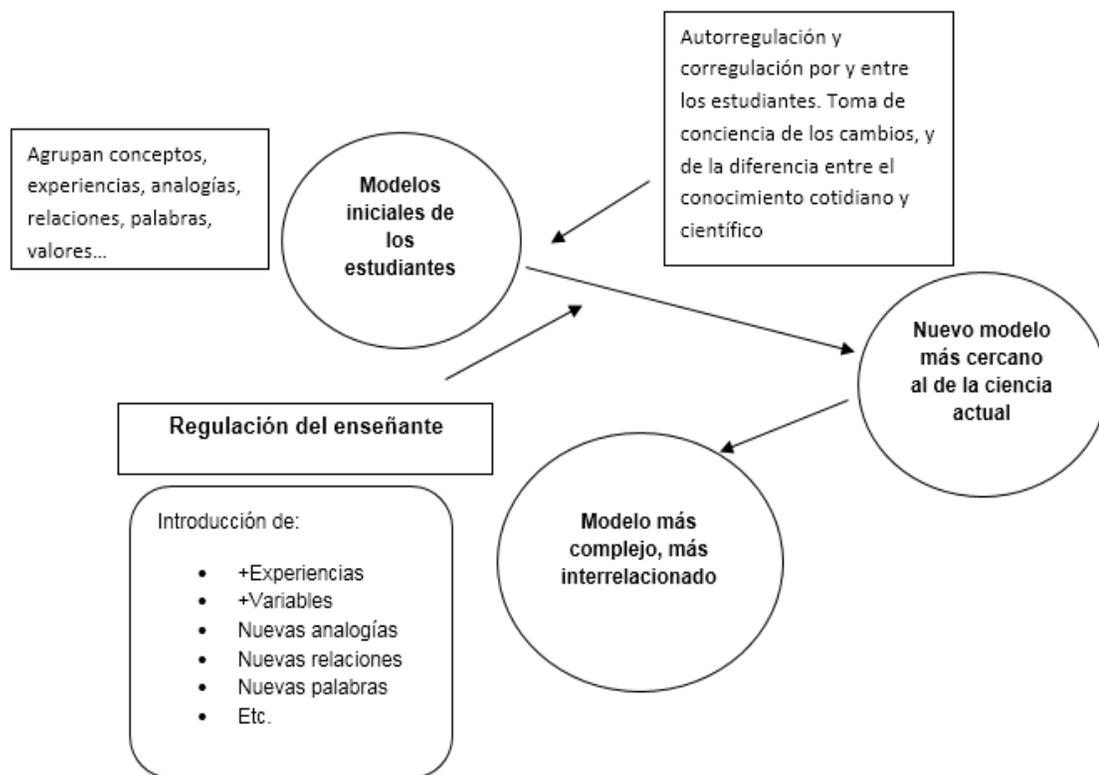


Imagen 2.1: Criterios para la selección de contenidos (Elaboración propia)

b) Relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar”. Seleccionar contenidos implica un proceso de transposición didáctica (Chevallard, 1985). Los estudiantes utilizan modelos propios obtenidos por sus conocimientos en base a la experiencia, las cuales son transposiciones didácticas de los modelos de las teorías científicas. La gran variedad de disciplinas y nuevos conocimientos han embarcado a los investigadores en la tarea de buscar contenidos meta disciplinares o estructuradores para enseñar ciencia, superar las transposiciones clásicas y que los estudiantes generen modelos teóricos más complejos y

cercano a la ciencia. Estos contenidos estructuradores están en el corazón mismo de la forma en que la ciencia observa los fenómenos. Por ejemplo, los conceptos de cambio y conservación. la ciencia se ocupa del estudio de los cambios: cambios de estado del agua, cambios en el sol, cambios químicos, cambios de velocidad, cambios geológicos y de los seres vivos, etc. Por otro lado, reconocer los cambios también implica reconocer lo que se conserva, como lo son la masa y la energía.

c) Significatividad social de los contenidos a seleccionar. Hoy en día se habla de una “educación científica para la población”. Los contenidos no son seleccionados sólo con la finalidad de que el estudiante continúe estudios superiores, sino que esté en condiciones de enfrentar problemas cotidianos que, en su mayoría, son complejos e involucran una gran cantidad de variables. Con todo, se espera que con la educación científica los ciudadanos estén mejor preparados para justificar sus decisiones frente a problemas que afecten a su comunidad, y logren argumentar desde posturas científicas. La educación CTS introducida en el currículo tiene esa finalidad. Por ejemplo, junto con enseñar sobre la conservación de la energía se añade una sección donde se reflexiona sobre la dependencia que tiene el planeta de los combustibles fósiles y sobre la necesidad de avanzar hacia energía más limpias, como la energía solar.

2.1.3. Criterios para organizar y secuenciar los contenidos

“Para estructurar la unidad didáctica se debe, por un lado, seleccionar temáticas o ideas en función de las cuales organizar los contenidos y, por el otro, secuenciarlos, es decir, distribuirlos en el tiempo. Estas decisiones dependen fundamentalmente de las finalidades y objetivos priorizados” (Sanmartí, 2000, pp.250-251).

Un currículo basado en temáticas transversales cambia la forma tradicional de secuenciar una unidad y la forma en que el alumno es motivado (Otero, 1993). Por ejemplo, si se quiere enseñar educación ambiental, lo que se hace es enseñar trigonometría en función de su utilidad para medir distancias inaccesibles en un río por el método de la triangulación, y discutir acerca de los desbordamientos de éste en diferentes épocas del año. Se podrían introducir preguntas sobre los efectos del cambio climático en las estaciones, etc. En cambio, en una perspectiva de “ciencia pura”, lo que se hace es enseñar conceptos e ideas científicas generales que luego son aplicadas a problemas transversales.

Para construir la unidad didáctica es útil realizar mapas conceptuales o esquemas, los cuales ofrecen, a diferencia de las listas programáticas clásicas, la visualización de las interrelaciones de los contenidos. En la figura se observa un mapa conceptual sobre “tipos de triángulos”.

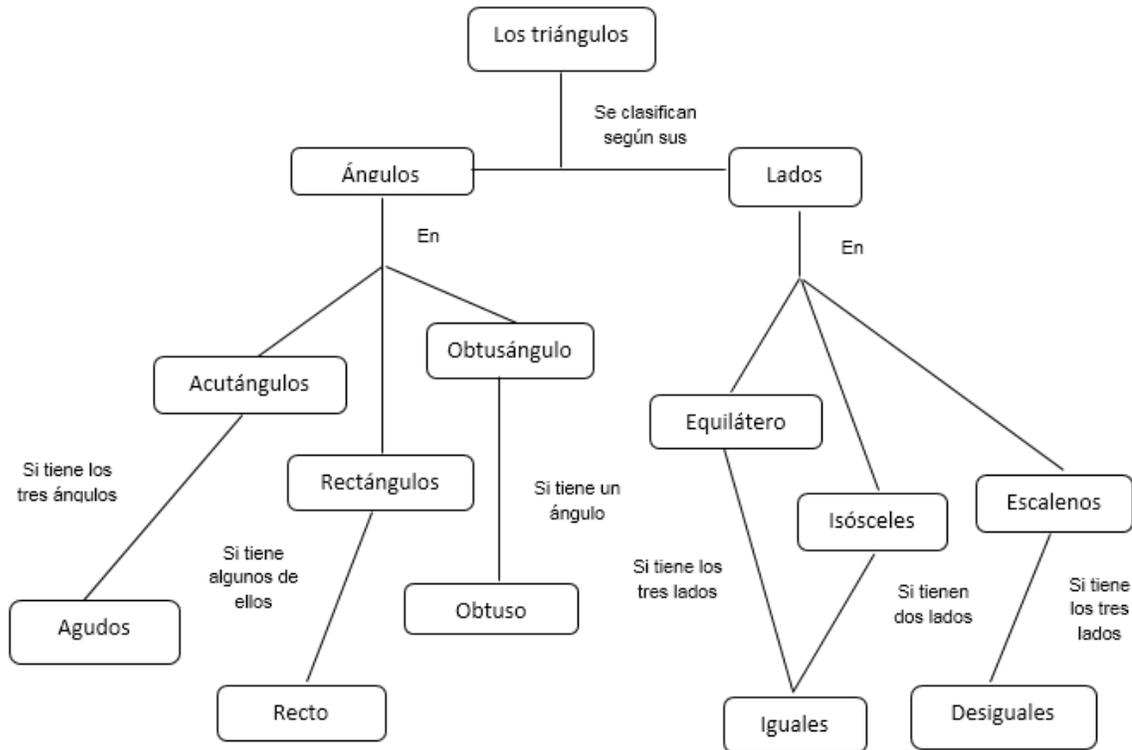


Imagen 2.2: Mapa conceptual de elaboración propia sobre tipos de triángulos (Elaboración propia)

Otro tipo de esquema, a diferencia del anterior, se puede construir a partir de la problemática o temática objeto de estudio y, a partir de él, interrelacionar nociones estructurantes, preguntas-clave, conceptos, experiencias, valores, actitudes, etc.

2.1.4. Criterios para la selección y secuenciación de actividades

“Se enseña y se aprende a través de actividades, por lo que, en todo diseño didáctico, los criterios para la selección y secuenciación de estas son muy importante. Las actividades son las que posibilitan que el estudiante acceda a conocimientos que por sí mismo no podría llegar a representarse” (Sanmartí, 2000, p.254).

Un currículo debería ser una lista de actividades más que de objetivos y contenidos, pues estos últimos son los que definen mayoritariamente los primeros. No es una actividad aislada la que posibilita el aprendizaje sino el proceso y secuenciación de una cantidad de ellas que posibilitan

el flujo de interacciones entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Tampoco una actividad tiene la finalidad de promover un conocimiento aislado, como si este pudiera fraccionarse, sino que los estudiantes se enfrenten a situaciones donde actúen (a nivel manipulativo y de pensamiento) y sus modelos científicos evolucionen en función de su propia situación personal (Sanmartí, 2000). En el siguiente esquema se muestra esta relación triangular entre profesor, alumno y material didáctico:

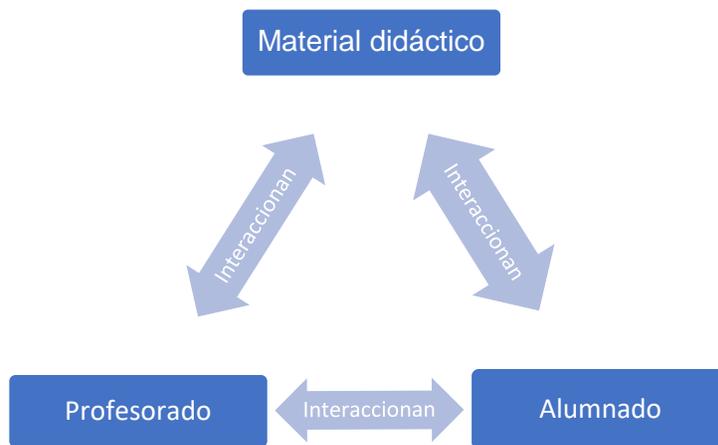


Imagen 2.3: Esquema de relación profesor - alumno - material didáctico. (Sanmartí, 2000)

Las actividades son la hipótesis con la que el profesor trabaja; en otras palabras, la actividad a diseñar es el resultado de la función que el profesor cree que puede tener en todo el proceso. La selección y secuenciación depende, también, del modelo o enfoque que el profesor tenga. La didáctica no prescribe en el sentido de enunciar la selección y secuenciación idónea de una unidad didáctica, sino que nos habla de lo que no se puede hacer; en vista de los anteriores, enfoques transmisivos (clases magistrales, estudiar los libros de textos, etc.) o constructivistas serán útiles de acuerdo a las circunstancias. En base a los supuestos constructivistas, existen actividades que tienen finalidades didácticas distintas en la enseñanza: estimular el conflicto cognitivo y el cambio conceptual, redescubrir ideas científicas, facilitar la reorganización del conocimiento, evolución y enriquecimiento de los modelos elaborados por los alumnos. De acuerdo a la propuesta se pueden distinguir una tipología de actividades:

1. Actividades de iniciación, exploración, de explicitación, de planteamiento de problemas o hipótesis iniciales, etc.
2. Actividades para promover la evolución de los modelos iniciales, de introducción de nuevas variables, de identificación de otras formas de observar y de explicar, de reformulación de los problemas, etc.

3. Actividades de síntesis, de elaboración de conclusiones, de estructuración del conocimiento, etc.
4. Actividades de aplicación, de transferencia a otros contextos, de generalización, etc.

2.1.5. Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.

La evaluación y, muy especialmente, la autoevaluación formativa tiene la función de motor de la evolución o cambio de las representaciones iniciales. Por ello, en el diseño de una unidad didáctica es fundamental la toma de decisiones acerca de qué actividades de evaluación introducir, en que momento y que aspectos son importantes evaluar (Sanmartí, 2000, p.259).

2.1.6. Criterios para la organización y gestión del aula

La gestión del tiempo y el espacio es importante para generar entornos de aprendizaje que favorezcan la discusión de ideas, la confrontación de puntos de vista, etc., los cuales son la base de la construcción del conocimiento en el aula (Sanmartí, 2000). Debe crearse un ambiente que potencie las relaciones sociales, pues en ellas el alumnado toma conciencia de sus dificultades y de la autorregulación de las mismas. El conocimiento es generado en la confrontación de puntos de vista entre el profesor y el alumnado y entre los mismos alumnos, en consecuencia, es de suma importancia la organización del grupo. El ABP favorece, y se nutre, de la cooperación entre los miembros del grupo favoreciendo la construcción del conocimiento fruto de la divergencia de opiniones. La organización del grupo en el ABP es no lineal, se generan grupos de trabajo bajo la tutela de un tutor que guía los pasos de la metodología, facilita la comprensión del problema e interviene para generar discusión e intercambio de ideas. La gestión del aula debe responder dos preguntas: a) ¿cómo favorecer la comunicación en el aula? y b) ¿cómo atender la diversidad del alumnado?

2.2. El método científico como ABP

La metodología basada en problemas (ABP) es una puesta a punto del método científico en el terreno de la didáctica. Según autores, como Rossman, Dewey, Osborn, Nerrifield y Simberg plantean la solución de problemas en la enseñanza como una aplicación del método científico. Parten, en efecto, de un problema, discuten hipótesis como alternativas de solución y pasan a la verificación y replanteamientos (Restrepo, 2015). Y añade: “mirado de cerca, también esta propuesta lleva insito el método científico” (Restrepo, 2015, p.10).

De acuerdo con Echeverría (1988), llegada la modernidad, se instaló una nueva “matriz de pensamiento”, y los estándares de validación del conocimiento de “lo real” se orientaron en el terreno de lo verificable; dejando atrás las explicaciones basadas en la mera creencia o el respeto por lo divino: se entró en la era de la razón. Anteriormente las cosas eran distintas, el

hombre se concebía a sí mismo como parte de un plan cósmico, unido a las esferas celestes, y la lectura del mundo en que vivía la hacía en función de fuerzas desconocidas, por ejemplo, si alguien caía enfermo se pensaba que era un castigo por alguna acción cometida. La naturaleza, las entidades físicas y sus propiedades, se observaban desde la lógica de las intenciones y desde lo que convenía para mantener el orden cósmico. Predominaba el pensamiento aristotélico, cuyo legado se arrastró hasta los tiempos de Galileo, en el siglo XVI. Este último, según los historiadores de la Ciencia, inauguró el método científico moderno y una nueva forma de conocer: los criterios de validación del conocimiento de lo real cambiaron. Esta nueva matriz de pensamiento provocó un giro en la lectura del mundo y se hicieron esfuerzos por buscar un conocimiento objetivo que pudiera ser entendido por todos. En los tiempos de “ciencia normal”, los científicos rutinariamente realizan experimentos que son interpretados con la teoría que los originó; de vez en cuando un experimento parece no obedecer a las predicciones y se busca modificar la teoría o, si la contradicción es insalvable, se cambia por una nueva y se vuelve a repetir el mismo procedimiento (Kuhn, 1962). En una de sus famosas “lectures” del año 1964, en la Universidad de Cornell, el físico Richard Feynman explicaba que las leyes de la naturaleza se descubren de la siguiente manera: primero se supone una idea de la física, luego se estudian las consecuencias de esa idea y se realizan experimentos que la confirmen; luego, si las predicciones son equivocadas entonces inmediatamente se descarta tal idea y se busca otra. El ABP, en sus diferentes variantes, contiene todos los pasos que exige el rigor del método científico: si se tiene un problema se suponen hipótesis y caminos para buscar la solución; luego se trabaja la hipótesis para estudiar si es conducente a la resolución de problema. Si la hipótesis conduce a contradicciones entonces se descarta y se parte de nuevo. La metodología ABP, entonces, es la metodología por excelencia a la hora de enfrentar problemas reales.

2.3. Antecedentes, características y variantes del ABP

Llegado aquí, se verán los inicios del ABP, el contexto en el cual se originó y sus características iniciales en la escuela de medicina de la McMaster University; para luego dar paso a la presentación de dos experiencias donde la metodología se ha implementado exitosamente. En tercer lugar, se caracterizará la metodología, poniendo énfasis en su calidad de pedagogía activa, donde el estudiante juega un papel protagónico. En cuarto lugar, se brindará una lista detallada de cinco variantes de la metodología utilizadas a lo largo del tiempo, indicando pasos y acciones a realizar. Por último, se discutirá brevemente la importancia de los aprendizajes previos en el ABP.

2.3.1. Antecedentes

Al final de los años sesenta, un grupo de alrededor de veinte docentes provenientes de distintas universidades de varias partes del mundo, liderado por John Evans, inició un innovador programa para medicina en la McMaster University, en la ciudad de Hamilton, provincia de Ontario, Canadá, denominado Problem Based Learning (PBL) o, en castellano, Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). El primer decano de medicina en la McMaster fue John Evans -un joven de 35 años- quien lideró durante varios años el desarrollo de la facultad no solamente en educación sino también en investigación y servicios esenciales (Branda, 2008).

Con el objetivo de brindar una experiencia a sus estudiantes de medicina más cercana a los problemas del mundo real, el comité curricular del programa académico decide crear un problema similar a los que el futuro profesional podría enfrentar diariamente en su profesión, con la finalidad de que estos se formen en la teoría y la práctica (Restrepo, 2005).

El grupo tenía la inquietud de que hacía falta un cambio en la forma de enseñar la medicina, pero no sabía cómo llevar adelante ese cambio; inspirados en James Anderson (primer catedrático de Anatomía, químico, médico, antropólogo y pedagogo) se comenzó a enseñar con estudiantes de primer año el concepto de problema para el aprendizaje efectivo de la medicina (Branda, 2008). El innovador currículo de Medicina en la Universidad McMaster se consolidó después de dilatadas consultas y visitas a facultades de Medicina, principalmente de Estados Unidos. En particular, llamó la atención el programa de Medicina de la Case Western Reserve University (CWRU) de 1952, en Cleveland, Ohio, Estados Unidos. Universidad antes conocida por Western Reserve University. Este programa, liderado por el decano de la facultad de Medicina, Frederick Robbins, estaba organizado en sistema y contenía cuatro particularidades que lo hacían muy atractivo: integración interdisciplinaria dentro de una estructura de órganos y sistemas, disminución de las clases magistrales, incremento de la oportunidad para tiempo electivo y control del currículo por comisiones temáticas y no por los departamentos. El programa de Medicina de la McMaster, en sintonía con los elementos curriculares de la CWRU, se organizó en una estructura de cuatro fases:

- Fase I: introducción al estudio de la Medicina.
- Fase II: homeostasis y la reacción del cuerpo humano frente a agresiones externas.
- Fase III: unidades de órganos y sistemas.
- Fase IV: rotaciones clínicas.

La primera fase (considerada la más importante) tiene por objetivo que los estudiantes comprendan los problemas de la comunidad a la cual van a prestar sus servicios profesionales de manera holística; abordando los problemas (individuales y colectivos) desde sus dimensiones biológicas, psicológicas, sociales y poblacionales. En la McMaster los estudiantes tienen la oportunidad de conocer la Hamilton Health Region, un área de servicios de salud que abarca la ciudad de Hamilton y terrenos aledaños. En ese proceso de visita los estudiantes conocen de primera mano casos reales y van desarrollando competencias en el Aprendizaje Basado en Problemas y en la cooperación. La salida a terreno, y las intervenciones en las clínicas de atención primaria y hospitales de Hamilton, les brinda la posibilidad de trabajar habilidades comunicacionales en la entrevista y a la hora de conversar con los pacientes, de forma que la comunicación sea más efectiva. A lo largo de todo este proceso hubo oportunidades para períodos electivos, así el estudiante, guiado por su consejero académico, diseñaba su actividad electiva de aprendizaje e incluso su propia evaluación.

la estrategia en el programa de Medicina operaba de la siguiente manera: los alumnos se reunían en grupos de seis estudiantes más un tutor. Los estudiantes debían provenir de distintos grados y áreas disciplinarias, promoviendo la interdependencia entre las diferentes disciplinas. En el caso del tutor, debía ser un especialista en ABP, su labor era asistir a los estudiantes y guiar el proceso de ABP. A su vez, existía la figura del consejero académico cuya labor era hacer un seguimiento del proceso formativo de los estudiantes a lo largo de sus estudios en la universidad McMaster. Sin embargo, prosiguiendo con Branda, esta forma de trabajar se modificó y se implementó una distribución del programa en unidades de aprendizaje. Esta reorganización del programa se basaba en los cambios que ocurrían en el área sanitaria de Canadá y lo que se perseguía con esta modificación era preparar a los alumnos para los problemas sanitarios prioritarios que se habrían de producir prontamente en la comunidad dadas las transformaciones demográficas que se estaban viviendo (Branda, 2008).

Durante un tiempo la heterodoxia, que constituía el ABP, fue ignorada e incluso sufrió el acoso de la inquisición reinante en la educación médica que resistía cualquier cambio fundamental en la enseñanza. Casi 40 años han pasado desde que el ABP fue introducido en medicina, lo cual ahora es considerado un hito en educación médica, y ha alcanzado la dudosa distinción de ser popular en el ámbito de la pedagogía (Branda, 2009).

2.3.2. Proyectos ABP que fueron aplicados de manera positiva

A continuación, presentaremos dos investigaciones de tesis donde fue aplicada la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas, los cuales muestran sobre la efectividad que tiene este sistema didáctico en la educación.

- **Caso 1**

A nivel internacional podemos destacar la investigación realizada en Colombia (Ocampo, 2015). En esta investigación se realizó una prueba de la metodología ABP, en la cual se presentó un problema donde los estudiantes deben solucionar el poder colocar las luces de navidad en unos postes para alumbrar una plaza para las festividades. Luego se aplicó un pre-test a un grupo de control compuesto por 38 estudiantes con el fin de conocer sus conocimientos previos y habilidades para resolver los problemas, en el cual las respuestas de los estudiantes serán clasificadas en:

1. Respuestas correctas
2. Procesos y análisis parcialmente correctas
3. Respuestas incorrectas
4. No sabe / no responde

Las respuestas fueron resumidas en las siguientes tablas:

Grupo experimental

Ámbito conceptual	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuestas incorrectas	No sabe / no responde
Despeje y solución de problema (4)	27%	23,7%	15,8%	33,5%
Aplicación y teorema de Pitágoras (4)	33,6%	5,3%	7,2%	53,9%
Trigonometría (7)	20,7%	4,1%	12%	63,2%

Tabla 2.2: resultados pre-test grupo experimental (Ocampo, 2015).

Grupo de control

Ámbito conceptual	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuestas incorrectas	No sabe / no responde
Despeje y solución de problema (4)	43,2%	3,4%	21,6%	31,8%
Aplicación y teorema de Pitágoras (4)	29,7%	1,4%	13,5%	55,4%
Trigonometría (7)	3,9%	1,9%	6,6%	87,6%

Tabla 2.3: resultado pre-test grupo control (Ocampo, 2015).

Luego implementar el piloto con la metodología ABP se realizó un post test de 6 preguntas sobre problemas basados en trigonometría, y que requerían del uso de argumentos geométricos y trigonométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. Las cuales arrojaron los siguientes resultados:

Grupo experimental

	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuesta incorrecta	No sabe / no responde
Pregunta 1	18,4%	5,3%	71%	5,3%
Pregunta 2	63%	5,3%	31,6%	0%
Pregunta 3	60,5%	5,3%	34,2%	0%
Pregunta 4	37%	16%	42%	5,3%
Pregunta 5	24%	26%	21%	29%
Pregunta 6	18,4%	5,3%	60,5%	15,8%

Tabla 2.4: resultados post-test grupo experimental (Ocampo, 2015).

Grupo de control

	Respuesta correcta	Respuesta parcialmente correcta	Respuestas incorrectas	No sabe / no responde
Pregunta 1	8%	3%	81,1%	8%
Pregunta 2	40,5%	5,4%	51,4%	3%
Pregunta 3	38%	5,4%	54%	3%
Pregunta 4	24%	19%	48,6%	8%
Pregunta 5	24%	22%	22%	32%
Pregunta 6	5,4%	0%	51,4%	43%

Tabla 2.5: resultados post-test grupo control (Ocampo, 2015).

La comparación entre las tablas obtenidas en el post test, evidencia una mejora en los aprendizajes logrados mediante la utilización de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas, ya que el grupo experimental tiene mayor porcentaje de resultados correctos en comparación con el grupo de control. El estudio destaca que previamente a la aplicación de la metodología, el grupo de control tiene un rendimiento similar en matemáticas en comparación con el grupo experimental, por lo que se descarta que este último haya tenido una ventaja pre existente sobre el grupo de control.

- **Caso 2**

Una experiencia en el ámbito nacional, es la realizada en el Internado Nacional Barros Arana, en el nivel III° medio de la asignatura de filosofía (Curiche, 2015). Para esta investigación se usó dos grupos, uno de control y otro experimental, de 35 estudiantes cada uno, todos hombres y con un rendimiento académico similar. A ambos grupos se les pone a prueba una misma unidad de filosofía y psicología de III° medio, el grupo control tiene acceso a las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) para buscar información y el apoyo de una plataforma EVA (Educación Virtual Activa) para realizar la unidad mediante diversas actividades y apoyos multimedia; por otro lado, el grupo experimental tendrá acceso a las mismas herramientas que el grupo control, y además, serán guiados por la didáctica del aprendizaje basado en problemas. En ambos grupos se evaluaron 6 ejes de aprendizaje: interpretación, análisis, evaluación, inferencia, explicación y autorregulación. Los resultados obtenidos del pre-test y el post-test son los siguientes:

	Grupo de control	Grupo experimental
Habilidades	Porcentaje de logro	Porcentaje de logro
Interpretación	56,4%	51,4%
Análisis	50%	55,1%
Evaluación	50%	37,7%
Inferencia	37,2%	39,1%
Explicación	62,8%	65,9%
Autorregulación	64,1%	43,5%

Tabla 2.6: Resultados pre-test de pensamiento crítico (Curiche, 2015).

	Grupo de control	Grupo experimental
Habilidades	Porcentaje de logro	Porcentaje de logro
Interpretación	38,5%	37,4%
Análisis	47,7%	60%
Evaluación	49,2%	57,4%
Inferencia	49,2%	48,7%
Explicación	38,5%	75,4%
Autorregulación	37,2%	76,8%

Tabla 2.7: Resultados de post-test de pensamiento crítico (Curiche, 2015).

Analizando los datos obtenidos, se estableció que “Se puede afirmar positivamente la hipótesis de investigación, esto quiere decir que efectivamente los alumnos que participaron de la estrategia de ABP complementada con CSCL desarrollarán sus habilidades de pensamiento crítico a diferencia de los estudiantes que solo usaron herramientas tecnológicas como apoyo a las clases convencionales” (Curiche, 2015).

2.3.3. Características

El ABP es una metodología de aprendizaje que pertenece a la familia de las “pedagogías activas”, particularmente al aprendizaje por descubrimiento y construcción (Restrepo, 2005).

Este último, a diferencia de la clase magistral clásica, tiene por protagonista al estudiante que, a través de pasos sucesivos, propios de la metodología, investiga, plantea soluciones, selecciona la más plausible, la prueba e intenta resolver con ella la situación problemática. De acuerdo con Restrepo (2005), Jerónimo Bruner, el gran sistematizador del aprendizaje por descubrimiento y construcción, sugiere seis eventos pedagógicos para desarrollar este tipo de aprendizaje, a saber:

- Dejar usar la propia cabeza, los modelos que cada quien tiene en su cabeza.
- Ligar lo nuevo con lo ya dominado o construir puentes de mediación cognitiva.
- Categorizar.
- Comunicarse con claridad, superando el “autoenredo”.
- Contrastar, comparar.
- Formular hipótesis y tratar de probarlas, para hallar nuevo conocimiento o confirmar lo conocido.

Como se observa, los seis eventos tienen como elemento común la participación del estudiante. Este, “usa su cabeza”, “construye puentes”, categoriza, comunica, contrasta, formula hipótesis, etc. En suma, el estudiante toma parte de su propio aprendizaje, identificando lo que necesita saber para resolver el problema y gestionando la manera de conseguir la información (Morales B. y Landa F., 2004). Así y todo, en la metodología el estudiante no está solo ni carece de guía, sino que es acompañado durante todos los pasos por el docente, el cual juega un papel de orientador, haciendo preguntas que lleven a los estudiantes a cuestionarse la manera de abordar el problema y a buscar soluciones plausibles (Morales B. y Landa F., 2004). El nuevo papel asumido por el docente le permite acercarse más a los estudiantes, en el sentido de fortalecer lazos, mostrar empatía, anticipar preguntas, etc., en breve, el docente se convierte en un recurso más y, secundariamente, se vuelve un aprendiz (Ocampo, 2015). Un aspecto fundamental en el ABP es la cooperación; es más, el problema ABP debe ser diseñado de tal forma que debido a su complejidad sea individualmente irresoluble, potenciando el trabajo colaborativo.

2.3.4. Variantes del ABP

Restrepo (2005), presenta cuatro variantes del ABP; estas son:

1. El método de los siete saltos (seven jumps) de la Universidad de Limburg, en Maastricht, Holanda, muy similar al esquema de McMaster.
2. El método de los ocho pasos, publicado en el Journal of PBL (ABP)
3. El método de los nueve eventos del ABP, de la Academia de ciencias de Illinois.
4. El método de las cinco fases del ABP, de la facultad de Medicina de la Universidad de Queen, Canadá.

A continuación, se verán con detalle todos los pasos de cada método:

- **El método de los siete saltos (seven jumps)**

Los pasos a través de los cuales esta propuesta organiza la secuencia didáctica del ABP, reflejan el esquema trabajado en la Universidad de Limburg, muy similar al esquema de McMaster. Son, en su orden:

1. Planteamiento del problema, que lo hace el profesor, sacado del banco de problemas preparados por el comité curricular.
2. Clarificación de términos, con el fin de dejar establecido que todos los estudiantes tengan una comprensión igual de los términos del problema.
3. Análisis del problema. Se examina este para ver si se trata de un solo problema o si puede dividirse en varios sub-problemas, para facilitar su solución.
4. Explicaciones tentativas. Aquí los participantes lanzan hipótesis explicativas al problema y las someten a discusión, a partir de la preparación teórica que tienen.
5. Objetivos de aprendizaje adicional. Fase en la cual se determina qué temáticas es preciso consultar y profundizar para dar una mejor solución al problema.
6. Autoestudio individual o tiempo de consultas a expertos o en biblioteca, para sustentar las hipótesis lanzadas.
7. Discusión final y descarte de hipótesis o tentativas, producto del cuarto salto (Restrepo, 2005).

El propósito no es que se descarten las hipótesis débiles y se llegue a la explicación verdadera. Es más importante que los participantes aprendan a manejar el método y hagan transferencia metodológica a la discusión futuros problemas.

- **El método de los ocho pasos (publicado en el Journal of PBL (ABP) en el año 2000)**

1. Explorar el problema, crear hipótesis, aspectos.
2. Tratar de resolver el problema con lo que ya se sabe.
3. Identificar lo que no se sabe y lo que se necesita saber para resolver el problema.
4. Priorizar las necesidades de aprendizaje, definir objetivos de aprendizaje nuevo y recursos de información y distribuir tareas de consulta entre los participantes.
5. Autoestudio y preparación.
6. Compartir la información entre todos.
7. Aplicar el conocimiento a la solución del problema.
8. Evaluar el nuevo conocimiento logrado, la solución dada y la efectividad de todo el proceso.

- **El método de los nueve pasos, de la academia de matemáticas y ciencias de Illinois (2001)**

1. Preparar a los estudiantes para el ABP. Es un paso opcional, en el que se recuerda a los estudiantes el método y se les hace inducción para iniciar el proceso.
2. Presentar el problema.
3. Traer a cuento lo que se sabe sobre el asunto y establecer lo que se requiere saber para enfrentarlo mejor.
4. Definir bien el planteamiento del problema.
5. Recoger y compartir información pertinente.
6. Generar soluciones posibles.
7. Evaluar las soluciones tentativas aportadas.
8. Evaluar el desempeño en el proceso.
9. Resumir la experiencia alcanzada al tratar el problema

- **El método de las cinco fases**

1. Lectura del problema.
2. Tormenta de ideas, generación de hipótesis.
3. Identificación de objetivos de aprendizaje.
4. Lectura e investigación individual preparatoria de la plenaria final.
5. Discusión final en grupo

- **El método de los nueve pasos de Landsberger (2011)**

El siguiente método no es propuesto por Restrepo sino por Landsberger en su libro “*Problem-based learning*” (Aprendizaje Basado en Problemas):

1. Exploración de las problemáticas relacionadas a la situación a trabajar.
2. Elaboración de lista acerca de lo que el equipo sabe acerca del problema.
3. Desarrollo y escritura del enunciado del problema usando palabras propias.
4. Listado de todas las posibles soluciones para el problema.
5. Cronograma de las acciones a realizar.
6. Construcción de lista con lo que el equipo necesita saber para resolver el problema.
7. Escritura del reporte con la solución del problema dada por el equipo, este debe incluir documentos que avalen la solución.
8. Presentación y defensa de conclusiones.
9. Reflexión y análisis del desempeño individual y grupal.

2.3.5. Aprendizajes previos y ABP

En esta sección se entregarán algunas características sobre “aprendizajes previos” y se discutirá su papel en el ABP. Para la metodología “lo que se sabe” es fundamental, y las cinco variantes antes vistas apuntan en alguno de sus pasos a la misma idea, pero dicha de diferentes formas. Vayamos a los métodos y observemos la siguiente tabla:

Método	Paso
• El método de los siete saltos (seven jumps)	Paso 4. Explicaciones tentativas. Aquí los participantes lanzan hipótesis explicativas al problema y las someten a discusión, <u>a partir de la preparación teórica que tienen.</u>
• El método de los ocho pasos (publicado en el Journal of PBL (ABP) en el año 2000)	Paso 2. Tratar de resolver el problema <u>con lo que ya se sabe</u>
• El método de los nueve pasos, de la academia de matemáticas y ciencias de Illinois (2001)	Paso 3. <u>Traer a cuento lo que se sabe</u> sobre el asunto y establecer lo que se requiere saber para enfrentarlo mejor.
• El método de las cinco fases	Paso 2. Tormenta de ideas, generación de hipótesis.
• El método de los nueve pasos de Landsberger (2011)	Paso 2. Elaboración de lista acerca de <u>lo que el equipo sabe acerca del problema.</u>

Tabla 2.8: “lo que se sabe” en el ABP (Tabla de elaboración propia)

De acuerdo con Hourcade y De Ávila (1988), en la literatura se pueden encontrar diferentes maneras para referirse a lo que “el alumno ya sabe”, como “misconception”, “ideas previas”, “ideas intuitivas”, “errores conceptuales”, etc. Si bien son usadas como sinónimos, no significa lo mismo. Una idea intuitiva, por ejemplo, sería una idea que posee un estudiante la primera vez que se enfrenta a unos contenidos instruccionales; a diferencia de un error conceptual que sería el resultado de un escaso entendimiento de un contenido, pero ¿A qué contenidos, ideas, etc., apunta el ABP cuando en sus pasos llama a trabajar con “lo que se sabe”? Al enfrentarse al problema matemático lo único que posee el estudiante son aprendizajes adquiridos en niveles inferiores e ideas intuitivas. Los primeros, en muchos casos son suficientes para resolverlo, pero en otros son insuficientes y se necesitan nuevos conceptos, nueva matemática. En cuanto a las ideas intuitivas, pueden ser ideas adquiridas informalmente, comúnmente teñidas de ideas pseudocientíficas o pobremente razonadas. Según Silva (2014), el aprendizaje previo es el conocimiento obtenido mediante la experiencia, hechos, conceptos y principios que adquirimos de manera informal. Como se observa, las definiciones abundan. En el caso de esta autora, todo lo que el estudiante aprende fuera del aula es “aprendizaje previo”.

Para el logro de los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica es imperativo que el estudiante utilice los conocimientos de años anteriores, para que sus modelos primitivos evolucionen a otros más complejos (Sanmartí, 2000), ya que el conocimiento previo, aunque pueda ser limitado, sirve de marco de referencia para el aprendizaje de lo nuevo (Branda, 2001). Por lo tanto, el docente debe fomentar la interacción entre los miembros del grupo y, a través del debate, la aparición de “lo que ya saben” (González, 2001).

2.5. El problema como motor de la metodología ABP

Según Branda (2009), existen confusiones respecto a lo que se entiende por ABP, pues la metodología podría, o no, contener problemas. Esto se debe a que, debido a los escasos conocimientos que los estudiantes tendrían sobre los temas, se piensa que los estudiantes aún no estarían capacitados para resolverlos, y lo que realmente importa del proceso es la adquisición de conocimientos. A la luz de esta segunda derivada del entendimiento del ABP, se desprende que, eventualmente, los estudiantes podrían no arribar a la solución del problema planteado y que esto no debería considerarse como un fracaso. El autor menciona algunos objetivos y tareas que deberían cumplirse en el ABP (Branda, 2009):

- Utilizar estrategias de razonamiento para combinar y sintetizar la proporcionada por el problema o situación en una o más hipótesis explicativas.
- Identificar necesidades de aprendizaje.

- A partir de lo aprendido, identificar los principios que puedan aplicarse a otras situaciones/problemas.

Adicionalmente, añade que al finalizar el análisis del problema o situación los estudiantes deben identificar qué han aprendido y han de tratar de contestar las preguntas siguientes:

- ¿Qué cosas nuevas hemos aprendido al trabajar con el problema?
- ¿Cómo se relaciona este nuevo aprendizaje con lo aprendido previamente?
- ¿Cómo se relaciona este aprendizaje con los objetivos de aprendizaje?
- ¿Qué principios se han discutido y cuáles hemos aprendido?
- ¿Qué de lo aprendido nos ayudará a entender diferentes problemas o situaciones en el futuro?
- ¿Qué áreas de aprendizaje se han identificado importantes para el problema, pero no se han explorado?

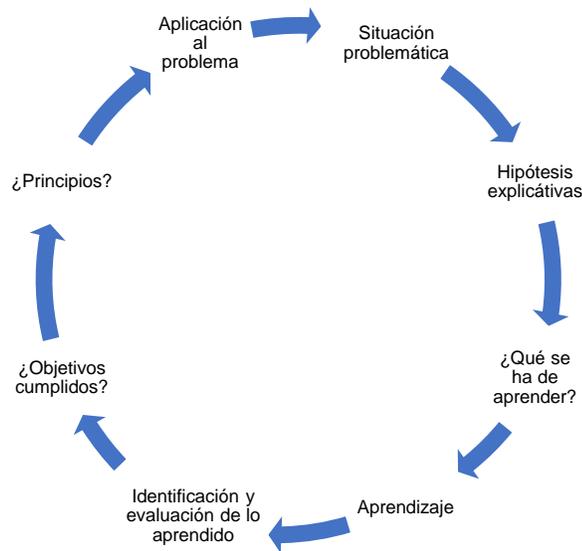


Imagen 2.4: Ciclo de ABP sin resolución del problema (Sanmartí, 2000).

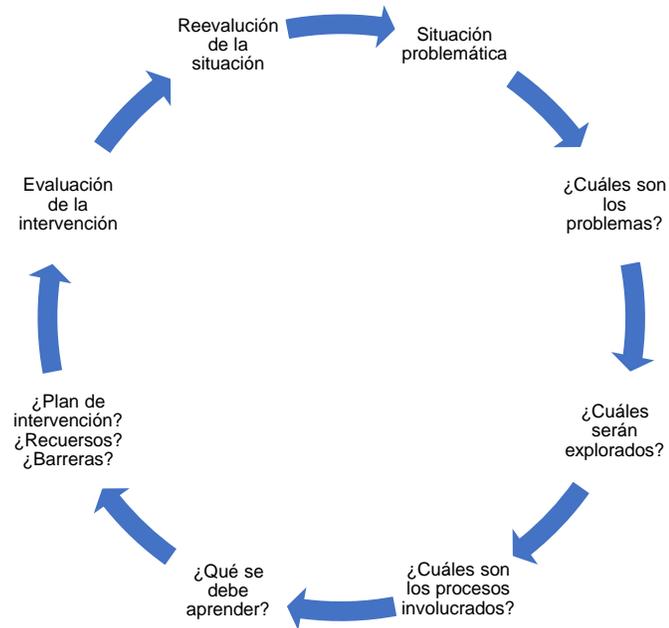


Imagen 2.5: Ciclo de ABP con resolución del problema (Sanmartí, 2000).

Podemos entender el vocablo “problema” en el sentido de la primera definición de la RAE, es decir, como “una cuestión que se trata de aclarar” (Branda, 2009). Además, afirma que otras palabras para referirse a lo que abre el ABP incluyen problemas, situaciones problemáticas, escenarios y casos. Por otro lado, también se concluye que “el problema, así su solución se efectúe a través de la lógica del método científico, es una situación simulada muy parecida a los problemas que ya en la práctica profesional enfrentarán los futuros practicantes de una u otra profesión” (Restrepo, 2005, p.12). Según esta última definición de lo que es un problema, en ingeniería lo es una situación compleja donde se debe calcular el impacto ambiental de la construcción de un túnel; en enfermería un caso clínico de un paciente con síntomas cuyo origen se desconoce; en derecho lo es un caso criminal donde se intenta dar con el paradero del asesino. La idea es que el problema genere un ambiente de aprendizaje y dirija el aprendizaje; con la finalidad de que el estudiante entienda que debe profundizar sus conocimientos antes de resolverlo. “Los problemas deben ser abiertos, o brunerianos, donde la capacidad de descubrimiento se exija al máximo” Branda (2009).

Este último plantea, además, que un buen problema ABP debería considerar al menos tres variables: relevancia, cobertura y complejidad. La primera de ellas se refiere a que los estudiantes comprendan que el problema es importante para su desarrollo profesional ulterior y que se vean a sí mismos como partícipes de una situación que no estará muy alejada de la realidad en un futuro. En segundo lugar, la cobertura se refiere a que el problema debe

contener en su resolución los objetivos de aprendizaje de la unidad. Esto es muy importante a la hora de formular un buen problema, o varios problemas. Finalmente, el problema debe ser complejo, es decir, deben existir varios caminos para resolverlo, donde las hipótesis sean probadas. Un aspecto esencial es que el problema debe ser interdisciplinario; debe ser un lugar donde convergen varias disciplinas.

2.6. Resolver problemas según Polya y su relación con el ABP

En esta sección se exponen los pasos de la metodología de resolución de problemas del matemático húngaro George Polya, junto con su relación con los pasos del método ABP. Se verá que los pasos del ABP contienen los pasos que propone Polya y que éstos últimos, como era de esperarse, contienen los pasos del método científico.

De acuerdo con Polya (1965), existen cuatro pasos (o fases) para resolver un problema, estas son:

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecutar el plan
4. Visión retrospectiva, o “mirar hacia atrás”

En palabras del matemático: “puede suceder que el alumno se le ocurra por causalidad una idea excepcionalmente brillante y saltándose todo el trabajo preparatorio, vaya directamente a la solución” (Polya, 1965). Estos saltos de genialidad son deseables, pero son infructuosos en caso de que el estudiante no tenga una idea clara, o no haya comprendido el problema. Es común que inmediatamente los estudiantes vayan a los detalles, olvidando las relaciones esenciales y sin tener un plan previo. “Mirar hacia atrás” contribuye a buscar soluciones más sencillas, estudiar posibles generalizaciones, etc. (Polya, 1965)

- **Comprender el problema.** “El alumno debe considerar las principales partes del problema atentamente, repetidas veces y bajo diversos ángulos” (Polya, 1965, p.29). El autor divide esta fase en dos partes:

1. Familiarizarse con el problema
2. Trabajar para una mejor comprensión

En la primera parte se debe poner atención al enunciado del problema y visualizarlo como un todo, sin ocuparse de los detalles. Luego, en la segunda parte, se deben aislar las principales partes del problema. Si el problema es una demostración (“problema por demostrar”) entonces identificar la hipótesis y la conclusión es esencial; en cambio, si es un “problema por resolver”, se deben identificar las incógnitas, los datos y las condiciones.

Concebir un plan. De acuerdo con Polya (1965), tenemos un plan cuando sabemos qué cálculos, qué razonamientos, etc., necesitamos efectuar para obtener la incógnita. Lo más importante es tener una idea de plan, independientemente de que su elaboración tome tiempo y presente dificultades (Polya, 1965). “El plan proporciona una línea general. Nos debemos de asegurar que los detalles encajan bien en esa línea. Nos hace falta, pues, examinar los detalles uno tras otro, pacientemente, hasta que todo esté perfectamente claro, sin que quede ningún rincón oscuro donde podría disimularse un error” (Polya, 1965, p.33). Una buena idea es fruto de la experiencia pasada y de los conocimientos previamente adquiridos, por eso el estudiante puede recurrir a problemas similares, teoremas demostrados, partes de un problema, etc. Se entiende por “problema similar” a aquel que es familiar y que tiene la misma incógnita; en caso de no obtener resultados el estudiante puede intentar dividir el problema en problemas más pequeños o resolver uno relacionado con él. En caso de que todo lo anterior no funcione, y con miras a explorar otros puntos de contacto con el problema, el estudiante puede enunciarlo con sus palabras (Polya, 1965).

Ejecutar el plan. En palabras de Polya (1965): “Lo esencial es que el alumno honestamente esté por completo seguro de la exactitud de cada paso”. Para Polya (1965), es de suma importancia que el alumno, una vez concebido el plan, no lo olvide. El olvido es visto como una consecuencia de que el alumno recibió el plan de un tercero; cada paso debe pasar la prueba de exactitud ya sea “por intuición” o por “demostración formal”.

Visión retrospectiva. Un problema nunca queda completamente terminado, incluso los buenos alumnos cometen el error de, una vez ejecutado el plan, cerrar sus cuadernos y dedicarse a otra cosa. Es en la visión retrospectiva donde los conocimientos se consolidan, se desarrollan aptitudes para resolver problemas, se buscan otras posibles soluciones y se vuelven a revisar los pasos del plan ejecutado (Polya, 1965).

Los pasos de Polya trasuntan la experiencia de un profesor que transmite la sabiduría del viajero que viene de vuelta. A ratos, el matemático convoca a la empatía, invitando al docente a ponerse en el lugar del alumno. Se encuentra en Polya, acaso, una metodología poco ortodoxa que no guarda reparos en ilusionar al estudiante para generar aprendizaje. En palabras de

Polya (1965): “Si el estudiante no está en condiciones de hacer gran cosa, el maestro debe mantenerle al menos la ilusión del trabajo personal. Para tal fin, el maestro debe ayudar al alumno discretamente, sin imponérsele”. Hoy en día, sugerencias como la mencionada no resistirían un análisis serio. No obstante, ese sentido alto de humanidad y nobleza que irradian las palabras de Polya no pueden quedar relegados al olvido, pues constituyen un material de riqueza invaluable para el docente en formación. Polya busca que los estudiantes experimenten el goce del descubrimiento al demostrar un teorema, pero en el proceso llama a “tener paciencia”. Eso es lo que hace del matemático un caso *Sui géneris* y le da su grandeza. Recordando los pasos de Polya y del método de Landsberger:

Pasos de Polya	Pasos de Landsberger
<ul style="list-style-type: none"> • Comprender el problema • Concebir un plan • Ejecutar el plan • Visión retrospectiva, o “mirar hacia atrás” 	<ul style="list-style-type: none"> • Exploración de las problemáticas relacionadas a la situación a trabajar. • Elaboración de lista acerca de lo que el equipo sabe acerca del problema. • Desarrollo y escritura del enunciado del problema usando palabras propias. • Listado de todas las posibles soluciones para el problema. • Cronograma de las acciones a realizar. • Construcción de lista con lo que el equipo necesita saber para resolver el problema. • Escritura del reporte con la solución del problema dada por el equipo, este debe incluir documentos que avalen la solución. • Presentación y defensa de conclusiones. • Reflexión y análisis del desempeño individual y grupal.

Tabla 2.9: comparación de los pasos de Polya y Landsberger

La primera fase de Polya (“comprender el problema”) contiene los tres primeros pasos del método de Landsberger: en el primer paso se identifican las partes significativas del problema, se omiten detalles y se busca una visión de conjunto, en suma, se explora el problema, analizando y discutiendo “la primera mirada”. El segundo y tercer paso de Landsberger, si bien no están explícitos en Polya, contribuyen al mismo objetivo: comprender el problema. La segunda fase de Polya (“concebir un plan”) engloba los pasos cuatro y cinco de Landsberger: el estudiante plantea un conjunto de soluciones y elige las más plausible, luego lista los pasos a seguir para probar si tal solución resuelve el problema. La tercera fase de Polya (“ejecutar el plan”) es equivalente al paso seis de Landsberger y la fase cuatro con los pasos siete, ocho y

nueve de Landsberger, donde se hace un reporte, se presentan los resultados y observa el proceso o “se mira hacia atrás”. En cuanto al método científico, la hipótesis se plantea en la fase dos, se prueba y se contrasta en la fase tres y cuatro. En síntesis, el ABP se deriva de las fases de Polya o, en otras palabras, las fases no son otra cosa que una suerte de simplificación del ABP, una metodología de resolución de problemas puesta a punto con una época (los 60's) donde la didáctica acaso daba sus primeros pasos. ¿Por qué sacar a colación a Polya? Como autoridad y referente en la heurística, sin dejar a un lado su calidad de eminente matemático, Polya dejó una huella en la didáctica de la matemática y es lectura obligada para todo aquel que quiera adentrarse en ese mundo. El ABP descansa en “hombros de gigantes”, tiene un precedente y está basado en el método científico.

2.7. El efecto Ringelmann, o “el problema del polizón”

Según una columna de la sección de liderazgo de la escuela de negocios Wharton de la Universidad de Pennsylvania del año 2006, en el ámbito de los equipos de trabajo aún no existe un consenso en la academia sobre el número óptimo de integrantes, aunque sí se conocen ciertos límites, como, por ejemplo, que cuando el número de integrantes supera un umbral el equipo entra en una etapa de “pereza social” que lo conduce a caer por su propio peso. Con todo, no hay una regla de oro. La cantidad varía de acuerdo a los objetivos del equipo y del papel que juega cada uno de sus miembros.

De acuerdo con la profesora de gestión de Wharton, la psicología social ya ha abordado estos temas y conocido es el estudio del ingeniero agrónomo francés Maximilian Ringelmann que descubrió que “cuántas más personas tiraban de la cuerda, menor era el esfuerzo que realizaba cada una de ellas”. Hoy en día, agrega la docente, no es necesario tener un encargado de grupo que haga el papel de monitor pues los equipos funcionan como una unidad social que autónomamente se encarga de controlar y monitorizar a sus miembros. Los trabajos de Ringelmann, o la idea central, tiene una representación visual en el siguiente gráfico:

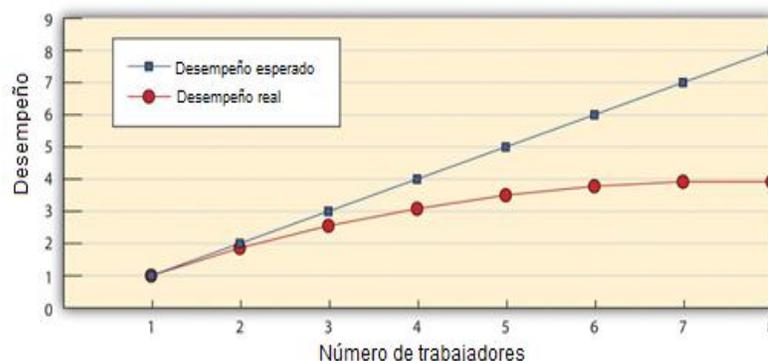


Imagen 2.6: Gráfico del efecto Ringelmann (Stangor, 2011) (Traducción propia).

El gráfico nos muestra el denominado “*efecto Ringelmann*” (o “problema del polizón”) que nos dice que a partir del segundo miembro de un grupo la fuerza resultante de los esfuerzos individuales al tirar una cuerda no es suma de las contribuciones individuales ideales, sino que es inferior a la suma de sus partes. Se produce, entonces, una cierta “pereza social”.

Según Mueller y otros profesores de Wharton, existen tres factores relevantes para crear un equipo efectivo:

1. Tipo de tarea a realizar
2. Composición del equipo
3. Tamaño del equipo

En primer lugar, el tipo de tarea a realizar determina el tipo de personas a contratar, las habilidades buscadas y el grado de coordinación necesarias. Un equipo de ventas, por ejemplo, no requiere un grado elevado de coordinación mientras los miembros del equipo trabajan, pues no hay interdependencia. La coordinación, entonces, será necesaria al final. En cambio, un equipo de fútbol requiere un alto grado de coordinación de sus partes durante todo el partido, siendo la victoria fruto de esa coordinación para defender, crear jugadas y atacar al oponente.

En segundo lugar, cada integrante del equipo posee actitudes, habilidades, estilos de trabajo, etc., diferentes. Finalmente, la cuestión de la efectividad de un equipo según el número de participantes sigue generando debates y opiniones variadas. De acuerdo con Katherine J. Klein, profesora de gestión de Wharton, el tercer integrante de un equipo abre la posibilidad de las batallas de poder, dos contra uno. Añade, además, que de ahí la creencia de que los grupos pares son distintos a los impares. En palabras de la académica: “mi intuición me dice que cuando pasas de ocho o nueve personas, el equipo se vuelve demasiado grande y se desmoronará por su propio peso en grupos más pequeños”. Con todo, afirma que es una creencia compartida el hecho de que cuando aumentan los grupos se produce una tendencia a la “haraganería social” donde siempre hay alguien que se esconde en los demás.

2.7.1. Tamaño óptimo de un equipo

En palabras de Evan Wittenberg, director del programa de liderazgo de Wharton: “no es necesariamente un problema sobre el que la gente piense inmediatamente, pero es un problema importante”. Según Wittenberg, a la hora de definir el tamaño óptimo de un grupo, las investigaciones no son concluyentes, siendo el número seis el más mencionado. Con todo, “tener un buen equipo depende de algo más que del tamaño óptimo”, agrega. De acuerdo con Wittenberg, un equipo necesita ser efectivo y, para lograrlo, los miembros deben conocerse

entre sí, generar lazos de confianza y compartir sus valores personales fundamentales. Luego de eso, viene la etapa donde todos se interiorizan sobre las tareas a realizar y cómo las realizarán. Recordando el “problema del polizón”, el académico afirma que el fracaso del desempeño individual es menos consecuencia de la coordinación que del apoyo y las relaciones sociales en el grupo. Así y todo, vuelve a la cuestión del tamaño óptimo de un equipo y afirma que por debajo de cinco miembros comienzan a aparecer problemas de motivación y por encima de cinco comienzan a formarse subgrupos.

2.7.2. Diversidad y competencia en los equipos

De acuerdo con las investigaciones de Klein, la diversidad en los equipos, entendiendo por ésta diferencias de raza, etnia, edad, etc., pueden tanto generar conflictos como evitarlos. En palabras de Klein: “El supuesto general es que a la gente le gusta la gente que es similar, así que también existe la teoría de que la diversidad es buena, que gracias a ella hay más ideas, más puntos de vista y más creatividad a la hora de encontrar mejores soluciones”. Según trabajos de Klein y Lim, los modelos mentales de los equipos, entendidos como el conjunto de visiones compartidas y organizadas de los elementos del entorno en los cuales se mueven, juegan un papel muy importante a la hora de aumentar la efectividad en tareas complejas, urgentes e impredecibles, esto debido a que si el equipo comparte un modelo mental entonces no es necesaria tanta discusión y tiempo en entender el punto de vista contrario ya que los miembros del equipo pueden anticipar lo que posiblemente está pensando el otro.

Según Wittenberg, en una empresa es común que exista competencia entre equipos de áreas diferentes, pero a la hora de enfrentar a otra empresa éstos parecen unirse y las diferencias quedan a un lado. Un equipo triunfador -agrega el académico- es aquel que da más importancia a la comunicación en persona y utiliza menos los medios electrónicos, que dan lugar a malentendidos producto de la incapacidad de estos medios para interpretar las emociones y el sarcasmo, por ejemplo. Finalmente, reparar un equipo dañado, según Mueller, requiere volver a los fundamentos, ¿están los objetivos claros? ¿Están bien asignados los roles? ¿trabajan todos para lograr un objetivo común? Si el objetivo del equipo no es sentido por todos, los integrantes no estarán a gusto y no habrá compromiso con las tareas.

2.7.3. Equipos de trabajo en el ABP

El éxito en el mundo profesional requiere que las personas sean capaces de trabajar de forma independiente y como parte de un equipo, debido sobre todo a los altos grados de multidisciplinariedad y la especialización de la base laboral, nuestros profesionales siempre

deben estar listos para tomar la iniciativa y adquirir nuevo conocimiento, todo esto requiere de habilidades sociales y de aprendizaje que deben ser promovidas desde el periodo escolar y a través de distintas metodologías, siendo el ABP una de ellas. “Ya que el aprendizaje individual, sin importar que tan maravilloso sea o lo bien que nos haga sentir, puede ser menos relevante para las organizaciones, debido a que virtualmente todas las decisiones importantes ocurren en grupos.” (Butun, 2016, p.117, traducción)

Lo primero que se debe lograr como tutor para hacer del trabajo en equipo un proceso exitoso, es hacer que los estudiantes se sientan cómodos con las interacciones que ocurren entre los distintos participantes del proceso, docente y alumnos, dentro de los espacios de aprendizaje. Ya que una persona es capaz de aprender habilidades complejas, si se crean las condiciones en las que el contexto da incentivos y apoyo al proceso de aprendizaje, dando como resultado que la interacción entre los miembros del grupo durante las sesiones puede aumentar las habilidades metacognitivas de los estudiantes a través del dialogo reflexivo.

En cuanto a la organización de los grupos de trabajo en ABP, se pueden extraer una serie de consideraciones a partir de varios autores.

De acuerdo con el International Journal of Electrical Engineering Education:

1. Los miembros del grupo deben tener residencias cercanas entre sí.
2. Cada miembro del grupo debe tener una tarea específica basado en sus habilidades, tales como organizador, diplomático, programador, investigador, etc.
3. Cada grupo debe tener sus propias reglas para reunirse fuera del horario de clase y acordar un cronograma que mostrara su progreso.
4. Cada grupo debe preparar un reporte al final del curso para informar a los otros grupos y al profesor acerca del trabajo realizado.
5. Las presentaciones tienen un límite de 10 minutos para cada grupo, pero no hay límite de tiempo para la discusión posterior.

(Butun, 2016, p. 115, traducción)

De acuerdo con las Guías desarrolladas por la Facultad para Desarrollo y Diseño de Material Instruccional de la Universidad de Northern Illinois en 2015 podemos sacar las siguientes conclusiones:

1. Los grupos de trabajo deben ser heterogéneos, donde los estudiantes representen diversos tipos y niveles de competencias en un esfuerzo por hacer que los equipos sean más dinámicos y eficientes.

2. Los estudiantes de forma individual y grupal deben identificar sus fortalezas y debilidades, de forma que pueden determinar los roles que deben asumir en el proceso de resolución del problema.
3. Cada estudiante debe realizar una reflexión final en la que evalúen su desempeño y el desempeño de otros miembros del grupo.
4. Un clima de respeto es esencial, por lo que toda contribución debe ser tomada en cuenta por parte de los miembros del grupo.

2.9. Breve historia de la trigonometría.

El estudio de la evolución histórica de los conceptos es vital para tener una mirada holística del contenido con el que trabajaremos. Es necesario comprender que lo que puede parecer obvio ahora, necesitó de siglos para desarrollarse, por lo que es comprensible que los estudiantes tengan dificultades al verse enfrentados con este cuerpo de conocimientos por primera vez.

2.9.1. Primeros indicios de la trigonometría.

Es en el Antiguo Egipto, entre 2000 y 1800 a. C., donde podemos encontrar las primeras semillas de la trigonometría, Específicamente en el papiro de Rhind considerado como la fuente más importante de la matemática egipcia y considerada, además, como una guía de la medición y el cálculo en dicha cultura (Heath, 1981). De este papiro se extraen reglas para el cálculo de áreas de formas cuadradas, triangulares, circulares, etc.; y algunos rudimentos de trigonometría que se basan en los cálculos necesarios en la construcción de pirámides y monumentos (Espinoza 2005). Estos rudimentos de trigonometría aparecen en los problemas 56, 57 y 58 del papiro, y tratan acerca de la pendiente, base y altura de diferentes pirámides: en el problema 56 del papiro, por ejemplo, se solicita calcular el **Seqt**, (concepto egipcio para la pendiente de una superficie plana inclinada), de una pirámide de 250 codos de altura y 360 codos de lado en la base, los problemas 57 y 58 son similares a este escenario

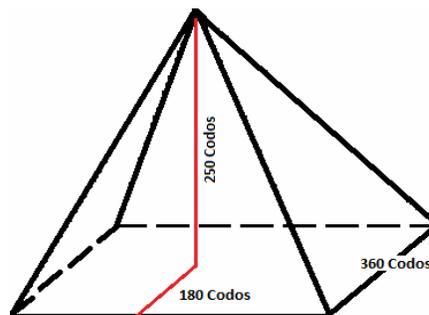


Imagen 2.7: Imagen del problema 56 (Elaboración propia)

Otro de estos indicios de Trigonometría aparece entre el 1900 y el 1600 a. C. en la ciudad de Babilonia, con la tablilla 322 de la colección Plimpton, actualmente conservada en la Universidad de Columbia. Esta tablilla resulta especialmente polémica por el hecho de que muestra una serie de tríos pitagóricos, además de la razón entre la Hipotenusa y el cateto mayor, (la secante), de varios triángulos comprendidos entre los 31° y los 45° . La polémica de esta tablilla radica en que precedió a Pitágoras por más de un milenio.

De acuerdo con Guzmán, 2014 La diferencia de estos documentos con el trabajo griego es que, como todos los documentos anteriores a la civilización helénica, se limitan meramente a casos prácticos, careciendo de la formalización que los griegos, (a través de sus axiomas, teoremas y el rigor de sus demostraciones), daban a sus conocimientos matemáticos.



Imagen 2.8: Fotografía de Plimpton 322. Rare Book and Manuscript Library de la Universidad de Columbia, donde se encuentra actualmente. La tablilla de arcilla tiene 13 cm de ancho, 9 cm de alto y 2 cm de grosos. (Maor, 2007)

2.9.2. Grecia; la cuna de la trigonometría.

Kline, en su colección de libros “El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos” de 1972, nos indica que Las ciudades jónicas fueron las más sensibles a las influencias egipcias y babilónicas, gracias a que por su posición privilegiada en el Mediterráneo estaban conectadas por mar a los puertos egipcios y fenicios, además de a las principales urbes babilónicas a través de extensas rutas comerciales terrestres como es el caso de Mileto, que fuera hogar de Tales, y Pérgamo, cuna de Apolonio. Otra gran influencia estuvo dada por las conquistas de Alejandro Magno y el nacimiento de Alejandría en 331 a. de C., que con su maravillosa biblioteca instruyó a muchas de las más brillantes mentes de su época, como es el caso de Euclides, bautizado por la historia como el padre de la Geometría.

Los “Elementos” de Euclides y las “Secciones Cónicas” de Apolonio fueron las contribuciones más importantes a la geometría, condensando en sus líneas muchos de los conocimientos previos. Gracias a estas bases pudo surgir la trigonometría para dar respuesta a muchos problemas de astronomía de la Época. Como es el caso del Tratado titulado “Sobre los tamaños

y distancias del Sol y la Luna”, donde Aristarco de Samos (310 – 230 A.C.) daba la relación entre las distancias Tierra-Sol y Tierra-Luna por medio de la semejanza de Triángulos.

Otro trabajo que demuestra la genialidad griega que dio a luz a la trigonometría es el de Eratóstenes de Cirene, “Sobre la medida de Tierra”; donde utilizando el ángulo entre las ciudades de Assuan y Siena, medido a través de la medición de la sombra de un trozo de madera en la primera y la ausencia de sombra en la segunda, y una caravana de camellos Eratóstenes pudo estimar la circunferencia de la Tierra con un grado de exactitud impresionante para la época. Sierra-Porta (2008).

Según Sierra-Porta (2008) también podemos decir que, a pesar del genio mostrado por los griegos, hasta este punto no había nada que pudiera llamarse Trigonometría, fue durante el siglo II antes de Cristo que Hiparco de Nicea (180 – 125 a. C.) elabora la primera tabla trigonométrica de la que se tiene constancia, ganándose así el título de Padre de la Trigonometría. La tabla consta de los valores de arcos y sus cuerdas correspondientes, así como el cociente entre ambos. La tabla de Hiparco era una herramienta fundamental para la solución de triángulos en la Época. Y fue fundamental para que Menelao de Alejandría (Alrededor del 100 a. C.) plasmara las bases de la trigonometría esférica en su tratado “Esférica”. Pero fue La obra de Ptolomeo de Alejandría (100-170 d. C.) la que tiene vital importancia en cuanto al nacimiento de la trigonometría tal y como la conocemos hoy. Su tratado astronómico *Almagesto* permitió a los Astrónomos interpretar los cielos durante más de 1000 años, gracias a sus tablas de cuerdas podemos deducir casos particulares como métodos para el cálculo de cuerdas para la suma y diferencia de arcos.

2.9.3. Trigonometría en la cultura hindú

Durante el Siglo IV podemos observar una notable influencia de la trigonometría de Ptolomeo en la recopilación Las *Siddhāntas*, pero al contrario de Ptolomeo cuya trigonometría se centraba en la relación entre las cuerdas y los arcos o ángulos centrales que estas subtienden, los hindúes estudiaron la relación entre las semi cuerdas y la mitad del arco, siendo esta razón la antecesora de nuestro actual seno.

En el siglo VI nos encontramos con la Aryabhatiya de Aryabhata, que a pesar de estar escrita en verso y a una escasa relación con la rigurosidad de los griegos, contiene tablas para los senos de ángulos iguales o menores a 90° , en 24 intervalos de $3^\circ 45'$. (Kline, 1972)

2.9.4. Trigonometría en la cultura árabe

Históricamente se puede considerar que los árabes fueron quienes más contribuyeron a la sistematización de la trigonometría, en gran parte debido a su independización de la astronomía (Kline, 1990).

A pesar de las muchas influencias griegas sobre la matemática árabe de la época, estos se decantaron por el modelo del seno hindú por sobre el modelo de cuerdas griego.

Hubo muchos matemáticos que obtuvieron relaciones importantes, como Al-Battani (850-929 d.C.) que al trabajar con triángulos rectángulos en astronomía obtuvo la relación:

$$b = a \frac{\text{sen}(90 - A)}{\text{sen}(A)}$$

Donde a y b son catetos de un triángulo rectángulo y A es el ángulo opuesto al lado a.

Pero fue un siglo más tarde, con los escritos de **Abu'l-Wefa** (939-998), que sabemos que la función tangente ya era conocida y la relación desarrollada por Al-Battani podía ser escrita como $a=b \text{ tg}(A)$. Abul-Wefa también obtuvo importantes resultados como las ecuaciones para el ángulo doble y el ángulo mitad, además de utilizar en sus cálculos las seis funciones trigonométricas usuales; seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

2.10. Aplicaciones de la trigonometría.

Clase tras clase los docentes pueden observar la falta de interés de los estudiantes por ciertos contenidos debido a la didáctica en que estos se presentan, ya que se produce un rechazo en el aprendizaje de los alumnos cuando aprenden únicamente de manera expositiva, en lugar de usar otra metodología de enseñanza que entregue más autonomía a los estudiantes. Para revertir esta situación, se necesita que el docente busque nuevas formas de como enseñar y diseñar didácticas acordes a las aplicaciones que posean dichos contenidos en el mundo actual, y lo asocie no solo al futuro profesional de los alumnos, sino que también a su contexto actual (Gómez, 2005).

En el caso de la trigonometría podemos encontrar notables aplicaciones en la física y la ingeniería, sobre todo en la modelización de fenómenos periódicos. Las ondas son un ejemplo en donde las funciones trigonométricas nos sirven para crear modelos predictivos de su comportamiento, gracias a esto podemos hacer cosas como; crear lugares con mejor acústica en el caso de ondas sonoras o estudiar de mejor manera los fenómenos de las ondas

electromagnéticas como la luz visible, las señales de radio, las ondas microondas y otras. La trigonometría también resulta fundamental en el uso de vectores dentro de distintos sistemas de referencia como los sistemas de coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas, esféricas o curvilíneas ortogonales (Young, 2009).

Otros campos en los que la trigonometría resulta extremadamente útil son la arquitectura y la construcción, en los que la trigonometría puede ser utilizada para algo tan simple como lo es cuadrar un terreno para la construcción de una casa pequeña, hasta llegar al posicionamiento de vigas, pilares, tensores y soportes para una mejor distribución de los distintos esfuerzos de tensión, compresión y cizalle a los que se puede ver sometida una edificación a gran escala, como un rascacielos o un puente. La topografía y la geo-mensura también están íntimamente relacionadas a la actividad propuesta en la secuencia didáctica, sobre todo debido al teodolito utilizado como instrumento de medición.

En la astronomía moderna, mediante la trigonometría podemos utilizar técnicas de triangulación para estimar desde distancias a estrellas próximas que están a varios años luz, hasta distancias de unos pocos metros mediante sistemas de posicionamiento global (GPS por sus siglas en inglés, Global positioning System).

En cuanto a aplicaciones más cercanas a la población objetivo de estudiantes, puede mencionarse a MG Galli, con su trabajo "*Desarrollos en la Formación de Técnicos Superiores en Informática Aplicada*", quien nos hace notar la importancia de la trigonometría en el campo de la creación de video juegos. Las imágenes que generan las consolas o computadores al jugar con video juegos son generadas en base al ordenamiento de triángulos, mientras mayor sea la cantidad de triángulos que puede generar el motor gráfico mayor será el nivel de detalle que puede lograrse, estos polígonos son generados a través de algoritmos trigonométricos. Otra aplicación en este campo es la medición de distancias y ángulos en mundos virtuales 2D, 2,5D y 3D. En base a la trigonometría también pueden crearse los algoritmos que definen las reglas físicas del juego; que tan rápido pueden moverse los personajes, que tan alto pueden saltar e incluso el lanzamiento de proyectiles en juegos como los Shooters (juegos que simulan enfrentamientos bélicos como Call of Duty), RPGs (Juegos de Rol, role-playing game), entre otros.

Capítulo 3: Creación de la Propuesta Didáctica

En este capítulo se justifica el diseño de la propuesta para la unidad didáctica, mostrando los pasos de su construcción, pasando por objetivos, habilidades y actitudes. Se entrega una descripción general de la misma, mostrando qué tipos de contenidos aborda, su selección y secuenciación; culminando con una descripción de las seis clases, especificando objetivos y material didáctico para el estudiante y profesor.

Antes de comenzar con el desarrollo de este capítulo debemos decidir un nombre para la propuesta, pero no cualquiera. Debe ser tal que lo que se haga durante la propuesta no quede al descubierto y se mantenga el misterio, en otras palabras, queremos que los estudiantes no pierdan la motivación y que el contenido no sea predecible. Bautizar a la propuesta como “trigonometría” podría desviar los objetivos de la metodología, que van a contrapelo con la manera extendida de hacer clases: entregar algunas definiciones teóricas y de inmediato dar paso a una guía de ejercicios. En particular, la solución de la guía debe quedar “enmascarada” y no debe ser evidente, contribuyendo a que el estudiante llegue a encontrarse en una situación de desequilibrio y sus esquemas de pensamiento entren en contradicción: se produce el “conflicto cognitivo” (Morales B. y Landa F., 2004). El nombre “medición de distancias inaccesibles” deviene más acorde con el espíritu del ABP, permitiendo el aprendizaje autodirigido y que los estudiantes busquen rutas de solución por sí mismos.

3.1. Objetivos de la unidad

En esta sección se presentan los objetivos, habilidades y actitudes de la unidad propuestos por el MINEDUC para el año 2015. Como se mencionó anteriormente, de acuerdo con Sanmartí (2000), “los objetivos deben ser pocos y básicos, considerando el tiempo de enseñanza. Las listas grandiosas e idealistas no sirven de nada, ya que se vuelven imposibles de cumplir” (p.245).

3.1.1 Objetivos de aprendizaje

Las bases curriculares definidas por el MINEDUC para el año 2015 especifican que al finalizar la unidad didáctica los estudiantes deberían cumplir el siguiente Objetivo de aprendizaje:

OA8. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos

- Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
- Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados
- Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas

3.1.2. Habilidades asociadas a los objetivos de aprendizaje

Las habilidades escogidas se dan naturalmente al trabajar el eje de geometría en el ABP y tienen mayor compatibilidad con la guía de trabajo. Se espera que los estudiantes aumenten su dominio de las mismas:

Habilidad	Indicadores
Resolver Problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> ❖ Simplificar el problema y estimar el resultado. ❖ Descomponer el problema en sub-problemas más sencillos. ❖ Buscar patrones. • Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
Argumentar y comunicar	<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. • Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados.
Modelar	<ul style="list-style-type: none"> • Usar modelos utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. • Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. • Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.
Representar	<ul style="list-style-type: none"> • Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.

Tabla 3.1: Habilidades asociadas a los objetivos de aprendizaje (MINEDUC, 2015).

3.1.3. Actitudes por desarrollar en la propuesta

Las actitudes sugeridas por el MINEDUC son completamente transversales a la asignatura de matemática, siendo aplicables a todas las asignaturas e incluso a la vida que los estudiantes tienen fuera del colegio. Estas actitudes se enfocan por sobre todas las cosas en la creatividad, la responsabilidad y el trabajo en equipo, coincidiendo de buena manera con las actitudes que son fomentadas por la metodología ABP que hemos propuesto:

1. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas reales.
2. Demostrar interés por resolver desafíos matemáticos mediante sus conocimientos previos.
3. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
4. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos.
5. Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
6. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información (BC, 2015, p.101).

3.2. Secuenciación de los contenidos:

La secuenciación de los contenidos a trabajar está intrínsecamente relacionada con la metodología elegida.

3.2.1 ABP y ABPr

Existen diversas metodologías de enseñanza que pueden ser útiles en la enseñanza de la trigonometría, el motivo de nuestra elección se basó, en un primer momento, en el carácter profesional de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y porque, además, los pasos del método científico se encuentran enmarcados en su estructura. Sin embargo, lo mismo podría decirse acerca del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPr), cuyo nombre es incluso similar a la metodología utilizada en esta propuesta, y en la que los alumnos pueden incluso llegar a crear una empresa imaginaria, con un logo y nombre propios.

A continuación, se presenta una tabla comparativa entre ambas metodologías, en ella se pueden observar las similitudes y diferencias entre una y otra:

ABPr vs ABP

Similitudes

- Se enfocan en preguntas o tareas abiertas.
- Proveen aplicaciones auténticas de contenido y habilidades.
- Construyen habilidades aplicables en el siglo XXI.
- Ponen énfasis en la independencia y curiosidad de los alumnos.
- Toman más tiempo y son más multifacéticos que clases o tareas tradicionales.

Diferencias

ABPr	ABP
Multidisciplinar.	Es usado de manera más frecuente para trabajar una asignatura, aunque puede ser multidisciplinar.
Puede ser de larga duración (Varias semanas o meses)	Tiende a ser más corto, aunque puede alargarse.
Sigue pasos generales.	Sigue pasos específicos, demarcados con anterioridad.
Incluye la creación de un producto o aplicación	El “producto” puede ser tangible o una solución propuesta, expresada por escrito o en una presentación.
normalmente involucra escenarios de la vida real, con tareas y condiciones auténticas.	Con frecuencia utiliza estudios de caso ficticios o “problemas mal estructurados”

Tabla Larmer, J. (2014). *Project-based learning vs. problem-based learning vs. X-BL*. Extraído y traducido desde <http://www.edutopia.org/blog/pbl-vs-pbl-vs-xbl-john-larmer>

En cuanto a la elección entre ambas metodologías esta se centró, principalmente, en dos criterios: por un lado, la duración del proceso. El ABP puede ser significativamente más breve que el ABPr y, por otro lado, la secuenciación. En este caso se decidió por el ABP debido a que tiene pasos estructurados dentro de una secuencia que es fácil de seguir para profesores menos experimentados.

3.2.2 Variante ABP utilizada.

Para la construcción de la unidad se utilizará el método de los nueve pasos de Landsberger. El método de los cinco pasos carece de una etapa fundamental en el método científico: la contrastación de la hipótesis con los resultados. Esta etapa se presenta de varias formas en los

métodos restantes. En el método de los siete pasos se discuten las hipótesis tentativas y se someten a discusión; en el método de los ocho pasos se intenta resolver el problema con los conocimientos que se poseen y, en caso de no ser resuelto, existe una etapa de estudio personal, luego de la cual se vuelve al problema y se evalúa la solución y el proceso. El hecho de evaluar el proceso lo diferencia del método de los siete pasos. Finalmente, el método de los nueve pasos cumple con la etapa de contrastación de las soluciones y/o hipótesis, y también se evalúa el proceso. El método de los nueve pasos de Landsberger contiene dos pasos que lo diferencian de los restantes: 1) los estudiantes deben hacer un reporte de sus resultados y 2) los estudiantes deben preparar una presentación. Cada una de estas etapas admite una rúbrica de evaluación según niveles de logro que pueden incluirse en la unidad. De acuerdo con Landsberger (2011), los nueve pasos en detalle son:

Paso 1. Exploración de las problemáticas relacionadas a la situación a trabajar. Lectura, discusión y análisis del problema, identificando sus partes significativas.

Paso 2. Elaboración de lista acerca de lo que el equipo sabe acerca del problema. En esta etapa el grupo identifica sus aprendizajes previos (“lo que el estudiante ya sabe”) relacionados con el problema. Como la unidad está dedicada al aprendizaje de la trigonometría, se espera que en esta etapa los estudiantes identifiquen contenidos de geometría como semejanza de triángulos y sus propiedades como la proporcionalidad de los lados homólogos y la congruencia de ángulos respectivos, teorema de Pitágoras, teorema de Euclides, teorema de Thales, etc. En un grupo es común que cada integrante muestre fortalezas y capacidades útiles para resolver el problema. Si un estudiante muestra dominio en algún contenido, como por ejemplo “semejanza de triángulos”, se espera que el tutor le asigne u oriente el proceso de tal manera que aquellos estudiantes tomen un papel protagónico en la generación de soluciones.

Paso 3. Desarrollo y escritura del enunciado del problema usando palabras propias. Este nuevo escrito debe estar basado en lo que se sabe acerca de la situación problema y en lo que se necesita para su resolución. Esto es: a) Obtener consenso del equipo para el nuevo escrito; b) escribir el nuevo enunciado del problema; c) obtener retroalimentación del tutor (para confirmar si el equipo va en buen camino y d) se debe tener una actitud proclive al cambio, pues el enunciado podría sufrir modificaciones mientras se recopila información y se aprende más.

Paso 4. Listado de todas las posibles soluciones para el problema. Esta etapa contiene la formulación de hipótesis del método científico. El grupo elabora una lista con las ideas, especulaciones e hipótesis acerca del problema; luego se ordenan desde la más probable hasta

la menos probable y se elige aquella que tenga mayores probabilidades; en otras palabras, se elige la hipótesis más plausible según criterios como simplicidad, capacidad de predicción, etc.

Paso 5. Cronograma de las acciones a realizar.

Estas son:

1. ¿Qué debemos saber y hacer para resolver el problema?
2. ¿Cómo damos orden a estas acciones?
3. ¿Cómo se relacionan estas acciones a nuestra lista de posibles soluciones?
4. ¿Estamos de acuerdo acerca de nuestro curso de acción? Si no lo estamos ¿Que debemos hacer para estarlo?

Paso 6. Construcción de lista con lo que el equipo necesita saber para resolver el problema. El equipo elabora una lista con lo que no sabe del problema, haciendo preguntas tales como “¿Qué necesitamos saber para solucionar el problema?” o “¿Podemos obtener más información del tutor?”. En esta etapa el grupo puede:

1. Discutir posibles recursos necesarios para resolver el problema, tales como el internet, libros de texto, entrevistas, fuentes primarias o secundarias, el instructor.
2. Asignar un cronograma a cada miembro del grupo.
3. Disponer de fechas de entrega para todas las tareas.

Paso 7. Escritura del reporte con la solución del problema dada por el equipo, este debe incluir documentos que avalen la solución. Este paso actúa como un paso preliminar que involucra un borrador del reporte o puede ser el reporte final. Verifica los requerimientos del profesor. En esta etapa:

1. Preparación la presentación de los hallazgos, siguiendo los requerimientos del profesor para esta parte de la actividad. Típicamente, cada grupo presenta sus soluciones como una presentación grupal a toda la clase o a los interesados en la solución del problema.
2. Se debe incluir; enunciado, preguntas, información recolectada y su análisis, así como también el sustento para las soluciones y las recomendaciones basadas en el análisis de los datos. Este paso mostrara el proceso y el resultado de la actividad ABP.

Paso 8. Presentación y defensa de conclusiones.

Una meta importante en el ABP es presentar no solo las conclusiones, sino que también los cimientos sobre los cuales estas se asientan. Prepara los siguientes:

1. Declara el problema original y tus conclusiones.
2. Haz un resumen del proceso de resolución del problema: cuales fueron las opciones consideradas, que dificultades enfrentaron, que recursos utilizaron.
3. Convince a la audiencia acerca de la validez de tu solución a través del sustento teórico.
4. Prepárate para comentarios y preguntas que desafíen tu propuesta -Responde claramente las preguntas que sepas y si no tienes una respuesta, reconócelo y pide tiempo para considerarlo.

Paso 9. Reflexión y análisis del desempeño individual y grupal.

Esta reflexión es un paso muy importante que ayudará a validar los aprendizajes y como podrá mejorar el proceso. Un elemento clave del ABP es el acto de reflexión en el cual se pide a los alumnos que apliquen lo aprendido en otras situaciones (Transferencia de conocimiento) como lo aprendido en la vida personal (Como estudiantes y ciudadanos de una comunidad) y en proyectos de la escuela (Barrell, 1999). El pensamiento reflexivo también ayuda a los estudiantes a volverse más conscientes de su propio ambiente de aprendizaje y acerca de cómo resuelven problemas.



Imagen 3.1: Pensamiento reflexivo mediante el ABP (Barrell, 1999)

3.3. Descripción general de la propuesta

La propuesta didáctica está conformada por una secuencia de seis clases, de las cuales en 5 de ellas se siguen las etapas del ABP y la última es para sistematizar e institucionalizar, cada una con una duración de 90 minutos (2 horas pedagógicas) y material para su desarrollo, tanto para el alumno como para el docente.

Cada clase sigue la estructura de los tres momentos: inicio, desarrollo y cierre. Y están contenidas en tres grandes etapas: la primera clase en la primera etapa, las clases dos, tres y cuatro en la segunda y la quinta clase en la tercera. Particularmente, los nueve pasos del método de ABP de Landsberger se distribuyen de la siguiente manera: los tres primeros pasos se abordan en la primera clase; los pasos cuatro y cinco en la segunda; el paso seis en la tercera y cuarta; los pasos siete, ocho en la quinta clase y el paso 9 en la sexta. La estructura de la propuesta se puede visualizar en el siguiente esquema:

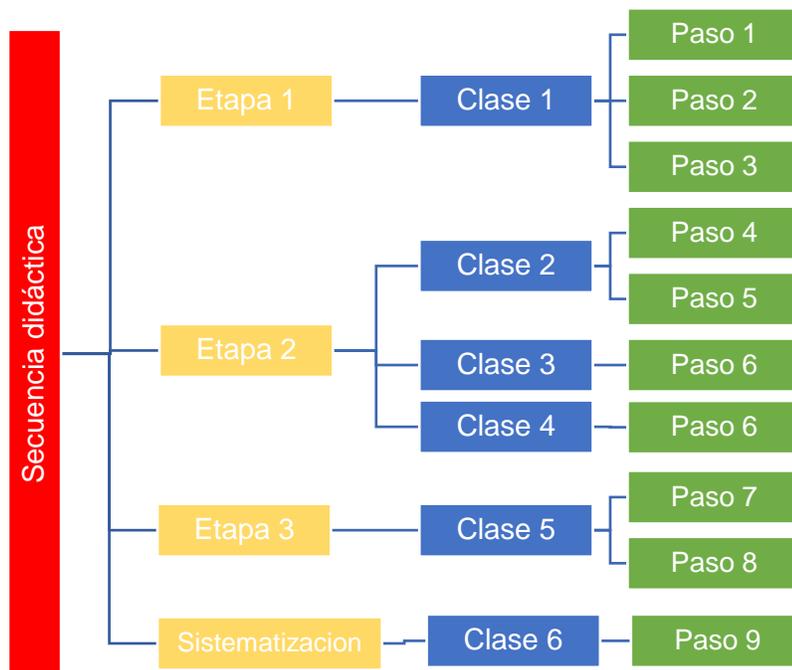


Imagen 3.2: Estructura de la secuencia didáctica, clases y pasos del ABP.

En definitiva, la propuesta didáctica puede ser vista como: una secuencia de tres etapas estructuradoras y un apartado de formalización, una secuencia de seis clases o una de 9 pasos. Como podemos observar, en la imagen 3. 1 los pasos del ABP están “incrustados” en una propuesta de unidad que parece ser tradicional, pero a estas alturas del camino es evidente su carácter innovador: de ser el ABP una metodología para formar médicos, abogados, etc., en universidades ahora es la base de una propuesta didáctica para la enseñanza media, con clases secuenciadas y objetivos definidos, y que podría sin problemas formar parte de los libros de texto.

La propuesta se sirve de recursos tanto para el estudiante como para el profesor, que serán utilizados sino en toda la propuesta al menos en algunas partes de ella. Para el estudiante se dispone de guías de trabajo y videos orientadores. Veamos:

- **Material para el estudiante**

La guía ABP, “Medición de distancias inaccesibles”, desarrollada acompaña al estudiante durante toda la propuesta (o las seis clases), y mantiene la estructura de las tres etapas mostradas en la Imagen 3.1. Estas últimas no fueron definidas al azar, cada etapa es una secuenciación de actividades sustentadas en los pasos del ABP. En cuanto a material audiovisual, se utiliza un video introductorio que muestra la problemática social generada por los “guetos verticales” y, en consecuencia, el daño que causan a la ciudadanía. Continuando con los recursos para el estudiante, se le entregará una Guía de construcción de un teodolito casero, además de un cuestionario para el análisis de este. Al final de la propuesta se propone una instancia de formalización de contenidos apoyada que será apoyada mediante técnicas mnemotécnicas, algunas situaciones problema y recursos TIC.

- **Material para el docente**

Para el docente se ha elaborado un guía didáctica y planificaciones para facilitar su ejecución, así como instrumentos de evaluación, rúbricas e instrumento de autoevaluación para el alumno, con el fin de que este reflexione acerca de su rendimiento y trabajo, tanto personal como grupal (Ver:

Anexo 4: Guía de indicaciones para el docente).

Es por ello que cada clase, con excepción de una en la que se realizarán presentaciones, debiera agruparse en tres momentos para facilitar el trabajo fluido de los estudiantes, este punto esta detallado para cada clase en secciones posteriores y en las planificaciones para el docente:

1. **Inicio:** Esta etapa como su nombre lo indica se realiza al inicio de cada clase y tiene una duración variable, sin embargo, con excepción de la primera clase, este no debiera durar más de 15 minutos. La excepción de la primera clase está justificada por la necesidad de informar a los alumnos sobre la metodología de trabajo a utilizar y de las actitudes que los alumnos deberán tener en su forma de enfrentar el problema. En clases posteriores el profesor debe comenzar dando un pequeño resumen de las clases anteriores e indagar de manera rápida las dudas que puedan ir creándose, para analizar si es algo puntual o generalizado, en el caso de que sea esto último, el profesor podrá hacer la aclaración respectiva para todos los alumnos.
2. **Desarrollo:** Corresponde a la parte de la clase en la que los alumnos trabajarán directamente en la guía, se busca maximizar este momento de la clase con el objetivo de que los alumnos puedan no solo aprovechar el tiempo, sino que también aprovechar al docente si esto es necesario. El profesor puede circular por el aula analizando el avance de cada grupo y respondiendo dudas en caso de ser necesario. Un punto importante es que se debe tener mucha precaución en el tiempo que se destina a cada grupo. Una conversación interesante respecto a una pregunta bien planteada o propiciada por un entusiasta estudiante puede absorbernos en detrimento de los otros equipos y estudiantes. Debe haber preocupación por el trabajo de los grupos ya que, si bien se promueve la autonomía, también debemos encauzar la búsqueda del conocimiento en una dirección determinada.
3. **Cierre:** Corresponde al momento final de la clase. Dependiendo de cómo se ha desarrollado este momento puede extenderse entre 10 y 15 minutos. El profesor debe indagar de manera rápida las dudas que puedan ir creándose, para analizar si es algo puntual o generalizado; en el caso de que sea esto último, el profesor podrá hacer la aclaración respectiva para todos los alumnos. El profesor también puede a grandes rasgos adelantar lo que se dará en la próxima clase, de manera que los alumnos estén preparados para trabajar con el fin de maximizar el desarrollo de la misma. Se sugieren preguntas de cierre específicas para cada clase.

Como dice el título de esta sección esta es una descripción general de la secuencia didáctica, para apoyar una realización efectiva de las clases y los distintos momentos que las conforman se ha elaborado una

Anexo 4: Guía de indicaciones para el docente con instrucciones y planificaciones por clase. Destacando consejos y respuestas a posibles interrogantes que pueden surgir en los estudiantes.

3.4. Selección de contenidos de la unidad

Según Sanmartí (2000), a la hora de escoger contenidos se identifican al menos tres problemas o “dimensiones” de los mismos, a saber:

- Tipos de contenidos: conceptuales, actitudinales y procedimentales.
- Relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar”.
- Significatividad social de los contenidos a seleccionar.

En suma, un contenido no está aislado y tiene al menos tres caras que deben considerarse. Veamos el caso de los “números complejos”. Este contenido tiene una baja, tal vez nula, significatividad social, pero puede estar perfectamente adaptado al currículo escolar, ser enseñado y evaluado. Si por significatividad social se entiende que los estudiantes utilicen argumentos científicos para tomar mejores decisiones en la sociedad, los números complejos quedan al debe. Con todo, son enseñados como “ciencia escolar”. En el ABP, las tres dimensiones están presentes.

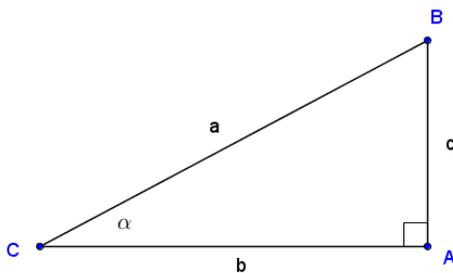
❖ Tipos de contenidos.

Comprende tres tipos de contenidos que se dan simultáneamente cuando se hace ciencia, y en particular en el ABP. Primero detengámonos en la actitud del científico. Es sabido que el gran Faraday era infatigable en su laboratorio y repetía una y otra vez un experimento. Los ejemplos son infinitos. La actitud que caracteriza al científico es la perseverancia para resolver problemas que parecen irresolubles y demandan meses, incluso años de observaciones y deducciones minuciosas. El científico, y aquí nos sumamos a Pólya (1965), se sabe experimentando “el placer del descubrimiento”. La historia de la ciencia no está libre de competencia, es más, en ella se encuentran traiciones, disputas y acaloradas correspondencias entre científicos en busca de acreditarse un descubrimiento. Así y todo, casos contrarios también abundan: la mecánica cuántica con Dirac, Schrödinger, Bohr, etc., es el resultado de decenas de físicos trabajando para construir una teoría de la naturaleza. O sea, la cooperación sí está presente. Como se afirmaba en la sección sobre “el método científico y su relación con el ABP”, este último

contiene todos los pasos del método científico y, consecuentemente, la actitud que involucra hacer ciencia. El ABP comprende contenidos procedimentales porque la ciencia, en general, tiene un método conocido, un procedimiento y técnica propias, que desde el S.XVI con Galileo adquirió un carácter obligatorio: toda vez que se hace ciencia se deben mostrar datos empíricos y el experimento debe ser replicable. El ABP busca resolver un problema avanzando por pasos sucesivos, pero todos estos pasos son una adecuación o transposición didáctica del método científico, es decir, en el proceso el estudiante tendrá que generar hipótesis explicativas, probarlas, obtener datos y ver que contesten la pregunta; en caso contrario, deberá descartarla y cambiar de hipótesis. Finalmente, el ABP también comprende contenidos conceptuales ya que, posterior a la prueba de las soluciones, da paso a una formalización del conocimiento obtenido, pasando éstos últimos a formar parte de los nuevos modelos mentales de los estudiantes y adquiriendo el carácter de “ciencia oficial”. Se hablará respecto a esto último, en la 3.6. Secuencia Didáctica por Clase.

❖ **Relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar”.**

Dice relación con la manera en que se conectan los modelos mentales del alumnado y aquellos más complejos de la “ciencia normal”. La unidad se plantea como una secuencia de actividades que se ajustan a los modelos escolares, y la formalización del conocimiento se deja para una etapa posterior, una vez que los estudiantes ya han arribado a conclusiones y/o soluciones. Se presentan problemas en un lenguaje accesible y resoluble con los conocimientos previos que ellos poseen, de forma tal que sus modelos científicos evolucionen a formas más complejas. La forma habitual de enseñar trigonometría es mostrar un triángulo rectángulo y definir las razones trigonométricas:



$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = \frac{b}{a} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{c}{b} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

Tabla 3.2: Contenidos a desarrollar en la unidad (Elaboración propia).

La metodología escogida en cambio propone un aprendizaje activo, comenzando con modelos simples hasta arribar a modelos más complejos e interrelacionados; por lo que, entonces, este nuevo cuerpo de conocimientos debe surgir de los conocimientos vistos en años anteriores:

1. Teorema de Tales
2. Semejanza de triángulos
3. Métodos
4. Métodos de medición de distancias inaccesibles; método de las sombras, método de los espejos, método de la fotografía.

Estos contenidos previos tienen ciertas limitaciones que justifican el aprendizaje de nuevos contenidos.

❖ **Significatividad social de los contenidos a seleccionar**

Por último, los problemas están contextualizados a situaciones de la ciudad relevantes para los estudiantes, como lo son las condiciones de ciertos edificios para cumplir el plan regulador de la comuna. En este sentido los problemas tienen “significatividad social”.

3.5. Situación a desarrollar

Construcción de instrumentos para la medición de distancias inaccesibles.

Medición de distancias inaccesibles

En los últimos años Estación Central ha sido una de las comunas de mayor crecimiento demográfico en la Región Metropolitana. Con una gran cantidad de proyectos para la construcción de edificios de departamentos y oficinas en curso. En algunas de las zonas más desfavorecidas de la Comuna existe una preocupación constante al respecto de estos proyectos, los residentes de construcciones de menor tamaño, casas de dos o un piso, sienten amenazada su privacidad, ya que pronto estarán rodeados de decenas de departamentos que miran a su jardín, a sus baños y ventanas, así como también generan problemas de sombra, desproveyéndoles de luz solar directa durante la mayor parte del día. Su calidad de vida también se verá afectada con el aumento del tráfico y la congestión producto de la alta densidad poblacional, debido a que no se han realizado obras paliativas que consideren esta variable. Se realizó una gran lucha a principios de este año para que la comuna tuviera un plan regulador vigente. Sin embargo, un grupo de vecinos tiene serias sospechas acerca de la altura de los edificios que están construyendo cerca de sus viviendas, están casi seguros de que estos no cumplen a cabalidad con el nuevo plan regulador de la comuna en cuanto a la altura máxima permitida para esa área, pero necesitan evidencia al respecto antes de que las obras estén completas y los departamentos comiencen a ser entregados. También necesitan saber a qué autoridades recurrir para dar respuesta a sus inquietudes si la evidencia comprueba sus sospechas. ¿Pueden ayudarlos?

3.6. Secuencia Didáctica por Clase.

En esta sección presentaremos la temática de cada una de las cinco clases que forman parte de la propuesta didáctica, detallando las actividades a realizar en cada clase. Así como un resumen de los contenidos a ver y su justificación. Se hablará sucintamente de cada clase, sólo brindando un panorama general de la misma, dejando los detalles, orientaciones didácticas, sugerencias, imágenes, etc., para la guía del docente, documento que tratará en profundidad los tres momentos de la clase: inicio, desarrollo y cierre.

3.6.1 Primera clase: Entendiendo el problema.

La temática de la primera clase (Ver Clase 1 Guía Docente) es la de conocer y entender el problema, advirtiéndolo su “significatividad social”, utilizando los aprendizajes previos para buscar rutas de solución y, finalmente, reescribiéndolo con palabras propias para poner en evidencia el entendimiento del mismo. Es interesante notar el enfoque CTS (Ciencia, tecnología y sociedad) de esta pregunta que, antes de adentrarse en aspectos propios de la solución del problema, busca que los estudiantes lo observen desde la óptica de la ciudadanía, en otras palabras, que comprendan que la ciencia y la tecnología, así como pueden generar problemáticas sociales producto de su avance también pueden contribuir a resolverlas.

3.6.2. Segunda clase: Generando un plan.

La temática de la segunda clase (Ver Clase 2 Guía Docente) es poner a prueba las soluciones vistas en años anteriores a la problemática de medir distancias inaccesibles, identificando ventajas y desventajas de las mismas. Esto último, motivará la pesquisa de una solución que involucre la utilización de ángulos y la construcción de un teodolito para realizar la medición de los mismos. Esta clase es la más importante de la propuesta ya que es aquí donde los estudiantes se formarán las primeras ideas intuitivas del concepto matemático “tangente”.

3.6.3. Tercera clase: Ensamblaje y prueba del instrumento.

La temática de la tercera clase (Ver: Clase 3 Guía Docente) es la de finalizar la construcción del teodolito, la prueba de éste en las instalaciones del colegio y la revisión de los resultados por parte del profesor. En el periodo intermedio entre esta clase y la siguiente, previa prueba del instrumento en el colegio mediante una guía en la que los estudiantes comparan alturas conocidas con resultados obtenidos mediante el teodolito, los grupos irán a terreno para realizar las mediciones de las alturas de los edificios. Contarán con una tabla de datos para esta tarea.

3.6.4. Cuarta clase: Preparando nuestros resultados.

La temática de la cuarta clase (Ver: Clase 4 Guía Docente) es recopilar, analizar y preparar los datos medidos con el instrumento. Aunque también puede ser tomada como una instancia en donde los grupos que estén atrasados en el cumplimiento de su cronograma puedan ponerse día con respecto a su trabajo. Los alumnos también elaborarán un informe en donde explicaran todo el proceso realizado, desde la etapa 1 de la guía de trabajo ABP, hasta los resultados que obtuvieron en su salida a terreno y las conclusiones respecto a los mismos. Además, comenzarán a preparar el material de apoyo para la realización de una exposición grupal, en la que defenderán sus resultados y conclusiones.

3.6.5. Quinta clase: presentando nuestros resultados.

La temática de la quinta clase (Ver: Clase 5 Guía Docente) es presentar los resultados y soluciones encontradas por los alumnos, en todas las dimensiones de la situación problema; tanto en el ámbito matemático como el ámbito social de la situación problema.

3.6.6. Sexta clase: sistematización de aprendizajes

La temática de la sexta clase (Ver: Clase 6 Guía Docente) es la de sistematizar los aprendizajes del estudiante durante la propuesta. Los modelos mentales primitivos evolucionan a modelos más complejos y se reestructuran.

3.7. Validación de la propuesta

Con el fin de presentar una propuesta adecuada para el apoyo del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos ligados al OA8 se ha pedido la opinión de tres docentes con una dilatada experiencia en aula, y de una experta en evaluación. Los docentes, actualmente, imparten clases a jóvenes del nivel de segundo año en educación media y, además, han enseñado los contenidos de trigonometría en el electivo de matemática de tercer año en educación media durante los últimos tres años.

El proceso de validación se realizó clase a clase, mediante una encuesta de validación en la que se utilizó una escala tipo Likert que contó con cinco niveles:

1. Completamente de acuerdo.
2. De acuerdo.
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo.

4. En desacuerdo.
5. Completamente en desacuerdo.

Para declarar el nivel de acuerdo de los expertos respecto a diferentes criterios consultados en torno a los materiales utilizados en cada clase. Además, se dispuso de un cuadro de comentarios en la validación de cada clase, con la finalidad de que los docentes plasmaran cualquier recomendación u opinión que consideraran pertinente para la mejora de nuestra propuesta.

Se debe recordar que la metodología utilizada se realiza por etapas, por lo que cada docente debió analizar la totalidad de las clases. La experta en evaluación en cambio, realizó un análisis de las rubricas de evaluación para el informe, la exposición y el material de apoyo utilizado en esta.

Las encuestas de validación utilizadas y la respuesta de los validadores se encuentran en el Anexo 3: Encuesta de validación.

3.7.1. Validación primera clase

La encuesta de validación se realizó con la finalidad de evaluar la calidad del material utilizado en la primera clase. La evaluación de este material consta de tres ítems: en el primero de estos se pide al experto evaluar la duración, audio, calidad de imagen, relación con la situación a trabajar y los testimonios presentes en el video “Polémica por guetos verticales”; en el segundo ítem se pide al docente que analice la situación problema en cuanto a la redacción, el contexto, la relación con la trigonometría y la guía didáctica del docente; finalmente, en el ítem III, se evalúa la etapa 1 de la guía de trabajo “Medición de distancias inaccesibles” en base a redacción, secuenciación, factibilidad de tiempo, complejidad de las preguntas y las consideraciones respecto al trabajo colaborativo, por último, se expone un cuadro donde los expertos plantean sus comentarios generales sobre la clase y sus elementos.

Con respecto al video las opiniones fueron favorables, dándose con mayor frecuencia el indicador de “completamente de acuerdo”, aunque uno de los expertos se mostró solamente de acuerdo en cuanto a la duración y el audio del video. En este caso la propuesta busca maximizar el tiempo de trabajo de los alumnos y tomando en cuenta las otras dos opiniones, que fueron completamente favorables, no se reemplazó el video. Mientras que otro mostro una opinión neutral en cuanto a la relación del video con la situación a trabajar, en este caso también considerando las otras opiniones, “completamente de acuerdo”, podemos afirmar que el video permanecerá.

En segundo lugar, se analizaron las evaluaciones que los docentes realizaron a la situación problemática, donde se aprecia que la mayoría de las opiniones están “completamente de acuerdo” con los indicadores que plantea la validación como, “la redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio” o “La guía del docente cuenta con orientaciones claras para la correcta implementación de este Ítem”.

Por último, se analizan las apreciaciones realizadas por los expertos a la Etapa 1 de la Guía de trabajo ABP, donde indicadores como “Las actividades de la guía favorecen el trabajo colaborativo.” y “La secuenciación de la guía guarda relación con los primeros tres pasos de la metodología ABP propuesta”, entre otros, mostraron unanimidad de opiniones completamente favorables por parte de los validadores. Sin embargo, los indicadores “La etapa completa es posible de realizar en el tiempo propuesto (50 min aprox.)” y “La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.”, tuvieron opiniones más variadas, aunque entre los niveles de logros de completamente de acuerdo o de acuerdo.

Finalmente, en la sección de comentarios, la profesora Lorena Pinto mencionó que se podrían plantear contextos alternativos a la situación propuesta, en este caso, la adaptación de la situación a distintas realidades como, por ejemplo, regiones de gran actividad forestal en el sur de Chile, donde los arboles deben cumplir con cierta altura antes de que puedan ser talados, puede ser labor de un trabajo posterior. Otro evaluador opinó respecto al dominio de los docentes sobre metodologías que se basan en descubrimiento, debido a esto se explicitaron aún más ciertas recomendaciones, tomando en cuenta las recomendaciones de los docentes con la finalidad de que se sientan más seguros respecto a la implementación de la secuencia en caso de que tenga poca experiencia con la metodología utilizada. Mientras que el último experto, comentó que se podría explicar mejor en que consiste el plan regulador y recordar los contenidos previos necesarios mediante una guía de resumen; en cuanto a una mayor consideración hacia el plan regulador se agrega un link en la guía docente hacia el sitio web del Ministerio de Vivienda y Urbanismo donde se explica lo que es un plan regulador, con respecto a la de recordar contenidos previos mediante una guía resumen, se insta a los alumnos a traer libros de años anteriores a la segunda, de forma que ellos desarrollen habilidades propias en cuanto a volver a activar sus conocimientos previos, esto en consideración a que en su futuro profesional no se les harán guías de resumen.

Según lo anterior, se puede apreciar que ninguno de los expertos validadores estuvo, “En desacuerdo” o “completamente en desacuerdo” con los criterios e indicadores utilizados para validar la propuesta para la primera clase y, por el contrario, la mayoría de sus calificaciones estaban en el nivel de evaluación “completamente de acuerdo”, y una menor cantidad de respuestas fueron “de acuerdo”.

3.7.2. Validación segunda clase.

Esta encuesta se realizó con la finalidad de analizar el material producido de la actividad didáctica para la segunda clase. La evaluación de este material consta de dos ítems: en la primera sección se pide a los expertos evaluar la “Etapa 2” de la guía de trabajo grupal de ABP, considerando la calidad de la redacción, su relación con el método de Landsberger, factibilidad de tiempo, la complejidad de las preguntas, el ambiente colaborativo, la forma en la que sopesa los conocimientos previos y la forma en que se relaciona con la guía del docente; el segundo ítem busca que examinen la guía de construcción del teodolito en relación con su diseño, redacción, la pertinencia de las consideraciones de seguridad, interdisciplinariedad con la asignatura de tecnología, calidad de las imágenes, secuenciación y la forma en que se relaciona con la guía del docente.

En lo que respecta al análisis realizado a la “Etapa 2” de la guía de trabajo grupal de ABP, las opiniones fueron favorables, evaluándose cada indicador con niveles de logro de “completamente de acuerdo” o “de acuerdo”, sin que hubiera alguna evaluación de neutral o negativa. Aun así, los criterios que recibieron algún “de acuerdo” en lugar de únicamente “Completamente de acuerdo” fueron considerados para ciertas mejoras, como la de agregar algunas recomendaciones extra en la guía del docente, mejorando la forma en que esta se relaciona la “Etapa 2”.

En el segundo ítem, se analizaron las evaluaciones que los docentes realizaron a la guía de construcción del teodolito, donde predominan de manera contundente las opiniones de “completamente de acuerdo” para los indicadores sobre la guía de trabajo para saber si es ordenado y atrayente, si las consideraciones de seguridad resultan pertinentes y si la guía del docente es clara para la implementación. El resto de los indicadores, tales como “La calidad de las imágenes en la guía es adecuada” o “La secuenciación entre los pasos y las imágenes presentadas facilita la comprensión del proceso de construcción “, tuvieron opiniones divididas entre “de acuerdo” o “completamente de acuerdo”, aunque con una preponderancia de la segunda. En consideración a esto, se realizaron mejoras leves, como la de mejorar el contraste de las fotografías y una señalización más clara para relacionar el texto con estas.

En cuanto a la sección de comentarios, la profesora Lorena Pinto opino acerca de la necesidad de una mayor interdisciplinariedad con la asignatura de Tecnología, frente a esto no podemos más que hacer sugerencias al docente, de forma que este tome ventaja de dicha posibilidad. El profesor Julio Muñoz, en cambio, sugirió que el docente debería hacer que los alumnos investiguen sobre los teodolitos previamente, con el objetivo de facilitar el proceso de

construcción, sin embargo, esto resulta contraproducente con la actividad, ya que da pistas previas a la clase, develando parte del contenido y limitando la creatividad de los alumnos, que debieran ser capaces de pensar en algunas formas para la medición de ángulos antes de que el profesor sugiera el teodolito.

En resumen, se puede apreciar que ninguno de los docentes que validaron esta clase estuvo “Ni de acuerdo ni en desacuerdo”, “En desacuerdo” o “completamente en desacuerdo”, con respecto a los indicadores utilizados en la encuesta de validación para la segunda clase, sino que sus apreciaciones fueron “completamente de acuerdo” o “de acuerdo” para todos los Ítems, debido a esto solo se realizaron algunos cambios superfluos al material de trabajo, sin alterar la estructura o esencia de la clase.

3.7.3. Validación tercera clase

La encuesta de validación para la tercera clase cuenta con dos ítems: El ítem I, recoge opiniones en torno a la Guía de prueba del instrumento de medición en cuanto a redacción, coherencia de las actividades propuestas, factibilidad de tiempo, complejidad y la entre está y la guía del docente, el segundo de los ítems evalúa el Cuestionario de análisis para el instrumento, en base a redacción, pertinencia de las preguntas y la forma en la que estimula la creatividad e independencia de los alumnos.

En lo que respecta al análisis realizado al ítem I, guía de prueba del instrumento, las opiniones fueron favorables, evaluándose la totalidad de los indicadores con niveles de logro de “completamente de acuerdo” o “de acuerdo”, sin que hubiera alguna evaluación de neutral o negativa. Aun así, los criterios que recibieron algún “de acuerdo” en lugar de únicamente “Completamente de acuerdo” fueron considerados para ciertas mejoras, como la de agregar algunas recomendaciones extra en la guía del docente de forma que se mejoren los tiempos.

En segundo lugar, se analizaron las evaluaciones que los docentes realizaron al Cuestionario de análisis para el instrumento, donde se aprecia que de manera unánime están “completamente de acuerdo” con el indicador, “la redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio” y de manera mayoritaria con criterios como; “La guía del docente cuenta con orientaciones claras para la correcta implementación de este Ítem”, “Las preguntas realizadas son pertinentes” o “Fomenta la autonomía y la reflexión en el estudiante al hacerlo plasmar sus ideas en palabras.”.

Con respecto a los comentarios adicionales, destaca el realizado por la profesora Lorena Pinto de “Potenciar la actividad en un Colegio Técnico Profesional.”, aunque en este caso ninguno de nosotros cuenta con experiencia, ni como alumnos, practicantes o docentes en un colegio de

estas características. Por lo que abordaremos esto en las conclusiones, como una línea investigativa interesante.

Al igual que en las encuestas de validación anteriores, al observar las evaluaciones de los expertos, es notable el hecho de que ninguno de estos tuvo opiniones neutrales o negativas en ninguno de los criterios utilizados para validar esta clase. Aun cuando las respuestas oscilaron entre “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, la mayoría de las opiniones se inclinaron hacia este último, evidenciando que el material propuesto está bien elaborado para ser utilizado por alumnos y profesores.

3.7.4. Validación cuarta y quinta clase

La evaluación de las clases cuatro y cinco consta de cuatro ítems: En el Ítem I, se analiza la Etapa 3 de la guía de trabajo ABP, que presenta exigencias y recomendaciones para que los alumnos recopilen información, la procesen y preparen la presentación de los resultados durante la clase 4, Los indicadores utilizados en este ítem evalúan la redacción, la exigencia y si las recomendaciones son óptimas para el nivel en que se desea implementar. En cuanto a los Ítem II, III y IV, estos analizan las rubricas de evaluación con las que el profesor debe valorar el informe final, la exposición de los resultados por parte de los alumnos y el material de apoyo utilizado en dicha exposición. En el ítem II se evalúa la rúbrica del informe de dicho trabajo, donde se observará si los indicadores que se exigen y el número de niveles de logro son acordes al nivel de segundo año medio y si la relación que estos tienen con la problemática planteada es adecuada; En el ítem III se busca evaluar la rúbrica para las exposiciones de los alumnos, donde los encuestados juzgarán si los indicadores de evaluación, los niveles de logro y su diferenciación, y los criterios de exigencia son pertinentes al nivel; por último, en el cuarto ítem se analiza la rúbrica de evaluación para el materia de apoyo, utilizado por los grupos en la exposición, en base a criterios similares a los ítems II y III.

En el ítem uno las valoraciones de los expertos nos muestran que la etapa tres está acorde con los indicadores señalados, ya que, salvo por el indicador de “las exigencias realizadas para el informe son pertinentes” que tuvo evaluaciones divididas entre “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, todos los demás indicadores han tenido opiniones totalmente favorables.

Con respecto al segundo ítem que considera la rúbrica de evaluación del informe, la mayoría calificaron con la valorización máxima, salvo el profesor Julio Muñoz, quien afirmó estar solo “de acuerdo” con los indicadores que consideran la problemática de fondo

En los resultados del ítem III, que trata la rúbrica con la que se evalúa la exposición de la situación problemática, casi todas las dimensiones consideradas recibieron opiniones de

“completamente de acuerdo” por parte de los expertos, salvo el indicador “El criterio adicional considera de manera adecuada a alumnos que tienen problemas en exposiciones”, donde todos lo evaluaron con el nivel de logro “de acuerdo”. Uno de los docentes opinó que “Se debe aclarar más la forma de evaluación de alumnos con dificultad”, Esta opinión fue tomada en cuenta y se mejoró la diferenciación de este y otros criterios en base a las recomendaciones realizadas por la experta en evaluación, la magister María Cecilia Avilés.

Por último, en el cuarto ítem se aprecia que, de manera unánime, todos los encuestados respondieron a los cuatro indicadores con “completamente de acuerdo”, por lo que se puede concluir que la rúbrica de evaluación para el material de apoyo fue bien valorada por parte de los expertos validadores.

De manera general, el material evaluado de las clases cuatro y cinco terminó oscilando entre “completamente de acuerdo” y “de acuerdo”, donde este primero fue el más frecuente. Nuevamente, se observó que ninguno de los expertos validadores marcó “ni de acuerdo ni en desacuerdo”, “en desacuerdo” o “completamente en desacuerdo”, lo cual se afirma que el material fue bien constituido.

3.7.5. Validación sexta clase

La evaluación de la última clase de la propuesta consta de tres ítems: el primero de estos trata la forma en cómo se planteará la secuencia para la clase de sistematización del contenido, si es acorde a la didáctica propuesta, el uso de manipuladores y actividades, el uso de recursos nemotécnicos y el uso de la página web Khan Academy para reforzar dichos contenidos; el segundo y tercero de los ítems analizan la autoevaluación y evaluación grupal, (en donde los alumnos reflexionan con respecto a su desempeño individual y como parte de un equipo de trabajo), en base a criterios como redacción y niveles de logro, además de la coherencia y complejidad de las preguntas

En el ítem uno recibió valoraciones positivas, gran parte de los encuestados afirmaron estar “completamente de acuerdo” con la gran mayoría de los indicadores, y en los pocos casos donde no respondieron con la opción uno, contestaron estar “de acuerdo”, difiriendo el uso de recursos nemotécnicos y el modo de sistematizar, ya que para eso se requeriría, según el profesor Julio Muñoz, de un reforzamiento previo a los contenidos vistos anteriormente que están relacionados con la unidad de trigonometría, tales como el teoremas de Tales, teorema de Euclides y triángulos semejantes.

En el ítem dos, los encuestados respondieron estar solo “de acuerdo” con sobre si los niveles de logro son adecuados, y por el contrario, con respecto a los otros puntos, todos fueron

evaluados con la opción de “completamente de acuerdo”, lo cual muestra una gran aprobación por parte de los encuestados.

Por último, en el ítem tres, las respuestas oscilaron entre “muy de acuerdo” y “de acuerdo” en los indicadores que juzgan la redacción y los niveles de logro, pero se destaca el indicador “las preguntas propuestas son coherentes con la secuencia didáctica”, que fue evaluado con “completamente de acuerdo” de manera unánime.

Al igual que en las encuestas de validación anteriores, se observó que ninguno de los expertos validadores tuvo opiniones neutrales o negativas en ninguno de los criterios utilizados para validar la propuesta de la sexta y última clase. Aun cuando las respuestas oscilaron entre “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, la mayoría de las opiniones se inclinaron hacia este último, evidenciando que el material propuesto está bien planteado.

3.7.6. Validación rúbricas

Entre las correcciones realizadas por María Cecilia Avilés, Magister en educación y experta en evaluación de rúbricas, ha sido principalmente en la poca claridad que existía en diversos puntos, tales como en la calidad y cantidad de información en el criterio de evaluación del informe:

La principal corrección que mostró tanto en los criterios de exposición y de evaluación de informe fue que debíamos ser más específicos en la cantidad de puntos de manera numérica, ya que se había definido en base a criterios como “mucho”, “algunos” o “pocos”, cuando debería indicar en números los puntos que vamos a evaluar (Ver: Clase 5 Guía docente)

Conclusiones

Llegados aquí, no queda menos que “mirar hacia atrás” todo el trabajo realizado durante la propuesta que, a estas alturas, constituye una propuesta didáctica lista para ser implementada en el aula. Fue un desafío, no tanto por la enseñanza de los contenidos en sí, sino que por la secuenciación de los mismos en sintonía con los nueve pasos del ABP. En esta última parte se entregarán algunas conclusiones respecto a los objetivos de la tesis, a la esencia misma de la metodología, a sus limitaciones de implementación y a los desafíos a futuro.

El primer objetivo específico dice relación con la búsqueda de antecedentes de los cambios curriculares que, a lo largo de los años, ha sufrido la enseñanza de la trigonometría. Antes de trabajar en la elaboración de la propuesta hubo un proceso de recopilación que nos llevó a

Anexo 1: Entrevista a Ernesto Alabarce Villagrán, profesor de matemática, con un posgrado en didáctica de la matemática y que actualmente trabaja en el MINEDUC. Con la entrevista tuvimos acceso de primera mano a lo que ocurrió en la actualización curricular en 2009, ya que el profesor Alabarce fue parte de esa mesa de trabajo. Durante la entrevista, comprendimos más a fondo los motivos detrás de las decisiones curriculares y el estado de la enseñanza de la trigonometría en el país, y no sólo nos apoyamos únicamente con la entrevista, sino que también averiguamos en documentos oficiales del MINEDUC. En definitiva, ambas fuentes de información contribuyeron a formar un panorama actualizado del estado de la enseñanza de la trigonometría, y permitieron diseñar la propuesta con una apertura de miras, en base a todas las consideraciones, sugerencias, etc. Así que, el objetivo en cuestión sí se logró.

Al analizar la entrevista realizada a Alabarce, se puede observar que la educación chilena, al menos en cuanto a marco legal y curricular, ha ido progresando con el paso de los años, ya que actualmente se busca desarrollar actitudes, así como habilidades y destrezas matemáticas, en lugar de simplemente memorizar cierto contenido, siguiendo modelos educativos como el de Singapur o el de Finlandia. Sin embargo, no basta con que se realicen modificaciones al currículo desde el ministerio, sino que estas deben ser implementadas en las aulas del país para que exista un cambio, un claro ejemplo de esto fue cuando tenían la intención de poner la trigonometría únicamente en el plan diferenciado y terminó siendo una unidad que no volvieron a pasar. La educación chilena puede mejorar en todo aspecto, para que esto ocurra no basta solo con modificar los decretos, sino que también asegurarse que estas se implementen, que los docentes estén aptos para realizar dichas clases, y en caso de que esto no sea efectivo, que reciban material de apoyo detallado, como el entregado en esta propuesta, para que puedan hacerlo.

Una de las debilidades en cuanto a la realización de muchas propuestas didácticas para la educación, es el hecho de que solo se toman en cuenta los estudios realizados por expertos, en

lugar de saber, de manera directa, cómo se sienten los alumnos respecto a la forma en la que construyen sus aprendizajes. No se puede negar que la opinión de los especialistas en educación genera un peso en la construcción de una propuesta didáctica, pero si los estudiantes son los que aprenderán de manera distinta y, si la educación es por y para ellos, estos deben tener una participación para conocer qué tan efectivo puede ser el modo en que se desea enseñar la unidad. Ese fue el motivo que nos llevó a querer conocer el impacto que tendría aprender trigonometría mediante un trabajo de campo, al darse la posibilidad de analizar un trabajo de campo, se implementó una encuesta antes y después de dicha actividad para conocer si cambió el modo en que los estudiantes ven la trigonometría y la resolución de ejercicios mediante el contenido; en nuestro caso, encontramos una relación positiva entre la implementación de un trabajo de campo y la percepción que los alumnos tuvieron con el contenido de trigonometría, reforzando de esta manera las opiniones dadas por Ernesto Alabarce.

Como se afirmó en la 2.5. El problema como motor de la metodología ABP, el problema debe ser complejo, irresoluble individualmente, relevante, que tenga cobertura, etc. En consideración a esto, se diseñó un problema bidimensional, en el sentido de que adicionalmente a la matemática involucrada en la solución del mismo también poseyera “significancia social”. Así y todo, cuando se habla de un problema matemático, este no debe entenderse como un problema típico que se soluciona mediante un simple algoritmo, sino como una situación que, a simple vista, no parece conducir a los objetivos de aprendizaje esperados, pues los contenidos no están explícitos, menos la manera de resolver el problema. En el Capítulo 3: Creación de la Propuesta Didáctica se diseñó una secuencia didáctica que incluyera los pasos del ABP de Landsberger y se buscó la manera adecuada para secuenciarlos, considerando que el paso de ideas trigonométricas primitivas (en particular, el concepto de tangente) a ideas sistematizadas en un cuerpo teórico debía ser gradual y generado por las reflexiones de los propios estudiantes. Toda la secuencia giró en torno al problema, sin este no hay secuencia ni actividades. Consideramos que el problema diseñado sustentó satisfactoriamente la propuesta y permitió secuenciar las clases de acuerdo a los objetivos de aprendizajes esperados, por lo tanto, el segundo objetivo específico lo damos por logrado.

La propuesta cuenta con material didáctico, tanto para los grupos de trabajo como para el docente, que fue diseñado en sintonía con la secuenciación de las clases y los pasos del ABP. En

Anexo 4: Guía de indicaciones para el docente incluyen indicaciones para las tres etapas de la propuesta y para cada clase, explicadas de manera detallada para que un profesor que no domine el aprendizaje basado en problemas pueda implementar la propuesta. El tercer objetivo específico se logró en la construcción de un artefacto para la medición de ángulos, esto es observable en la Guía de construcción de un teodolito casero, la cual explica paso a paso cómo hacer un teodolito casero. El cuarto objetivo específico va de la mano con el objetivo general de la tesis: el diseño completo de la unidad, esta incluye, entre las actividades principales, la construcción del instrumento, la prueba del mismo en el colegio y la medición de alturas de edificios, por lo que, el cuarto objetivo específico se logró.

Finalmente, la propuesta comprende los 3.1. Objetivos de la unidad de las bases curriculares del MINEDUC, junto con las habilidades y actitudes se ha logrado. Como podemos observar en

Anexo 4: Guía de indicaciones para el docente, cada una de las seis clases posee su planificación que incluye, entre otras cosas, las habilidades y actitudes desarrolladas en la misma, por lo tanto, el quinto objetivo específico también se consiguió.

En definitiva, el objetivo del seminario fue logrado ya que, en efecto, se diseñó una propuesta didáctica para el estudio de las razones trigonométricas utilizando el ABP.

Conclusiones respecto al espíritu del ABP

El ABP contiene todos los pasos del método científico, a pesar que el espíritu del ABP no está en la cantidad de pasos, quizá no sea relevante que sean ocho o nueve, tampoco es una metodología que demande al estudiante una actitud que sea contraria a la naturaleza del ser humano: asombrarse ante el mundo en el que vive y “experimentar el placer del descubrimiento”. Branda (2009) ve conexiones en las analectas de Confucio, en Comenius, etc. El método científico es universal y no se limita necesariamente a los científicos que hacen

“ciencia normal”, sino que puede ser aplicado a cualquier problema. Lo mismo ocurre con la actitud del científico, tal como se afirmó en las Relaciones entre la “ciencia de los científicos” y la “ciencia escolar”. “la actitud que caracteriza al científico es la perseverancia para resolver problemas que parecen irresolubles y demandan meses, incluso años de observaciones y deducciones minuciosas”. Por lo tanto, el ABP trasciende la educación formal y pasa a formar parte de la vida misma del estudiante, generando y reforzando habilidades como descomponer un problema, simplificarlo, etc., y actitudes como buscar soluciones creativas a problemas y trabajar en equipo. En ese sentido, el ABP va de la mano con la educación CTS y busca una educación más universalizadora que forme mejores ciudadanos. En el ABP nos podemos comunicar y entender mediante un lenguaje común: el de la racionalidad. En el terreno de la racionalidad para todos hay espacio para su participación, por lo que en ese sentido el ABP es democrático y acepta la participación de todos los integrantes del grupo. Por lo que, dejando de lado las limitaciones en la implementación que pueda tener (las cuales serán discutidas en breve), el ABP contribuye al mejoramiento de la sociedad.

Pero somos optimistas, creemos que, pese a las limitantes en cuanto a la disposición del profesorado para trabajar con otras metodologías, es innegable que esta genera elementos nuevos como motivación, trabajo en equipo, trabajo práctico, imaginación, creatividad, inclusividad, etc. Aun si alguien no domina las matemáticas.

Limitaciones de la propuesta

- En la secuenciación todo está tan milimétricamente calculado que el docente no tendría tiempo para hacer frente a una eventualidad. Cada clase exige avanzar en ciertos pasos del ABP y en sus objetivos asociados, y sabemos que ningún paso puede ser omitido. Cada paso es requisito para el siguiente, de otra manera la metodología pierde su esencia. En definitiva, como afirmamos líneas atrás, suponer a un docente de estilo expositivo facilita las cosas, de lo contrario es discutible la posibilidad de que los tiempos que se proponen para avanzar en las clases se cumplan. Es del todo probable que los estudiantes necesiten más orientación, más explicaciones y, en conclusión, sean menos autónomos de lo que se esperaba.
- La propuesta es poco conservadora respecto al papel secundario que pasa a tener el docente, constituyéndose en un mero guía, sus clases dejan de ser expositiva, sin graduaciones, ni caminos intermedios. Si bien, la propuesta asume que la actitud del docente al cambio será del todo positiva y, a la luz de docentes experimentados en introducir nuevas metodologías en las aulas, sabemos que esto puede no ser cierto y que los docentes con experiencias dilatadas en aula miran con recelo los cambios. De acuerdo a lo anterior, quizá la unidad podría haberse construido teniendo en mente un

docente con un estilo más expositivo, que poco a poco fuera tomando roles menos preponderantes hasta finalmente pasar a ser un guía. Lograr establecer un equilibrio entre ambas metodologías sería un interesante desafío, ya que acercaría la propuesta a un contexto en sintonía con la realidad de lo que sucede en las aulas del país y el docente no cambiará totalmente su didáctica de enseñanza.

Proyecciones

- La propuesta podría plantear otras situaciones problemáticas, como, por ejemplo, la medición de la altura de los árboles en el sur de Chile, ya que estos deben cumplir ciertos requisitos antes de ser talados. La propuesta podría ser implementada en colegios del país de niveles socioeconómicos disímiles para luego comparar sus resultados, de esta forma saber si ocurre la misma diferencia de puntaje en pruebas estandarizadas, como se dio en la prueba PISA. Por otro lado, la propuesta tiene un carácter práctico que la hace idónea para colegios técnico profesional, en particular aquellos con especialidad de construcción, lo cual hubiera sido interesante ser evaluado por docentes de dicho tipo de colegios.
- La metodología ABP para la unidad de trigonometría está diseñada para ser implementada, e inevitablemente se esperan resultados. ¿Mejora, o no, el aprendizaje? ¿Cómo serían los resultados si la aplicáramos en colegios de distintas dependencias (particular pagado, subvencionado y municipal)? Y podríamos buscar la respuesta a preguntas aún más interesantes, ¿qué es más deseable, que los estudiantes potencien habilidades y actitudes transversales o que aprendan unos contenidos? ¿Qué busca la educación en ciencias? ¿Se complementan estas lecturas con lo que se busca en la educación científica? ¿Qué necesita el país? ¿Tiene que ver esto con la pobreza?
- Esperamos que esta propuesta pueda ser implementada, mejorada y ampliada a otras asignaturas, como la de ciencias sociales, en donde podría ser interesante observar la evolución histórica, a lo largo de varios siglos y culturas diferentes, de la trigonometría.

Referencias Bibliográficas

Alabarce, E., (2017). *Entrevista a Ernesto Alabarce* (Ver:

Anexo 1: Entrevista a Ernesto Alabarce Villagrán). Santiago. Chile

Allal, L., (1991). *Vers une pratique de l'évaluation formative*. De Boeck Université, Bruselas. Bélgica.

Ausubel, D., (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed. TRILLAS, México.

Barrell, J., (1999). *Aprendizaje basado en Problemas, un Enfoque Investigativo*. Editorial: Manantial. Buenos Aires, Argentina:

Branda, L.A. (2001). *Aprendizaje basado en problemas, centrado en el estudiante, orientado a la comunidad*. Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona. España.

Branda, L., (2008). *El Aprendizaje Basado en Problemas: una nueva perspectiva de la enseñanza en la universidad. Capítulo 1: El resplandor tan brillante de otros tiempos*. McMaster University y Universidad Autónoma de Barcelona. Bellaterra, Barcelona. España.

Branda, L., (2009). *El aprendizaje basado en problemas*. Universidad Autónoma de Barcelona. Bellaterra, Barcelona. España.

Butun, E., Erkin, H. C., & Altintas, L. (2008). A new teamwork-based PBL problem design for electrical and electronic engineering education: a systems approach. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 45(2), 110-120.

Cavazos, J., R., (2013). *Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista*. Universidad Autónoma de Nuevo León, Nuevo León. México.

Chevallard, Y., (1985). *La Transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage, Grenoble. Francia.

Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J., (1997). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre enseñanza y el aprendizaje*. Universidad de Barcelona, Barcelona. España.

Curiche, D., (2015). *Desarrollo de habilidades de pensamiento crítico por medio de aprendizaje basado en problemas y aprendizaje colaborativo mediado por computador en alumno de tercer año medio en la asignatura de filosofía en el internado nacional*. Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Devlin, K. (2011). *Mathematics education for a new era: Video games as a medium for learning*. CRC Press.

Dolmans, D.H., De Grave, W., Wolfhagen, I.H. y van der Vleuten, C.P. (2005). *Problem-based Learning: Future challenges for educational practice and research*. University of Maastricht, Maastricht. Países Bajos.

Echeverría, R., (1988). *El búho de Minerva*. Santiago, Chile: Lom Ediciones

Escamilla, A., (1992). *Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula*. Colección Aula Reforma. Zaragoza: Luis Vives.

- Galli, M. G. El Análisis Matemático y la Programación presentes en los Videojuegos. *Desarrollos en la Formación de Técnicos Superiores en Informática Aplicada*, 9.
- González, F., Carrillo y , E., (2001). *La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. Capítulo 4: El rol del tutor*. Universidad de Murcia, La Merced. España.
- Guzmán, M. F. (2014). *Matemáticas y competencias básicas a partir de la tablilla Plimpton 322*. Real Sociedad Matemática Española, Universidad de Zaragoza. Zaragoza. España.
- Kline, M., (1990). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times: Volume 1-3*. Universidad de Oxford, Nueva York. Estados Unidos.
- Landsberger, J., (2011). *Problem-based learning*. Northern Illinois University, Chicago. Estados Unidos.
- Maor, E., (2007). *The Pythagorean Theorem*. Editorial: Princeton, University Press. Princeton, Nueva Jersey. Estados Unidos.
- Ministerio de Educación. (1996). Decreto Supremo de educación n°40. Santiago.
- Ministerio de Educación. (2015). *Nuevas Bases Curriculares y Programas de Estudio. 7° y 8° año de Educación Básica, y 1° y 2° año de Educación Media*. Santiago. Chile.
- Mueller, J., (2011). *Why individuals in larger teams perform worse*. Universidad de Pennsylvania, Philadelphia. Estados Unidos.
- Ocampo, I., (2015). *Aprendizaje basado en problemas, ABP: Una propuesta para transformar la enseñanza-aprendizaje de las aplicaciones de la trigonometría en la solución de triángulos en el grado 10°*. Universidad de Medellín, Medellín - Antioquia, Colombia.
- OCDE. (2006). *El programa PISA de la OCDE: Qué es y para qué sirve*. París. Francia.
- OCDE. (2015). *PISA 2015: Programa para la Evaluación Internacional de estudiantes OCDE*. Agencia de calidad de Educación. Santiago. Chile.
- Otero, L., Gil, D., Gavidia, V., SanMartí, N., Albaladejo, C., Jiménez, M., Lorenzo, F., (1993). *Propuestas de secuencia: Ciencias de la Naturaleza*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid. España.
- Polya, G., Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Universidad nacional Autónoma de México, Leon. México.
- Restrepo, B., (2005). *Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria*. Universidad de Antioquia, Colombia.

Romero, A., García-Sevilla, J., (2001). *La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. Capítulo 2: La elaboración de problemas ABP*. Universidad de Murcia, La Merced. España.

Sanmartí, N., (2000). *Didáctica de las ciencias experimentales. Capítulo 10: El diseño de unidades didácticas*. Universidad de Barcelona. Bellaterra, Barcelona. España.

Sierra-Porta, D., García-Lugo, G., Delgado, M., Mora, C., & Chourio, A. (2008). Midiendo el diámetro de la Tierra. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*. Universidad Autónoma del Estado de México, Tlalpan. México.

Silva, P. (2014). *Aprendizaje significativo, conocimientos previos y categorías didácticas para la enseñanza de la historia: consideraciones y presencias en dispositivos didácticos y trabajo docente*. Universidad académica de Humanismo Cristiano, Santiago. Chile.

Stangor, Ch. (2011). *Social Psychology Principles: Chapter 11 Working Groups: Performance and Decision Making*. Editorial: Creative Commons Attribution. Nueva York, Estados Unidos.

Vizcarro, C., Juárez, E., (2001). *La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas. Capítulo 1: ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas?* Universidad Autónoma de Madrid, Madrid. España.

Young, H., Freeman, R., (2009). *Física universitaria (Décimosegunda edición)*. Editorial Pearson Prentice-Hall.

Larmer, J. (2014). *Project-based learning vs. problem-based learning vs. X-BL*. Extraído y traducido desde <http://www.edutopia.org/blog/pbl-vs-pbl-vs-xbl-john-larmer>

Ministerio de Vivienda y Urbanismo planos reguladores del país.

http://www.minvu.cl/opensite_20150529180447.aspx

Anexo

Anexo 1: Entrevista a Ernesto Alabarce Villagrán

Nombre: Ernesto Alabarce Villagrán.

Antecedentes académicos: Pedagogía en Matemáticas; Magister en Didáctica de la Matemáticas (Universidad Autónoma de Barcelona)

Cargo: Experto Curricular MINEDUC

(1) ¿Cuáles son los criterios utilizados para decidir la inclusión o exclusión de un contenido en el currículo? ¿Y cómo fue en el caso de la trigonometría?

Lo que pasa es que desde el año 2009 en adelante tú no trabajas tanto con contenido, sino que el foco está puesto en habilidades. La selección de los contenidos, en el caso de la matemática, apunta a dos columnas que son principales; primero, que el currículo chileno tengo cierta relación y equivalencia con los currículos internacionales, eso significa que cuando tu sometes a tus alumnos a una prueba TIMS, prueba PISA, etc. en segundo medio, ellos puedan de una u otra forma corresponder a cierto estándar internacional. Entonces se trata de homologar ciertos contenidos. Lo segundo es que el currículo del año 2009 hace mucho énfasis en un currículo para la vida, eso significa en el fondo que tú vas a buscar una matemática que no es para matemáticos, tú ya no vas a buscar una matemática para esos dos o tres alumnos que tienes entre un curso de cuarenta y cinco, sino que tú buscas una matemática para los cuarenta y cinco, una matemática que tenga relación con las problemáticas y con el mundo cotidiano de la gente. por lo tanto, hay ciertos contenidos que se prestan de forma fácil para lograr esos objetivos del currículo para todos. de hecho, si tú miras el ajuste curricular del 2009, tú te vas a dar cuenta qué en matemática, es un currículo que va únicamente y exclusivamente para el plan común y es una de las razones de porque sale la trigonometría. La trigonometría sale del plan común porque en ese momento se toma la decisión de que va en el lado del específico. Entonces tú buscas cierta equivalencia, eso no significa que el currículo chileno tenga que tributar necesariamente en cuanto a currículos internacionales, pero sí que tenga cierta homologación, de forma que a nosotros como sociedad no nos cueste tanto integrarnos con el mundo. Especialmente con los países desarrollados.

Esos contenidos se prestan de mejor forma al desarrollo de habilidades, que enfocan a un currículo de matemática que esta para la vida, que desarrolla habilidades más que aprendizaje de contenidos.

(2) La segunda fue en parte contestada con esa explicación, bueno la segunda pregunta es; En base a estos criterios ¿Por qué, en la actualización del marco curricular del 2009, retiraron trigonometría del currículo de IIIº medio?

Yo estuve en esa mesa de trabajo, y se encontró que la trigonometría era por lejos una herramienta super potente, es un objeto matemático que a diferencia de otros tiene muchas aplicaciones que son muy

concretas y los chiquillos pueden ver una geometría casi como manipulable, de mediciones, por ejemplo, tomar medidas que son inaccesibles. Usar la matemática para calcular la distancia que hay entre la Tierra y Sol tiene sentido, pero si tú le dices: "Quiero sacar la distancia de aquí al baño y vas a usar matemática abstracta para eso". Un estudiante te dice "Pero agarro una huincha de medir y la mido igual". La trigonometría se prestaba mucho para eso.

Claro, como esos problemas acerca de apoyar escaleras que se hacían mucho antes del 2009, que son como super repetidos.

Porque son forzados, en el fondo tú puedes ver matemática que es especial y que le fascina a los que le gusta mucho la matemática, a los matemáticos que incluso van a seguir carreras de matemáticas el día de mañana, esos problemas los apasiona. Tienen muy poca aplicación y son reforzados, para aquellos que va a seguir carreras que no son necesariamente matemáticas es una traba para desarrollar habilidades matemáticas.

Lo que ocurre es que tanto primero como segundo medio del ajuste 2009, cuando te fijas en la cantidad de temáticas y objetivos, son cursos que quedan muy concentrados y densos. Entonces uno dice; "Tercero medio lo liberamos un poco, cuarto medio un poco, porque los alumnos están muy presionados y entonces que hacemos con estos temas de matemática, nosotros los vamos a dejar para un electivo de matemática, de tal forma que no se repitan los contenidos que están viendo. El ajuste del 98 tiene ese problema, cuando tu mirabas el marco curricular para la educación general y el diferenciado de matemática, tu tenías contenidos repitiéndose en uno y otro. Era como "Aquí estoy viendo la raíz enésima y después tengo que ir a mi clase normal y comenzar a estudiar la raíz cuadrada", entonces lo que nosotros buscamos, es dar una continuidad y que el plan diferenciado, que no se alcanzó a construir tenga una especialización para los matemáticos. Eso se detiene con el cambio de gobierno, la concertación pierde las elecciones y el nuevo equipo se dedica a escribir el cambio en bases curriculares y no construye el diferenciado.

Y en cuanto a eso ¿Qué evidencia empírica justificó esta decisión? ¿Se hicieron encuestas de satisfacción a los alumnos o se vio que los alumnos tenían malos resultados? porque claro esos tres o dos alumnos por curso que favorecen la matemática iban a tener buenos resultados, pero los otros cuarenta y dos...

Se hace una estimación en base a grupos focales, con profesores, muchos de nosotros tenemos experiencia en aula, yo tengo por lo menos 23 años ininterrumpidos haciendo clases en distintos colegios. Y en ese tiempo se hizo una consulta también y todo lo que era el trabajo con mapas de progreso se probaba en colegios, con alumnos reales y no necesariamente en los mejores colegios. Se iba a colegios de población, que eran colaboradores nuestros y probábamos los materiales. Se llega a la conclusión de que efectivamente que el currículo para la educación general ya estaba muy abultado. Estos objetivos fundamentales, (medios mínimos) que se plantearon en algún momento, tenían muy poco de mínimos e incluso para algunos colegios podían ser máximos. Entonces, el por qué se dejan fuera algunos contenidos, es única y exclusivamente, no porque esos contenidos hayan tenido malos o buenos

resultados, sino que, en algún momento de tercero medio, tú debes hacer la separación de dos líneas matemáticas, electivo y plan común. Entonces uno toma la decisión, efectivamente si tú te fijas en tercero y cuarto medio del plan común del ajuste 2009, ese plan tiene un fuerte énfasis en estadística y probabilidad, por sobre la geometría y por sobre la teoría de números. ¿Por qué? Porque la experiencia y los estudios que manejábamos en ese momento, el año 2009, decían que una persona que no va a seguir una carrera matemática, lo que más va a usar en su vida está relacionado con la estadística y las probabilidades, en términos casi de cultura general y las carreras como psicología, un antropólogo, sociólogo tienen una matemática super dura en el ámbito de la toma de decisiones, en ambientes de incertidumbre, en el manejo de gráficos, interpretación de datos, tablas... porque todo lo que está asociado al mundo de la investigación está relacionado a la estadística. Entonces en tercero y cuarto medio se potencia, siempre con la base puesta del currículo para la vida, el desarrollo de habilidades más asociadas al eje de estadísticas y probabilidades se robustece y los temas que son más específicos para la matemática, por la matemática, se pensaron dejar para el diferenciado, que no se concretó en ese momento.

(3) ¿Qué habilidades matemáticas que se espera que los estudiantes desarrollen mediante el estudio de la trigonometría? ¿Y cuál es la relevancia que le otorgan a la resolución de problemas en situaciones que involucran el uso de las razones trigonométricas?

En el caso de la trigonometría el fuerte está dado en dos procesos; la resolución de problemas como habilidad y en el tema del modelamiento. Cuando tu entiendes el objeto de modelar como una acción de tomar una situación de la vida cotidiana, e identificar las variables, la relación entre ellas y generar una simplificación de esa realidad, para poder estudiarla aparte, resolverla y después reinsertarla en la situación. la trigonometría, claramente, se presta como una herramienta que te cae casi natural.

Ahora las razones trigonométricas por sobre las funciones trigonométricas, lo que hacen es en que en el fondo tu trabajas mucho con semejanzas. y las semejanzas son un tema que en segundo medio ya debe estar al menos medianamente adquirido.

Es cierto que se esperaría un trabajo con funciones trigonométricas, pero también es cierto que hay funciones trigonométricas que son horribles. Uno de los ramos más complicados que me ha tocado dar en mi vida como profesor, fue una vez en cierta universidad cuando di un ramo de matemática para gente que estudiaba ingeniería en sonido, entraba de manera muy fuerte todo el tema de las funciones trigonométricas, pero con un nivel altísimo de aplicación, que uno piensa "esto es, pero recontra difícil." Entonces se empieza como a escapar un poco lo que te resulta super natural, por ejemplo, cuando tienes un triángulo rectángulo y le pones nombre a la relación que existe entre un cateto y otro, entre un cateto y la hipotenusa. Te das cuenta de que con esa relación puedes resolver problemas que con tus "manos " no podrías hacer, esto despierta mucho interés por proceso que van más allá, por ejemplo, como la abstracción.

(4) (Considerando que, siendo trigonometría un contenido que requiere cierta capacidad de abstracción) ¿Por qué motivo se decidió enseñar en segundo medio a diferencia de antes que se estudiaba en tercero medio?

En términos de edades cognitivas y en procesos madurativos, entre alumnos y alumnas que están entre segundo y tercero medio, no hay gran diferencia, o sea un alumno de primer semestre de tercero medio y un alumno de segundo semestre de segundo medio no tienen capacidades muy distintas. La didáctica se encarga de resolver estos problemas. Por ejemplo, si tú dices "tengo que enseñar ecuaciones diferenciales" ¿En qué curso? "tengo que hacerlo en octavo" lo primero que te va a decir un profe de matemática "Eso es imposible", ¿Qué te dice la didáctica? "nada es imposible lo único que hay ahí es un problema, un problema que yo te desafío a resolver." Nosotros tenemos videos, super entretenidos de como niños de segundo básico resuelven ecuaciones cuadráticas, obviamente que no lo hacen con el algoritmo tradicional ni con la aplicación de la fórmula, lo hacen con cajitas, con calugas, entonces al final la didáctica te resuelve ese problema.

Los niveles de abstracción en los varones y mujeres se empiezan a consolidar por ahí por séptimo básico, o sea entre séptimo y octavo tú tienes capacidades instaladas en alumnos con cierto grado de desarrollo normal y que son capaces efectivamente de establecer abstracción.

Como los estadios de por ejemplo Piaget, segundo y tercero están en el mismo estadio, prácticamente.

Exactamente, no hay grandes diferencias, entonces tiene que ver con una planificación que te permita cierta holgura, que te permita reducir temáticas, que no abulte un curso sobre otro. Porque el contenido, en la matemática, no es lo más importante, uno puede hacerse con el contenido y ocuparlo en cualquier nivel, el que tú quieras. Lo importante es que tipo de habilidades y capacidades tú vas a apoyar usando un determinado contenido.

(5) ¿Por qué se decidió no incorporar el estudio de funciones trigonométricas en el nivel y si se espera que aparezca en niveles superiores?

Si tú te fijas en la propuesta de bases curriculares para tercero y cuarto medio, hay un objetivo en cuarto medio plan común que habla de resolución de problemas y modelamiento de situaciones o fenómenos utilizando funciones trigonométricas tales como seno, coseno y tangente. Efectivamente en segundo medio está asociado a la razón y en cuarto medio ya hay una utilización de ese tipo de funciones básicas trigonométricas, para modelar y resolver situaciones.

Esa es una propuesta, claramente sujeta a modificaciones, y se está esperando la retroalimentación del sistema; alumnos, profesores y todos los que participaron.

(6) ¿Qué diferencia (de contenido, habilidades y/o enfoques) tendrá el estudio de la trigonometría según las bases curriculares del 2015 en comparación a los contenidos que se enseñaban de acuerdo con el Decreto Supremo 220?

Lo que pasa es que había un desarrollo más completo, en ese tiempo la temática, cuando estaba la trigonometría en tercero medio, era como un desarrollo de los objetos de la trigonometría. Se partía por las razones, después incluso los profes trabajaban mucho con las identidades trigonométricas, se trabajaba con la resolución de problemas. Lo que hay ahora es una utilización de la trigonometría como una aplicación de las razones en la resolución de determinados problemas, el foco cambia. Tu tenías un decreto de currículo que estudiaba ese objeto matemático en si mismo, porque el objeto era importante, porque la trigonometría era interesante, porque la trigonometría era "entretenida". Lo que hay ahora es que la trigonometría es un medio para resolver problemas, de la vida cotidiana, bueno no sé si cotidiana, pero por lo menos como algo más tangible. Por eso se busca tener objetos que pueden ser algo significativo para ellos. Porque la matemática por la matemática es significativa para algunos de ellos, que generalmente son pocos.

O también es como es ese tipo de problemas que ponían contextos como, "El marino observa el faro con un ángulo..." es muy difícil para un niño estar en esa situación.

Esas cosas no pasas, es verdad, ahora para el matemático eso resulta entretenido porque resolverlo por resolverlo es lo que motiva a un matemático, nunca lo hace en función de que podría llegar a hacer con eso. Eso le interesa a un ingeniero, el ingeniero siempre está pensando "Yo no sé cómo demostrarlo o como funciona, pero sé que sirve y si lo pongo en mi calculadora yo sé que resuelvo esto otro".

Personalmente creo que mundialmente se ha llegado al convencimiento, que uno no puede imponer sus gustos y su forma de vida al resto. Yo creo que la matemática, durante muchos años tuvo ese problema, fue un instrumento para diferenciar, para segregar. Lo que buscan las últimas reformas es que pase de ser un instrumento de segregación a instrumento que abra posibilidades, que abra puerta y genere capacidades en ti que puedas utilizar siendo un médico, un psicólogo, siendo una persona que trabaja en un supermercado. La forma enfrentar el problema, de razonar, de analizar los datos, de argumentar y demostrar la evidencia son condiciones que uno esperaría casi de la población, independientemente de lo que haga. No solamente para una elite, porque eso era lo que hacia la matemática, separaba a esa elite, de los que "no eran buenos".

Hacia que los que supuestamente no eran buenos, se sintieran incluso peor.

Por supuesto, porque eso fue exactamente lo que busco durante muchos años; situar a estos talentosos en un pedestal donde ellos tenían que ser admirados por su condición de buenos para la matemática. Y el resto no estaba a esa altura y tenía que dedicarse a otras cosas. Piensa que hasta el día de hoy tenemos ese problema, de las personas que se dedican hoy a la matemática, un porcentaje muy alto de ellos son hombres y una proporción muy alta de mujeres no tienen y no desarrollan esos intereses. Entonces hay mucho que estudiar en cuanto a las didácticas que se están utilizando en el colegio ¿Por qué ese tipo de didácticas favorecen un pensamiento "más masculino" y deja fuera de este tipo de pensamiento a la mujer? Sobre todo, porque si bien tenemos contextos distintos y nos interesan cosas distintas, pero en capacidades somos exactamente iguales.

Claro, a pesar de toda la polémica de la guerra de los sexos, nunca se ha llegado a nada concluyente acerca de si un género es mejor o no.

Lo que si hemos podido demostrar es que son distintos, pero eso tampoco significa mucho, porque también encuentras formas de pensar y razonar distintas entre hombres, formas distintas de razonar entre mujeres, mujeres que tienen un pensamiento mucho más "masculinizado", hombre que tienen un pensamiento mucho más "femenino", entonces no hay ningún patrón. Lo único que tenemos son evidencias, por ejemplo, cuando son pequeños, las diferencias entre hombres y mujeres en las pruebas de matemática es casi imperceptible, Simce por ejemplo en segundo medio la diferencia ya se nota mucho, cuando llegas a la PSU la distancia ha aumentado aún más. Y cuando vas a las carreras matemáticas, licenciaturas en matemática pura, cuando estas estudiando un magister un doctorado en matemática, cuando te dedicaste a trabajar en la matemática, encontrar mujeres es raro. las hay por supuesto y muy buenas por lo demás, pero la gran mayoría son hombres.

¿Cómo se espera que el enfoque dado al estudio de alguna de las temáticas de otras asignaturas cambie a partir de la reinclusión de trigonometría (como, por ejemplo, el concepto de trabajo en física, diagramas de cuerpo libre en planos inclinados o la operatoria con números complejos).

Esa es una pregunta súper interesante, porque habla de la relación que existe entre el desarrollo de habilidades asociadas siempre a los contenidos y las otras disciplinas. Y ahí hay un problema que no lo resuelve el currículo, sino que te lo resuelve la implementación curricular. Y en la implementación curricular, tú tienes una propuesta que tiene que ver con los programas de estudio, los textos escolares, pero el que logra realmente resolver ese problema es el docente. Si tú le preguntas al currículo ¿Cómo se espera que se establezca la relación con esta incorporación o como esta incorporación va a afectar a las otras? uno va a decir "En realidad el currículo no puede resolver esto".

El Currículo lo que hace es dejar un escenario que te va a facilitar o dificultar algún tipo de extensión. Ahora, idealmente se busca que el escenario facilita que el docente pueda establecer relaciones con sus pares. Por ejemplo, tú, como profesor de física y matemáticas tienes una ventaja, porque cuando estés en matemática las relaciones con la física te van a salir natural y cuando estés en física las relaciones con la matemática te saldrán exactamente igual. El punto en el fondo es ¿Cómo se relaciona el profesor de matemática con el de biología? que por cierto tiene muchas posibilidades. Ahora lo que, pasa es cuando entras al aula de matemática las problemáticas, los temas y las situaciones generalmente son super matemáticas, cuando entras a la de física generalmente están muy asociadas a las temáticas que se trabajan en física y cuando entras a la de biología, la matemática parece como que no existiera. Eso no es un tema del currículo, es un tema de la práctica.

Para muchos alumnos la matemática existe solo dentro del aula, y cuando salen de la sala la matemática desaparece. Muchos alumnos que se definen como humanistas o biólogos expresan "Esto no me sirve", cuando en carreras del área de la salud se trabaja mucho con funciones, o como conversábamos hace unos minutos en carreras humanistas hay un componente de estadística muy importante.

Pero hay que reconocer que nosotros los profesores hemos fallado en realizar estas relaciones.

Anexo 2: Encuesta de actividad didáctica

Encuesta previa a la actividad didáctica

Nombre: _____ Fecha: _____

1. ¿Qué opinión tiene acerca de las clases de matemática en general?

2. ¿Qué opinión tiene de las clases de trigonometría? ¿Cómo le gustaría que fuera?

3. ¿Cómo deberían ser las evaluaciones de esta unidad? ¿Con pruebas de alternativas y/o desarrollo, trabajos de campo o investigación (si tiene otra idea, explique con detalle)?

4. Escriba aquí las aplicaciones prácticas que conozca donde puede ser usada la trigonometría

Preguntas de alternativas	- de acuerdo			+ de acuerdo	
	1	2	3	4	5
¿Qué tan conforme está con las clases de trigonometría?					
¿Qué tan importante considera aprender trigonometría?					
Según el valor de los números ¿Qué número de integrantes sería tu grupo ideal de trabajo?					
¿Qué tan conforme esta con la realización de trabajos de campo?					

Encuesta después de la actividad didáctica

Nombre: _____ Fecha: _____

1. ¿Qué opinión tiene acerca de la actividad didáctica realizada?

2. ¿Qué opinión tiene ahora con las clases de trigonometría? ¿Qué le gustaría modificar?

3. ¿Cómo deberían ser las evaluaciones de esta unidad? ¿con pruebas de alternativas y/o desarrollo, trabajos de campo o investigación (si tiene otra idea, explique con detalle)?

4. Escriba aquí las aplicaciones prácticas que conozca donde puede ser usada la trigonometría

Preguntas de alternativas	- de acuerdo			+ de acuerdo	
	1	2	3	4	5
¿Qué tan conforme está con las clases de trigonometría?					
¿Qué tan importante consideran aprender trigonometría?					
Según el valor de los números ¿Qué número de integrantes sería tu grupo ideal de trabajo?					
¿Qué tan conforme tienen sobre el uso de trabajos de campo?					

Comparación entre los resultados de las preguntas de alternativas

Mediante las preguntas de alternativas que están presentes en la encuesta el cual se usa una escala del 1 al 5, siendo uno muy disconforme y cinco muy conforme. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

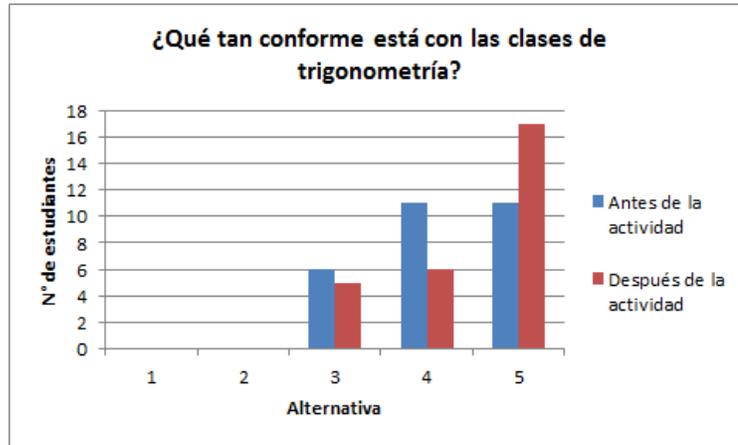


Gráfico 1.1: Gráfico sobre la conformidad de las clases de trigonometría

En la pregunta sobre qué tan conforme estaban en las clases de trigonometría, se mostró una gran alza de conformidad de alumnos, donde la opción de muy conforme subió 6 puntos, lo cual, podemos observar que los estudiantes están más conformes cuando se trata de un trabajo de campo.

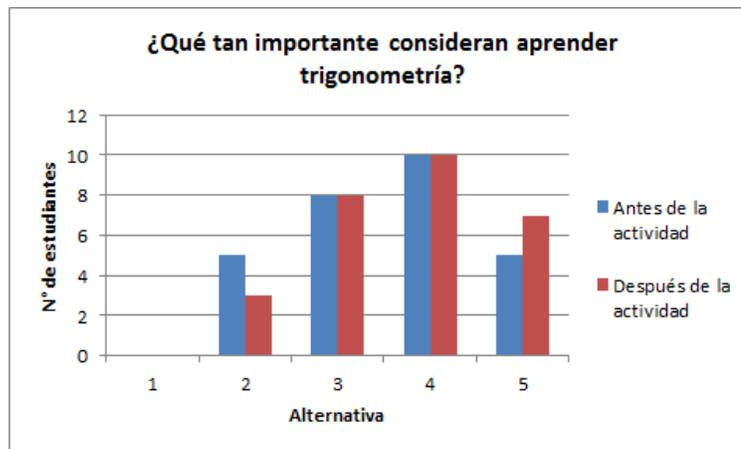


Gráfico 1.2: Gráfico sobre la percepción sobre el valor del contenido que se busca enseñar

Con respecto a qué tan importante consideran aprender trigonometría, hubo una opinión a nivel de clase donde consideran que dicho contenido al tener una aplicación práctica, le atribuyen cierto nivel de importancia.

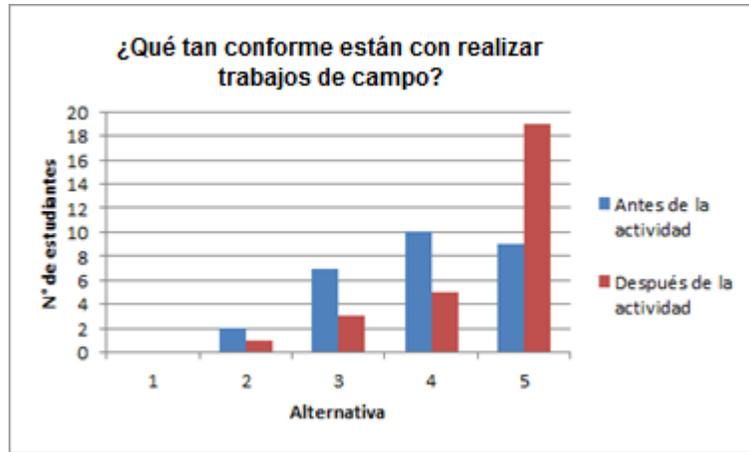


Gráfico 1.3: Gráfico sobre la conformidad de las clases de trigonometría

En esta parte de la encuesta se muestra una clara conformidad en la actividad de trabajo de campo, donde prácticamente la opción “muy de acuerdo” aumentó diez puntos. Esto señala que un aprendizaje mediante trabajos didácticos puede influenciar considerablemente en la motivación de aprender cuando se usan métodos de enseñanzas que no se basan en estar dentro de una sala de clases.

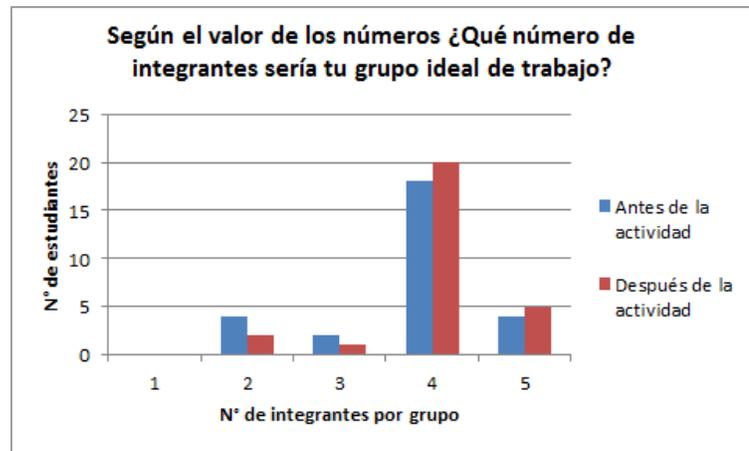


Gráfico 1.4: Gráfico sobre el número óptimo de cada grupo

Demuestra que el número que más les acomoda trabajar es en equipos de cuatro, esto se ve antes y después del trabajo de campo, sin embargo, muestra una tendencia a que, después de realizar dicha actividad, es más efectivo que se realicen trabajos con un mayor número de integrantes. Lo más probable es que consideraron que el número no era suficiente, ya que más de uno expresó que las actividades presentes en la guía fueron muy extensas, ya que debieron medir seis estructuras con huincha y dos alturas mediante sombras, y en cada caso midieron el cateto adyacente y el ángulo para obtener la hipotenusa y el cateto opuesto, sin mencionar que

el uso de hilo atado a una rama que atascan en la estructura que midan generaba que debían medir en más de una ocasión, atrasándose en terminar la guía de trabajo.

Si bien, se propone la creación de trabajo de grupo con cinco integrantes, ya que, si la mayoría elegía hacer equipos de cuatro estudiantes, hay que destacar que esta propuesta didáctica es más compleja que la observada, por lo que, si se aplica esta actividad con cuatro integrantes, serán más los alumnos que dirán que los grupos deberían ser más numerosos.

Anexo 3: Encuesta de validación

ENCUESTAS DE VALIDACIÓN

El objetivo de esta encuesta es validar las seis clases de la propuesta didáctica que comprenden los contenidos del eje de geometría de segundo medio, en particular, el OA8 que aborda el estudio de la trigonometría. La propuesta está basada en el método ABP (aprendizaje basado en problemas) y contiene, entre otros recursos, una guía de trabajo tanto para docente como para los grupos dividida en tres etapas:

- 1) Entendiendo el problema.
- 2) Manos a la obra.
- 3) Presentando nuestros resultados.

Estimado validador, este documento contiene:

1. Encuesta de validación de la clase 1:
 - 1.1. Video
 - 1.2. Situación problema
 - 1.3. Etapa 1
2. Encuesta de validación de la clase 2:
 - 2.1. Etapa 2
 - 2.2. Guía de construcción del teodolito
3. Encuesta de validación de la clase 3
 - 3.1. Guía de prueba del instrumento
 - 3.2. Cuestionario para el análisis del instrumento
4. Encuesta de validación para las clases 4 y 5
 - 4.1. Etapa 3
 - 4.2. Rúbrica de evaluación del informe
 - 4.3. Rúbrica de evaluación de la exposición
 - 4.4. Rúbrica de evaluación para el material de apoyo
5. Encuesta de validación de la clase 6
 - 5.1. Secuencia Didáctica de sistematización
 - 5.2. Autoevaluación
 - 5.3. Evaluación grupal

Agradeciendo de antemano su buena disposición y el tiempo utilizado para revisar los archivos y contestar a nuestras preguntas le recordamos que sus opiniones son muy valiosas para nosotros y nos serán de mucha utilidad en la mejora de nuestra propuesta didáctica.

Datos de los encuestados

- Encuestado N°1

Nombre	Julio Muñoz
Antecedentes académicos	Profesor de estado en Matemática
Dependencia del establecimiento en el que se desempeña:	Colegio San Miguel de los andes, Particular Subvencionado.
Años de experiencia como docente	30
¿Ha enseñado el contenido de trigonometría en los últimos 3 años?	Si

- Encuestado N°2

Nombre	Lorena Pinto
Antecedentes académicos	Profesora de estado en Matemática, Universidad de Playa Ancha
Dependencia del establecimiento en el que se desempeña:	Instituto Abdón Cifuentes, Particular Pagado
Años de experiencia como docente	26
¿Ha enseñado el contenido de trigonometría en los últimos 3 años?	Si

- Encuestado N°3

Nombre	Jorge Nahuefil
Antecedentes académicos	Profesor de física y matemáticas
Dependencia del establecimiento en el que se desempeña:	Colegio Villa España, Particular subvencionado
Años de experiencia como docente	11
¿Ha enseñado el contenido de trigonometría en los últimos 3 años?	Si

Instrucciones:

Para cada indicador de evaluación, elija una y solo una valoración de acuerdo a la siguiente escala de satisfacción y escríbala en la casilla correspondiente:

- 1 - Completamente de acuerdo.
- 2 - De acuerdo.
- 3 - Ni de acuerdo ni en desacuerdo.
- 4 - En desacuerdo.
- 5 - Completamente en desacuerdo.

Encuestas de validación clase 1: comprendiendo el problema

El objetivo de esta encuesta es validar la propuesta didáctica para la primera clase, la cual se compone de tres ítems:

- 1) vídeo introductorio a la situación problemática.
- 2) la situación problema enmarcada en una problemática social real.
- 3) La etapa 1.

Cada ítem se describe a continuación.

- **Vídeo: Guetos verticales.**

El vídeo se centra en la problemática social a trabajar, centrándose en el impacto negativo que estos gigantescos complejos de departamentos han tenido en el entorno urbano, así como también en la situación de desprotección de los vecinos que ven gran parte de su buen vivir desaparecer producto de situaciones incómodas y humillantes. También se denuncia el fracaso de instituciones como el municipio de Estación Central, que permitió la construcción de estas obras o el SEREMI de Medio Ambiente que a pesar de haber realizado denuncias no ha podido detener las obras de construcción de varios proyectos que no cuentan con los permisos medioambientales necesarios.

- **Situación problema.**

La situación está relacionada a la temática vista en el video, es sobre un grupo de vecinos preocupados por la construcción cerca de sus casas de gigantescos edificios, que violan el recién instaurado plan regulador de la comuna de estación central, lo que disminuiría notablemente su nivel de vida en cuanto a privacidad, estacionamiento y otros servicios, además de la plusvalía de sus propiedades. El estudiante debe asumir un rol participativo y ayudar en la recolección de evidencia antes de que sea demasiado tarde y la construcción esté terminada.

- **Guía de trabajo grupal de ABP**

Etapa 1: Como su título lo indica, esta etapa tiene como finalidad entender el problema, para esto se realizan 6 preguntas que buscan que los alumnos:

- ✓ Empaticen con la situación.
- ✓ Descompongan la situación en problemas más pequeños.
- ✓ Rememoren contenidos previos.
- ✓ Evalúen sus capacidades
- ✓ Expresen el problema en sus propias palabras.

VALIDACIÓN CLASE N°1

Ítem I: Video.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La duración del video es adecuada para mantener la atención del curso.	2	1	1
El Audio del video es de buena calidad.	2	1	1
La calidad de imagen es adecuada para ser exhibida en un aula.	2	1	1
Los contenidos abordados en el video guardan relación con la situación a trabajar.	1	1	3
Los testimonios recogidos en el video son claros y comprensibles.	2	1	2

Ítem II: Situación problema.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	1	1	1
La problemática está enmarcada en un contexto urbano que puede resultar cercano para los estudiantes de grandes ciudades como Santiago, Concepción y otras.	2	1	1
La problemática guarda relación con aplicaciones de la trigonometría en el mundo profesional.	2	1	1
La guía del docente es clara para la realización de la propuesta didáctica.	1	1	1
La guía del docente cuenta con orientaciones claras para la correcta implementación de este Ítem.	1	1	1

Ítem III: Etapa 1.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	2	1	1
La secuenciación de la guía guarda relación con los primeros tres pasos de la metodología ABP propuesta.	1	1	1
La etapa completa es posible de realizar en el tiempo propuesto (50 min aprox.)	2	1	1
La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.	2	1	1
Las actividades de la guía favorecen el trabajo colaborativo.	1	1	1

Estimado validador, además le solicitamos realizar cualquier comentario adicional que considere pertinente para la mejora de nuestra propuesta didáctica en el recuadro que se encuentra a continuación.

- Encuestado N°1

Estimo que es necesario un buen manejo de la metodología por descubrimiento, al ir orientando a los alumnos con interrogantes que los lleven a lograr los objetivos propuestos, según la técnica planteada en ABP, que relacionen con contenidos de geometría o trigonometría.

- Encuestado N°2

Plantear situaciones alternativas a otros contextos diferentes al urbano.

- Encuestado N°3

Se sugiere:

1. Explicar en qué consiste el Plan Regulador
2. En la clase 1: material para el docente se indica que los estudiantes deben identificar contenidos como: teorema de Pitágoras, teorema de Tales, etc. Se sugiere recordar estos contenidos antes a través de una guía resumen.

Encuestas de validación clase 2: generando un plan

Esta clase se compone de dos ítems: La etapa 2 de la guía de medición de distancias inaccesibles ("Manos a la obra") y una guía de construcción para el instrumento de medición, el teodolito. Cada ítem se describe a continuación:

- **Etapa 2 de la guía de trabajo grupal de ABP**

Como su título lo indica, esta etapa tiene como finalidad el trabajar en el problema en sí, para esto se realizan 6 preguntas que buscan que los alumnos:

- ✓ Recuerden conocimientos previos.
- ✓ Analicen las limitaciones de sus conocimientos previos.
- ✓ Busquen elementos en común (patrones) en estos
- ✓ Formulen hipótesis para la resolución del problema considerando otras variables.
- ✓ Realicen diagramas explicativos.
- ✓ Organicen su trabajo mediante un cronograma.

- **Guía de construcción del teodolito**

El propósito de esta guía, entregada al final de la clase, es la de asistir a los estudiantes en el proceso de construcción de un instrumento de medición de ángulos fuera del aula, secuenciando el proceso de manera ordenada y utilizando fotografías como ayuda visual.

VALIDACIÓN CLASE N°2

Ítem I: Etapa 2

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el de segundo medio	2	1	1
La secuenciación de la etapa 2 guarda relación con los pasos 4 y 5 de la metodología ABP propuesta.	2	1	1
La etapa completa es posible de realizar en el tiempo propuesto (60 min aprox.)	2	1	1
La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.	2	2	1
Las actividades de la guía favorecen un ambiente de respeto en el trabajo colaborativo.	1	1	1
Fomenta la reflexión acerca de los conocimientos previos que poseen los alumnos.	1	1	1
Acentúa el hecho de que los conocimientos nuevos se construyen muchas veces a partir de lo que ya sabemos.	2	1	1
La guía del docente es clara para la implementación de este ítem.	2	1	1

Ítem II: Guía de construcción del teodolito:

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
El diseño de la guía de trabajo es ordenado y atrayente.	1	1	1
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	2	1	1
Las consideraciones de seguridad resultan pertinentes.	1	1	1
la actividad fomenta la interdisciplinariedad (Tecnología-Matemática).	2	2	1
La calidad de las imágenes en la guía es adecuada.	2	2	1
La secuenciación entre los pasos y las imágenes presentadas facilita la comprensión del proceso de construcción.	2	1	1
La división del proceso de construcción en dos procedimientos facilita la comprensión del proceso de construcción.	2	1	1
La guía del docente es clara para la implementación de este ítem	1	1	1

Comentarios adicionales

- Encuestado N°1

El docente debería previamente hacer que los alumnos investiguen sobre los teodolitos artesanales, su utilización y fabricación , con el objetivo de acelerar y facilitar el proceso de construcción

- Encuestado N°2

Sugerir una mayor interdisciplinariedad con la asignatura de Tecnología.

- Encuestado N°3

Sugerencia: En el caso de que se dude del trabajo que puedan realizar los alumnos en el hogar y para supervisar en clases su construcción, se pueden cambiar los materiales por cartón piedra y palos de maqueta.

Encuestas de validación clase 3: ensamblaje y prueba del instrumento

El objetivo de esta encuesta es validar la propuesta didáctica para la tercera clase, la cual se compone de dos ítems: Una Guía de prueba del instrumento para que los grupos pueden probar su nuevo método de medición y un cuestionario para el análisis del teodolito, que considera posibles mejoras a este. Cada Ítem se describe a continuación.

- **Guía de prueba del instrumento**

El objetivo de esta encuesta es el de validar el método de medición propuesto por los estudiantes en la clase 2, para ello trabajarán midiendo alturas conocidas dentro del colegio, contrastando los resultados obtenidos empíricamente con las alturas teóricas propuestas por el profesor.

- **Cuestionario análisis del instrumento**

Este cuestionario tiene como propósito el recoger las reflexiones de los alumnos en la construcción del teodolito, centrándose en materiales alternativos, mejoras al instrumento y la comparación con otros instrumentos de medición de ángulos.

VALIDACIÓN CLASE N°3

Ítem I: Guía de prueba del instrumento.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	2	1	1
Las actividades propuestas son coherentes con la secuencia didáctica.	1	1	1
La etapa completa es posible de realizar en el tiempo propuesto (50 min aprox.)	2	2	1
La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.	1	1	1
La guía del docente es clara para la implementación de este ítem.	1	2	1

Ítem II: Cuestionario para el análisis del instrumento:

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel aplicado.	1	1	1
Las preguntas realizadas son pertinentes.	2	1	1
Fomenta la autonomía y la reflexión en el estudiante al hacerlo plasmar sus ideas en palabras.	2	1	1
Ayudan al estudiante a pensar fuera de la caja para reducir costos y realizar mejoras al instrumento.	2	1	1

Comentarios adicionales

<ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°1 <p>Más que reducir costos se debe pensar en perfeccionar los instrumentos, ya que generalmente los grandes problemas de construcciones se producen por reducir los gastos maximizando las utilidades</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°2 <p>Potenciar la actividad en un Colegio Técnico Profesional.</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°3 <p>En el caso que de no se cuente con una sala de PC, se puede entregar un informe secuenciado impreso para que los alumnos completen los datos.</p>

Encuestas de validación clases 4 y 5: Preparando nuestros resultados y presentación

El objetivo de esta encuesta es validar la propuesta didáctica para la cuarta y quinta clase.

La clase 4 es una instancia para el análisis de los resultados obtenidos y de preparación para la presentación de los mismos, en esta trabajaran con la etapa 3 de la guía “presentando nuestros resultados”. La clase 5 en tanto, será donde los distintos grupos harán entrega de su informe y presentarán sus resultados, considerando esto hemos generado 3 rubricas para la evaluación del informe escrito, la exposición y el material de apoyo utilizado en esta (PPT, Prezi u otros). A continuación, se describe brevemente cada uno de estos.

- **Etapas 3 Guía ABP “presentando nuestros resultados”.**

Como su título lo indica, esta etapa tiene como finalidad que los alumnos presenten los frutos de su trabajo, para ello se dan recomendaciones y exigencias en cuanto al formato a trabajar, con el objetivo de que los alumnos desarrollen habilidades de argumentación y comunicación, además de habituarse a un estándar de trabajo.

- **Rubrica de evaluación del informe**

El propósito de esta rúbrica es el de evaluar el informe final presentado por los estudiantes, consta de 8 indicadores de evaluación (entrega del trabajo, introducción, calidad y cantidad de la información, diagramas, organización y bibliografía) y 4 niveles de logro para evaluarlos (Excelente, bueno, aceptable e insuficiente).

- **Rubrica de evaluación de la exposición**

El propósito de esta rúbrica es el de evaluar la exposición realizada por los estudiantes, consta de 3 indicadores de evaluación obligatorios (Vocabulario, manejo de contenidos, manejo del aula) y uno opcional con el que evaluar a aquellos alumnos que continuamente tienen dificultades para realizar presentaciones, a pesar de dominar contenidos. Se utilizan los mismos 4 niveles de logro para evaluar estos indicadores (Excelente, bueno, aceptable e insuficiente).

- **Rubrica de evaluación para el material de apoyo**

El propósito de esta rúbrica es el de evaluar la exposición realizada por los estudiantes, consta de 5 indicadores de evaluación obligatorios (Portada, relación Texto-imagen, Vocabulario y ortografía, y diseño), utilizando los mismos indicadores de logro que las otras rubricas.

VALIDACIÓN CLASE N°4 y N°5

Ítem I: Etapa 3.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	1	1	1
Las exigencias realizadas para el informe son pertinentes.	2	1	1
Las recomendaciones para la presentación son pertinentes.	1	1	1
Dan una guía concreta para el cumplimiento de los indicadores de evaluación presentes en las rubricas.	1	1	1

Ítem II: Rubrica de evaluación del informe:

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
Los Indicadores de evaluación consideran la problemática de fondo.	2	1	1
El número de niveles de logro es adecuado.	1	1	1
Los criterios de exigencia son aptos para el curso que se desea aplicar esta didáctica.	2	1	1

Ítem III: Rubrica de evaluación de la exposición

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
Indicadores de evaluación son pertinentes para la actividad planteada.	1	1	1
El número de niveles de logro es adecuado.	1	1	1
Los niveles de logro están diferenciados de manera clara.	1	1	1
Los criterios de exigencia son aptos para el curso que se desea aplicar esta didáctica.	1	1	1
El criterio adicional considera de manera adecuada a alumnos que tienen problemas en exposiciones.	2	1	1

Ítem IV: Rubrica de evaluación para el material de apoyo:

Indicador	Valoración según encuestados		
	Nº1	Nº2	Nº3
Indicadores de evaluación son pertinentes para la actividad planteada.	1	1	1
El número de niveles de logro es adecuado.	1	1	1
Los niveles de logro están diferenciados de manera clara.	1	1	1
Los criterios de exigencia son aptos para el curso que se desea aplicar esta didáctica.	1	1	1

Comentarios adicionales

<ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°1 <p>Se debe aclarar más la forma de evaluación de alumnos con dificultad.</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°2 <p>(Sin comentario)</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°3 <p>Se recomienda entregar o pegar en la sala las rúbricas de evaluación para que los alumnos conozcan con anticipación como serán evaluados.</p>
--

Encuestas de validación clase 6: Formalización

El objetivo de esta encuesta es validar la propuesta didáctica para la última clase. En esta clase, el docente realizará un resumen de las cuatro clases anteriores y tomará las ideas generadas en la exposición de la clase pasada, donde cada grupo presentó la solución a la situación problemática planteada.

Con respecto a la secuencia didáctica propuesta para esta clase, el profesor planteará la sistematización acorde a la presentación y defensa de conclusiones de cada exposición (Paso 8 del método de Landsberger).

- Autoevaluación Individual: en este ítem los alumnos reflexionaran respecto a los aprendizajes logrados durante el proceso.
- Evaluación Grupal: mediante este ítem los equipos de trabajo evaluaran el desempeño de cada uno de sus integrantes.

VALIDACIÓN CLASE N°6

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
El modo de sistematizar el contenido de trigonometría está de acuerdo con la didáctica propuesta.	2	1	1
El uso de los manipuladores y las actividades sugeridas están acorde a los contenidos exigidos por las bases curriculares.	1	1	1
El uso de los recursos nemotécnicos y la actividad mediante el uso de manipuladores son viables para la formalización del contenido.	2	1	1
La sugerencia de utilizar Khan Academy es útil para reforzar el contenido de trigonometría.	1	1	2

Ítem I: Autoevaluación.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	1	1	1
Las preguntas propuestas son coherentes con la secuencia didáctica.	1	1	1
Los niveles de logro son adecuados.	2	1	1
La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.	2	1	1

Ítem II: Evaluación grupal.

Indicador	Valoración según encuestados		
	N°1	N°2	N°3
La redacción es clara y entendible para el nivel de segundo medio.	2	1	1
Las preguntas propuestas son coherentes con la secuencia didáctica.	1	1	1
Los niveles de logro son adecuados.	1	1	1
La complejidad de las preguntas es apropiada para el nivel de competencias de estudiantes de segundo año medio.	2	1	1

Estimado validador, además le solicitamos realizar cualquier comentario adicional que considere pertinente para la mejora de nuestra propuesta didáctica en el recuadro que se encuentra a continuación.

<ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°1 <p>Pienso que para lograr en los tiempos propuestos y según mi experiencia se hace necesario un reforzamiento previo de las conductas previas para facilitar el logro de los objetivos propuestos , me refiero a teoremas de Tales , Euclides y triángulos semejantes</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°2 <p>(Sin comentarios)</p> <ul style="list-style-type: none">• Encuestado N°3 <p>Con respecto al uso de “khan academy” en el caso de no contar con PC para todos los alumnos. Se sugiere usar un proyector y en clases ver los ejercicios y luego comparar sus respuestas con los ejercicios.</p>

GUIA DE INDICACIONES PARA EL DOCENTE



Las indicaciones presentadas a continuación tienen como finalidad que el docente pueda contar con una guía de trabajo para las seis clases que forman parte de la secuencia didáctica.

Se agradece al docente su disposición para llevar a cabo la secuencia didáctica considerando estas indicaciones, ya que estas han sido elaboradas con el objetivo de facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes respecto a contenidos de trigonometría, con la meta final de lograr un aprendizaje significativo de los contenidos presentes en el OA8 de Matemática para el nivel de segundo año de enseñanza media, así como el desarrollo de habilidades y actitudes. Los objetivos por trabajar pueden observarse en el siguiente cuadro:

Descripción curricular	
Nivel: Segundo medio	Sector: Matemática
Eje: Geometría	
Contenidos curriculares: Seno, coseno, tangente, semejanza de triángulos, ángulos	
Aprendizajes esperados:	
<p>OA1. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos • Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo • Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados • Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas 	
Habilidades por trabajar:	
<ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: <ul style="list-style-type: none"> ❖ Simplificar el problema y estimar el resultado. ❖ Descomponer el problema en sub-problemas más sencillos. ❖ Buscar patrones. • Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático. • Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas. 	
Argumentar y Comunicar	
<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. • Explicar soluciones propias y los procedimientos utilizados. 	
Modelar	
<ul style="list-style-type: none"> • Usar modelos utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. • Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. • Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad. 	
Representar	
<ul style="list-style-type: none"> • Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. • Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. 	
Actitudes a trabajar	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas reales. 2. Demostrar interés por resolver desafíos matemáticos mediante sus conocimientos previos. 3. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. 4. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos. 5. Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. 6. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información (MINEDUC, 2015). 	

Metodología trabajada.

La guía de trabajo ABP está compuesta por la situación problema y tres etapas.

Etapas 1: Entendiendo el problema.

- **Paso 1. Exploración de las problemáticas relacionadas a la situación a trabajar.** Lectura, discusión y análisis del problema, identificando sus partes significativas.
- **Paso 2. Elaboración de lista acerca de lo que el equipo sabe acerca del problema.** Identificar aprendizajes previos relacionados con el problema.
- **Paso 3. Desarrollo y escritura del enunciado del problema usando palabras propias.**

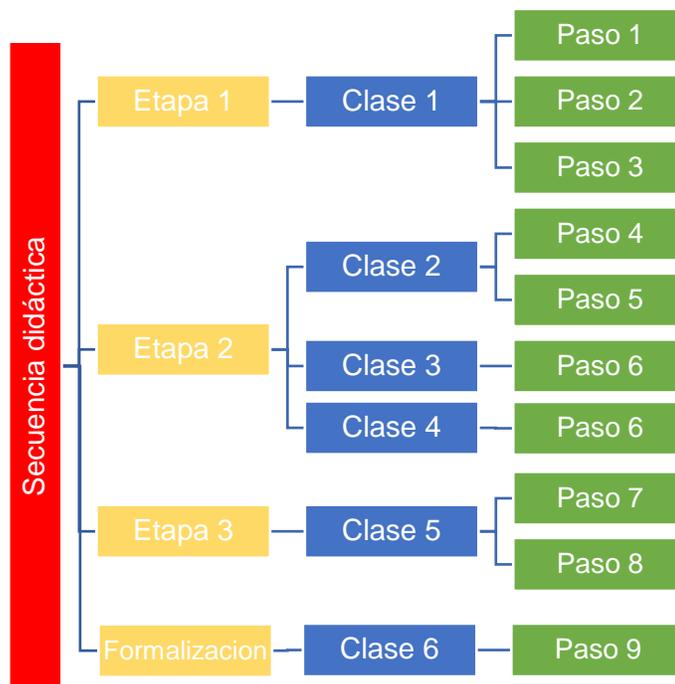
Etapas 2: Manos a la obra

- **Paso 4. Listado de todas las posibles soluciones para el problema.** El grupo elabora una lista con las soluciones posibles y genera una hipótesis acerca del problema.
- **Paso 5. Cronograma de las acciones a realizar para solucionar el problema.**
- **Paso 6. Construcción de lista con lo que el equipo necesita saber para resolver el problema.** En este paso el grupo ejecutara el cronograma y tomara las acciones necesarias para validar su hipótesis acerca del problema.

Etapas 3: Presentando nuestros resultados

- **Paso 7. Escritura del reporte con la solución del problema dada por el equipo.**
- **Paso 8. Presentación y defensa de conclusiones.**
- **Paso 9. Reflexión y análisis del desempeño individual y grupal.**

Esquema de la estructura de la propuesta



Para un mejor desarrollo de las seis clases que forman la propuesta, se presentan las siguientes orientaciones didácticas previas:

I. Recomendaciones en cuanto al método.

Continuamente surge la duda, si el aprendizaje basado en problemas es tan efectivo, ¿por qué no están todos haciéndolo? Probablemente debido al miedo a lo desconocido y a la falta de recursos. Sobre esto se nos dice: “Usar esta metodología requiere que el profesor cambie, lo que no es fácil. Este cambio, en particular, espera que los docentes cedan su rol como centro de todo, para pasar a ser facilitadores para la adquisición del conocimiento. El aprendizaje se centra ahora en el estudiante, no en el profesor”. McMaster University.

II. Organización de los grupos de trabajo.

Los equipos de trabajo deben ser heterogéneos en cuanto a las habilidades y conocimientos de los alumnos que los integran, de forma que los miembros del grupo se complementen entre sí; por lo tanto, el docente debe tomar un papel protagónico en la organización. Se sugiere un número de 4 o 5 miembros por grupo, ya que debe tomarse en cuenta el efecto Ringelmann o “problema del polizón”. Este último, dice relación con la organización de grupos numerosos y el surgimiento de la denominada “pereza social”, en la que algunos miembros del grupo suelen esconder su falta de esfuerzo individual.

III. Evaluación.

Para evaluar el trabajo individual y grupal realizado, el docente puede guiarse por las rúbricas de evaluación propuestas para el informe final y la presentación, además de una encuesta de autoevaluación para el alumno y una evaluación en la que el grupo, en conjunto, evalúa a cada uno de sus integrantes.

IV. Unidad.

La unidad será bautizada como “medición de distancias inaccesibles”, ya que el nombre “Trigonometría” podría explicitar demasiado la solución para los alumnos, teniendo como consecuencia que la encuentren de manera precoz.

V. Plan regulador.

Se adjunta un link hacia la página del Ministerio de Vivienda y Urbanismo donde se explica y están presentes los distintos planos reguladores del país. http://www.minvu.cl/opensite_20150529180447.aspx

UNIDAD: MEDICIÓN DE DISTANCIAS INACCESIBLES

(Cada Clase cuenta con material para el docente y para el alumno)

Clase 1: Entendiendo el problema

Material de apoyo al docente

Contenido: <ul style="list-style-type: none">• Triángulos semejantes.• Teorema de Tales.• Razones	Actitudes: <ul style="list-style-type: none">• Demostrar interés por resolver desafíos matemáticos mediante sus conocimientos previos• Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos.
Habilidades: <ul style="list-style-type: none">• Descomponer el problema en sub-problemas más sencillos.• Argumentar y comunicar.	Actividad(es) específica(s) <ul style="list-style-type: none">• Formar grupo• Ver video Introductorio• Introducir la situación problemática• Desarrollo Etapa 1 de la guía.
Recursos de aprendizaje: <ul style="list-style-type: none">• Guía• Proyector• Video: polémica por "guetos verticales" https://www.youtube.com/watch?v=Famm8DvCYxc	Indicadores de Logro: <ul style="list-style-type: none">• Reconocen conocimientos previos que pueden resultar útiles para la resolución del problema.• Generan un escrito coherente acerca de su forma de entender el problema.• Reflexionan acerca de la significatividad social del problema.

El objetivo de esta clase es la de conocer y entender el problema, advirtiendo su "significatividad social", utilizando los aprendizajes previos para buscar rutas de solución y, finalmente, reescribiéndolo con palabras propias para poner en evidencia el entendimiento del mismo. Esta clase va acompañada de la etapa 1 de la guía para el estudiante, una hoja con la situación problema y un video introductorio.

Inicio (25 minutos)

El inicio de esta clase será más extenso debido a que considera factores como un video, la explicitación de las actitudes a desarrollar, una explicación de la metodología con la que se trabajará, la formación de grupos y la presentación del problema.

- Se da inicio a la clase con la proyección del video “Polémica por guetos verticales”, donde se explica el impacto que la construcción de edificios gigantescos, sin considerar ningún tipo de obra paliativa, ha tenido en la comuna de Estación Central. <https://www.youtube.com/watch?v=FAmm8DvCYxc>.
- El docente organizará equipos heterogéneos de 5 integrantes, explicara la metodología de trabajo (rudimentos del ABP), informará acerca de un reporte y presentaciones al final del proceso y explicitara las actitudes a trabajar.
- El docente hará entrega de la Situación problema y etapa 1 de la Guía, dando lectura a las instrucciones y la situación problema de la guía, apoyándose en el proyector.

Desarrollo de la clase (50 minutos)

A continuación de toda la etapa introductoria, y una vez leído la situación problema, los estudiantes estarán en condiciones de comenzar el desarrollo de la etapa 1 de la guía. que consta de seis preguntas y desarrolla los 3 primeros pasos de la metodología ABP trabajada:

- La pregunta 1 de esta etapa tiene por objetivo que los estudiantes empaticen con la situación, entendiendo que es una problemática real.
- Las preguntas 2 y 3 buscan que el alumno identifique las distintas dimensiones del problema:
 - ❖ Una parte ciudadana, en la cual los estudiantes deben comenzar a entender el funcionamiento de la sociedad en la que viven, identificando a las autoridades que pueden ayudarlos con determinado problema.
 - ❖ Un problema teórico, en el que los aprendientes necesitan de la matemática para encontrar la altura de un edificio.
- La pregunta 4 tiene como objetivo que los estudiantes reflexionen sobre los contenidos que podrían estar relacionados con la solución de la situación problema. Con todo, esta pregunta no busca que los estudiantes propongan una solución, sino que hagan una lista con lo que saben sobre el problema. Como la unidad está dedicada al aprendizaje de la trigonometría, se espera que en esta etapa los estudiantes identifiquen contenidos de geometría como:
 - ❖ Teorema de Pitágoras
 - ❖ Teorema de Tales
 - ❖ Triángulos
 - ❖ Semejanza
 - ❖ Congruencia
 - ❖ Proporcionalidad

- La pregunta 5 busca que los alumnos sean capaces de evaluar sus propias capacidades y las de sus compañeros, ayudándose entre sí al considerar que todos tienen el potencial de aportar a la solución del problema. El docente debe tener especial cuidado con aquellos estudiantes que debido a sus pocas habilidades matemáticas tienden a no participar de la discusión, incentivando roles en la expresión oral y escrita, la investigación o las ciencias sociales. Cada miembro del grupo debe sentir que importa, sin siquiera preguntarse a sí mismo “¿Por qué estoy aquí?” La sensación de propósito ayuda al desempeño de nuestros estudiantes y lo más importante es que ayuda a su autoestima.
- La pregunta 6 busca evaluar la comprensión del problema que tienen los alumnos. El profesor deberá pedir una copia de éste (o sacar una fotografía de este escrito aprovechando el dispositivo celular si es que lo tiene) con el fin de evaluar la capacidad de los grupos de argumentar y comunicar el problema en sus propias palabras, lo que se ha entendido del problema y lo que se requiere buscar.

Cierre de la clase. (10 minutos)

El profesor debe dejar los últimos 10 minutos de la clase para realizar un cierre de la primera etapa de la guía; en caso de que los alumnos no estén habituados a trabajar de esta forma en la asignatura de matemática, el profesor debe preguntar cómo se sintieron los alumnos con la metodología de trabajo y también pedirá a los estudiantes que traigan libros de años anteriores. Antes de dar por finalizada la clase, el docente [dará instrucciones para que en la próxima clase los alumnos estén organizados en sus respectivos grupos de trabajo de antemano, de forma de maximizar el tiempo en la siguiente sesión.](#)

Material para el alumno

GUÍA GRUPO ABP

❖ Instrucciones:

- ✓ La guía está dividida en tres etapas las que serán entregadas a medida que cada etapa vaya siendo superada.
- ✓ El docente guiará cada una de las etapas y estará para ayudar en caso de dudas.
- ✓ Mantengan una actitud respetuosa hacia el profesor y hacia sus compañeros.
- ✓ Ya están listos para comenzar la experiencia ABP

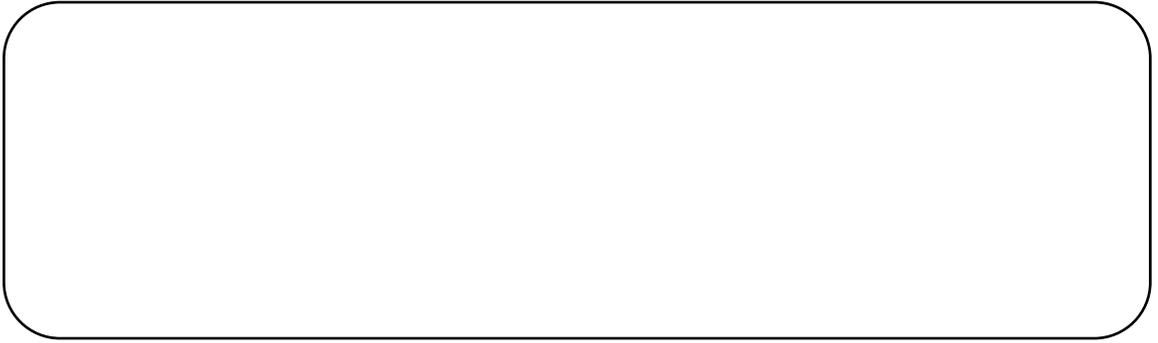
Lea cuidadosamente la situación planteada

Medición de distancias inaccesibles

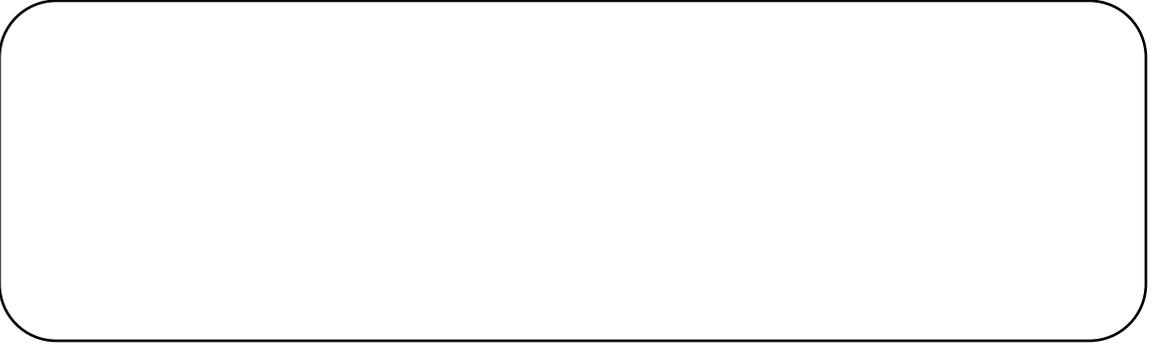
En los últimos años Estación Central ha sido una de las comunas de mayor crecimiento demográfico en la Región Metropolitana. Con una gran cantidad de proyectos para la construcción de edificios de departamentos y oficinas en curso. En algunas de las zonas más desfavorecidas de la Comuna existe una preocupación constante al respecto de estos proyectos, los residentes de construcciones de menor tamaño, casas de dos o un piso, sienten amenazada su privacidad, ya que pronto estarán rodeados de decenas de departamentos que miran a su jardín, a sus baños y ventanas, así como también generan problemas de sombra, desproveyéndoles de luz solar directa durante la mayor parte del día. Su calidad de vida también se verá afectada con el aumento del tráfico y la congestión, además, de la precarización de servicios como el desecho de residuos producto de la alta densidad poblacional, debido a que no se han realizado obras paliativas que consideren esta variable. Se realizó una gran lucha a principios del 2017 para que la comuna tuviera un plan regulador vigente, el cual se obtuvo el 25 de abril del mismo año. Sin embargo, un grupo de vecinos tiene serias sospechas acerca de la altura de los edificios que están construyendo cerca de sus viviendas, están casi seguros de que estos no cumplen a cabalidad con el nuevo plan regulador de la comuna en cuanto a la altura máxima permitida para esa área, pero necesitan evidencia al respecto antes de que las obras estén completas y los departamentos comiencen a ser entregados. También necesitan saber a qué autoridades recurrir para dar respuesta a sus inquietudes si la evidencia comprueba sus sospechas. ¿Pueden ayudarlos?

ETAPA 1: ENTENDIENDO EL PROBLEMA

1. ¿Les parece un problema cercano o útil en el entorno de cada uno? Justifiquen su respuesta.



2. ¿Qué problemáticas identifican en la situación planteada?



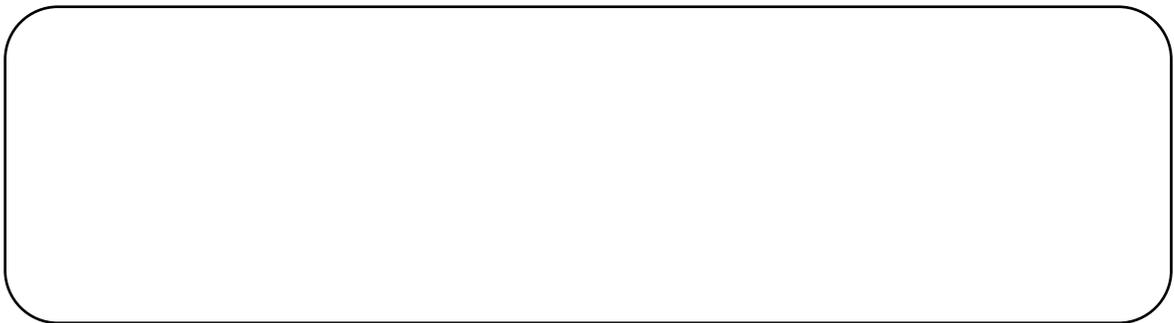
3. En base a la respuesta anterior, ¿es posible dividir el problema en problemas más pequeños?



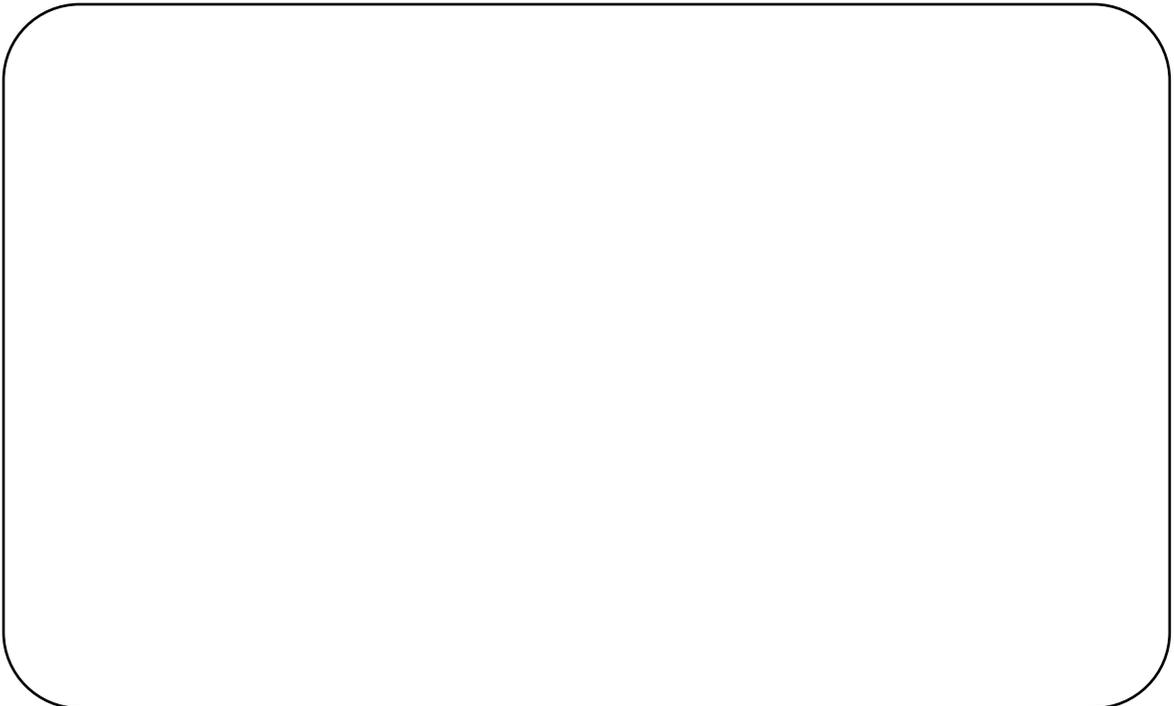
4. ¿Qué contenidos vistos hasta ahora podrían ser útiles para solucionar las problemáticas presentes en la situación problema?



5. En base a lo conversado hasta ahora, Identifiquen las fortalezas y capacidades que cada miembro del grupo puede ofrecer.



6. Reescriban el problema (utilizando sus propias palabras), de acuerdo con lo que saben y lo que necesitan saber para resolverlo. Considerando no solo el aspecto matemático del problema, sino que también el ámbito social de este.



Clase 2: Generando un plan

Material para el docente

<p>Contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos semejantes. • Teorema de Tales. • Razones • Ángulos • Métodos de las sombras, espejos y fotografía. 	<p>Actitudes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas reales. • Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
<p>Habilidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolver Problemas, buscar patrones. • Usar modelos utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos. • Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. • Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad. 	<p>Actividad(es) específica(s)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promover discusión sobre la solución del problema. • Desarrollo etapa 2 de la guía. • Generar cronograma
<p>Recursos de aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Etapa 2 Guía: Medición de distancias inaccesibles • Guía de Construcción del teodolito. 	<p>Indicadores de Logro:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Son capaces de generar un cronograma de trabajo, organizando sus tiempos. • Son capaces de analizar las fortalezas y debilidades de conocimientos previos. • Son capaces de producir una nueva solución a partir de sus conocimientos previos.

La temática de la segunda clase es poner a prueba las soluciones vistas en años anteriores a la problemática de medir distancias inaccesibles, identificando ventajas y desventajas de las mismas con el fin de determinar la necesidad de una nueva solución que considere otras variables. Esto último, motivará la pesquisa de una solución que involucre la utilización de ángulos y la construcción de un teodolito para realizar la medición de los mismos y, posteriormente, entender las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos como relaciones trigonométricas. Para apoyar la construcción del instrumento se entregará una guía con todos los pasos y materiales necesarios al final de la clase, para ser trabajada fuera del aula y en la siguiente clase. Con todo, antes de poner "manos a la obra", el grupo deberá crear un cronograma con todos los pasos a seguir para la construcción del teodolito, su puesta a prueba, recolección y análisis de los datos obtenidos.

Inicio:

Al empezar la clase 2 el docente hará una retroalimentación de las mejoras que podrían hacerse a la reescritura del problema en base a los escritos recolectados en la clase anterior. Una vez Finalizada la retroalimentación, se realizará un breve conversatorio grupal, a nivel de curso, sobre qué es un cronograma y su utilidad.

Desarrollo:

Concluida la introducción, se entregará la etapa 2 de la guía grupal, denominada “manos a la obra” que, como se explicó anteriormente, comprende los pasos 4 y 5 del ABP.

- En la **pregunta 1** de esta etapa el estudiante debe buscar soluciones echando mano a los conocimientos de años anteriores y a su ingenio. Ninguna idea debe ser desechada, sin importar lo extravagante o rara que pueda parecer. Lo importante es que los estudiantes participen activamente en el proceso y que sus aportes sean considerados por sus compañeros de grupo. Estas pueden ir desde la utilización de métodos basados en la proporcionalidad y que los alumnos debieran haber visto en años anteriores, específicamente primero medio (OA 9 y 10) y que se basan en la utilización de triángulos rectángulos.
 - ❖ Método de las sombras
 - ❖ Método de la toma de fotografías
 - ❖ Método de los espejos

Esto no descarta otras posibles soluciones a las que pueden llegar utilizando su imaginación, podríamos dar algunos ejemplos como:

- ❖ Soltar objetos desde la azotea y cronometrar el tiempo de caída.
 - ❖ Medir la presión atmosférica con un barómetro muy sensible en el suelo y en la azotea.
 - ❖ Utilizar una huincha de medir extremadamente larga y medir el edificio directamente.
- En la **pregunta 2** Siempre se debe tener presente que todos los métodos tienen desventajas que limitan la exactitud del resultado o impiden la medición de alguna forma. La importancia de esto es fundamental, ya que, si los métodos que han aprendido hasta ahora son totalmente efectivos, fáciles de realizar y útiles, ¿cuál sería la necesidad de aprender algo nuevo si con lo que los alumnos ya saben es suficiente?
 - Algunas de las limitaciones de método de las sombras son las siguientes:
 - ❖ Depende de las condiciones climatológicas para medir las sombras: si está muy nublado o lloviendo no se proyectan sombras claramente visibles y no podemos realizar la medición.
 - ❖ La ubicación del cuerpo a medir debe ser idealmente aislada de todo otro objeto. En este caso en específico, los edificios están cada vez más cerca unos de otros, de forma que las sombras se confunden entre sí, hay obstáculos para realizar la medición de estas o simplemente al estar al lado de cuerpos mucho más grandes, el objeto casi no posee una sombra propia durante la mayor parte del día. No por nada nuestras ciudades se han ganado el título de selvas de cemento.

- En cuanto al método de las fotografías:
 - ❖ Debemos considerar la naturaleza de una fotografía, la cual es la de una imagen en 2D, por lo tanto, la cámara no discrimina en cuanto a si un objeto está más cercano o alejado de otro. Como ejemplo de esto, podemos dar los casos en los que se logran entretenidos efectos fotográficos al acercarse o alejarse de la cámara, como se ve en la imagen:



Con respecto a dejar caer objetos en caída libre para utilizar ecuaciones de cinemática y el tiempo de caída, parecido a los experimentos que hiciera el jesuita Giovanni Battista Riccioli (1598-1671) en la torre Asinelli de Bolonia o Galileo En su natal Pisa, este método también tiene sus limitaciones:

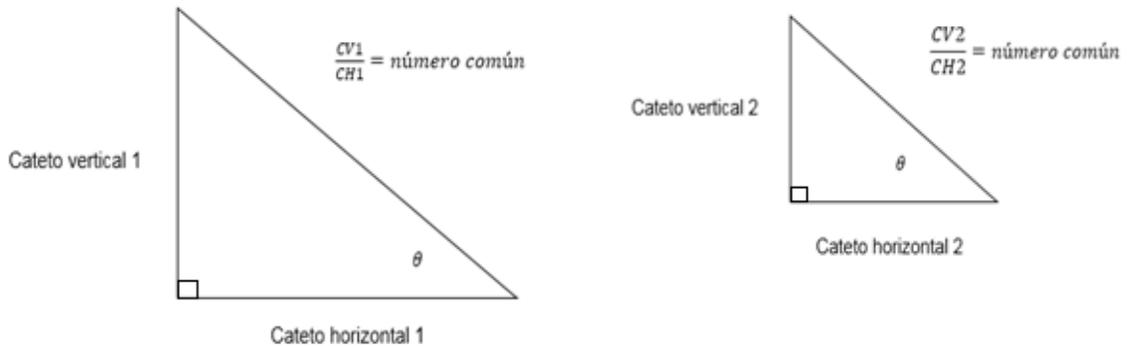
- ❖ Dejar caer objetos desde una altura considerable tiene un alto riesgo de causar accidentes, sobre todo si estamos midiendo en una zona muy concurrida.
- ❖ Hay un desfase óculo-manual que puede afectar la medición, mientras menor es la altura del cuerpo medido, mayor es la inexactitud de la medición.
- ❖ El edificio está en construcción, ¿Cómo se obtendrá acceso a la azotea para soltar el objeto?

En el caso de la utilización de una huincha extremadamente larga:

- ❖ El edificio está en construcción, ¿Cómo se obtendrá acceso a los pisos superiores para medir con la huincha?

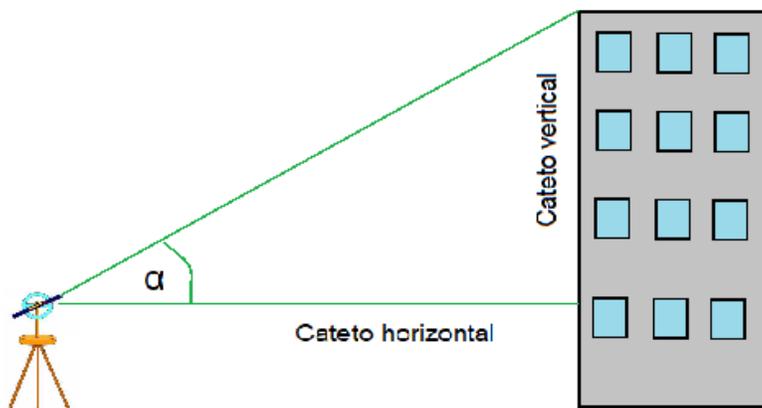
- Para la **pregunta 3** los alumnos deben notar que todos requieren la utilización de triángulos rectángulos. Esto último debería ser evidente para los estudiantes ya que todos los triángulos utilizados en los métodos poseen un ángulo recto. En segundo lugar, existe una sutileza matemática que no puede pasar inadvertida: los triángulos rectángulos utilizados son semejantes entre sí. Veamos, en “el método de las sombras” se utilizan dos triángulos, uno pequeño y otro amplificado y, en consecuencia, los ángulos interiores correspondientes son congruentes. Lo mismo ocurre con los métodos restantes. Llegados a esta parte del razonamiento, no debería demandar demasiado trabajo

notar que en dos triángulos rectángulos semejantes se cumple que al realizar la división entre las medidas del cateto vertical con el horizontal se obtiene un número que es común para el ángulo de elevación respectivo.



$$\frac{CV1}{CH1} = \frac{CV2}{CH2}$$

- En cuanto a la **pregunta 4**, “Propongan una solución que involucre la utilización de ángulos ¿Cómo podríamos medir los ángulos de elevación necesarios para comprobar nuestra solución hipotética?”, Los alumnos ya asociaron la razón entre el cateto vertical y horizontal, (la tangente aunque ellos no conocerán este término hasta el final de la actividad), como una constante asociada al ángulo de elevación, por lo que, si saben el ángulo, un segundo triángulo puede ser construido en papel utilizando transportador y regla para obtener dicha constante.



$$\text{Constante } \alpha = \frac{CV}{CH}$$

La constante α es la tangente del ángulo α , aunque de momento los alumnos no conocen este término por ese nombre.

Se debe poner especial atención para que los alumnos no lleguen al concepto de cotangente.

$$\frac{CV1}{CH1} = \frac{CV2}{CH2} \quad \text{o también} \quad \frac{CH1}{CV1} = \frac{CH2}{CV2}$$

Si ponemos atención nos damos cuenta de que en el primer caso de que estamos igualando las tangentes, y las cotangentes en la segunda de las ecuaciones.

$$\tan \alpha = \tan \alpha \quad \text{y} \quad \cot \alpha = \cot \alpha$$

Volviendo a la solución propuesta por los alumnos, esta debiera surgir de la constante identificada por los alumnos.

$$\text{Constante } \alpha = \frac{CV}{CH}$$

Por lo tanto, después de obtener la razón correspondiente al ángulo, solo tendremos que medir la distancia desde el instrumento hasta la base del objeto a medir, para determinar la incógnita.

$$CH * \text{Constante } \alpha = CV$$

- El diagrama solicitado en la **pregunta 5** debiera guardar relación con el que está presente en el cuadro anterior.
- Finalmente, los estudiantes realizarán un cronograma que organizará su trabajo tanto dentro como fuera del aula y que incluirá todos los pasos para construir el teodolito, recoger datos, analizarlos, relacionarlos con la problemática planteada, elaboración de informe y presentación.

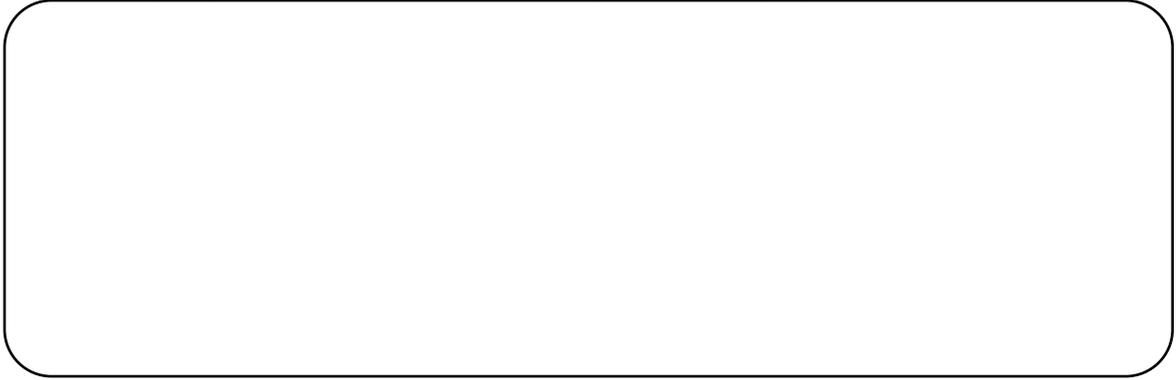
- **Cierre de la clase**

El docente recalcará las consideraciones de seguridad presentes en la guía de construcción del teodolito. También los animará a realizar cualquier modificación que estimen conveniente, buscando el reciclaje de materiales y una mayor efectividad. El periodo comprendido entre la segunda y tercera clase se destinará a la construcción del instrumento, ya que, en general, los colegios no cuentan con herramientas de trabajo, que podrían fácilmente conseguirse en casa. En definitiva, se espera que los grupos lleguen a la tercera clase sólo a montar las piezas no a cortarlas o a taladrar agujeros. En caso de que algunos teodolitos presenten problemas el único autorizado para trabajar con herramientas en el aula será el docente. En casa los estudiantes estarán obligados a contar con la supervisión de un adulto, el cual manipulará todas las herramientas de acuerdo con las consideraciones de seguridad mencionadas en la guía. Se sugiere al docente que esta clase sea la última clase de matemática de la semana, de forma que los alumnos tengan tiempo durante el fin de semana para avanzar en la construcción del teodolito y traer este casi terminado en la próxima clase.

Material para el alumno

ETAPA 2: MANOS A LA OBRA

1. Hagan una tormenta de ideas para generar una lista con posibles soluciones. (Sean respetuosos entre sí y acepten todas las contribuciones, sin importar lo locas que parezcan).



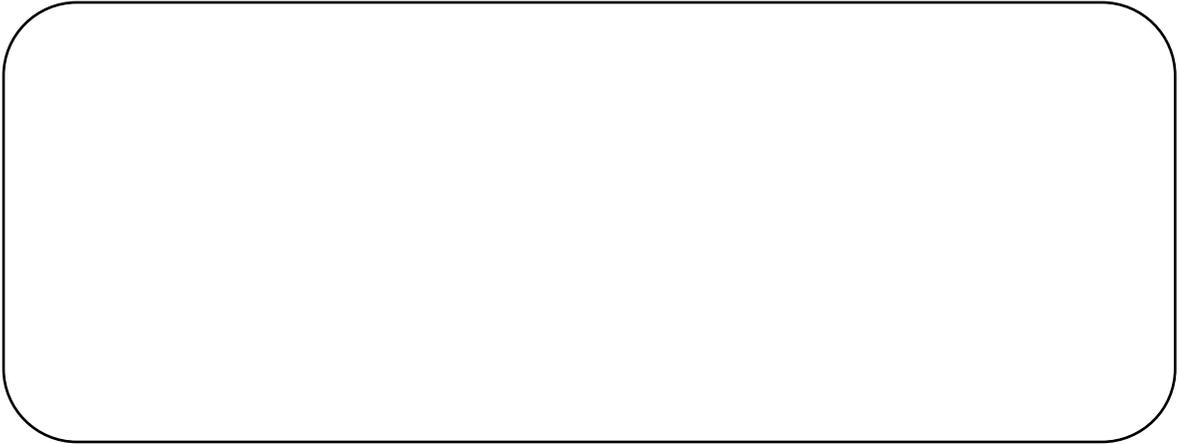
2. Hagan un análisis para cada una de las soluciones listadas anteriormente, considerando ventajas y desventajas, factibilidad y conceptos geométricos involucrados.



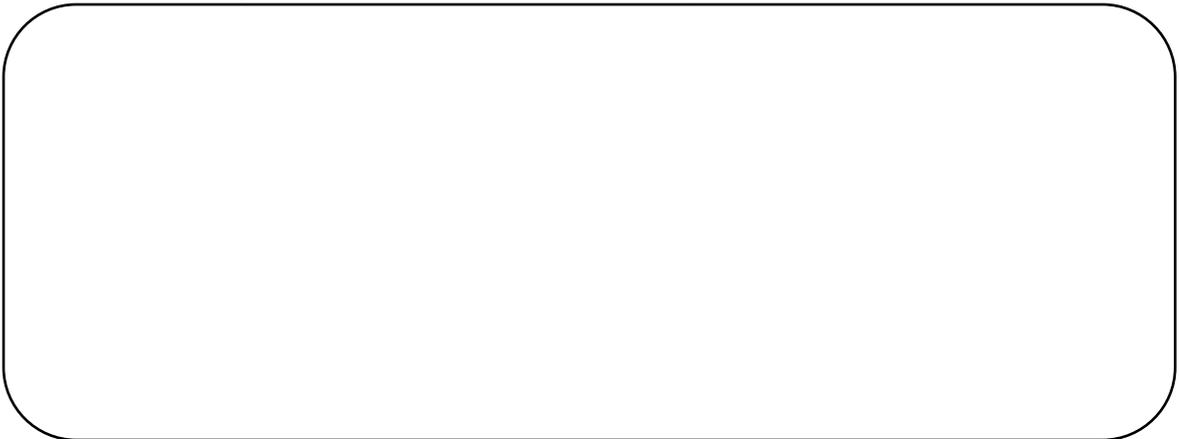
3. ¿Qué tienen en común las soluciones listadas?



4. Propongan una solución que involucre la utilización de ángulos ¿Cómo podríamos medir los ángulos necesarios para implementarla?



5. Realicen un diagrama explicativo de la solución hipotética para el problema.



- Realicen un cronograma de las acciones a realizar para la construcción del instrumento, su implementación y el contraste de la solución propuesta. Este además debe considerar la preparación de un informe final y una presentación.



Guía de construcción de un teodolito casero

Se sugiere a los grupos utilizar la presente guía para construir el instrumento, quedando en libertad de utilizar métodos alternativos para su construcción. El docente debe incentivar la realización de mejoras al instrumento como, por ejemplo, añadir accesorios que faciliten su uso, materiales de otro tipo o reciclados, con el fin de disminuir costos.

Consideraciones de seguridad: Es importante seguir las siguientes recomendaciones, recuerde que el autocuidado es importante para cuidar su integridad:

- Utilice gafas de seguridad si opera un taladro.
- Busque siempre la supervisión de un adulto cuando manipule herramientas como el taladro y la sierra. Tanto en reuniones fuera del aula como en esta.
- Los materiales y herramientas **NO** son juguetes, por lo que evite jugar con ellos.

Materiales

- Dos listones de madera, idealmente de sección cuadrada de 1"
- Dos hilos sin fin de ¼"
- Tres Tuercas de ¼"
- Dos golillas de ¼"
- Pegamento
- Puntero laser.
- Imagen de disco graduado en 360° (adjuntada)
- Puntero laser
- Tornillos

Herramientas

- Un taladro (**Usar siempre Gafas de seguridad al operar**)
- Una Sierra
- Una Huincha
- Un lápiz mina

El teodolito propuesto (Imagen n°1) cuenta con dos partes principales, un trípode como base (imagen n°2) y el disco de medición (Imagen n°3), por esta razón dividiremos el procedimiento en dos partes.

Procedimiento 1: Disco de medición.

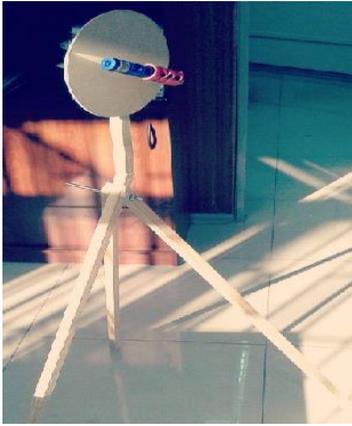


Imagen n°1: Teodolito en posición de uso



Imagen n°2: Trípode base



Imagen n°3: Disco de medición

1. Dibuje con un lápiz un círculo en el Trozo de madera de 30 [cm] x 30 [cm] utilizando el disco transportador imprimible adjunto al final de esta guía (Imagen n°21), luego corte la madera siguiendo la línea dibujada (Imagen n°4) y pegue el transportador imprimible en la tabla, para luego realizar un agujero en el medio del disco resultante, utilizando el taladro con una broca de $\frac{1}{4}$ "(Imagen n°5).

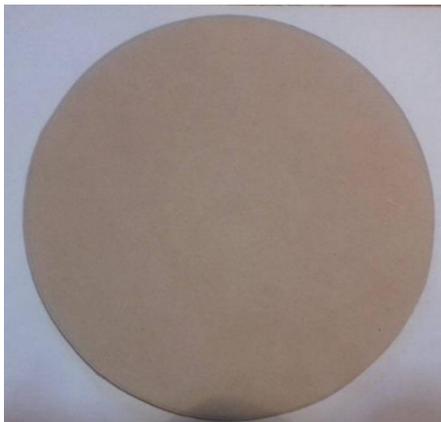


Imagen n°4

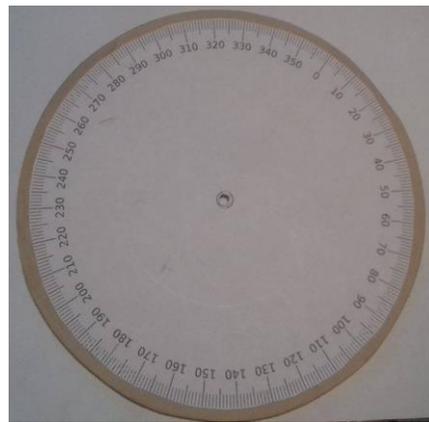


Imagen n°5

2. A partir de uno de los listones de madera corte un trozo de 25 [cm] centímetros de largo, (Imagen n°6). En uno de los extremos del trozo realizar un agujero con el taladro y la broca de $\frac{1}{4}$ "(Imagen n°7). En el otro extremo realizar un agujero paralelo a la madera con la misma broca, con el fin de introducir un trozo de hilo sin fin de unos 8 [cm] (Imagen n°8), antes de introducir el hilo sin fin adicionar pegamento con el fin de darle firmeza.



Imagen n°6



Imagen n°7

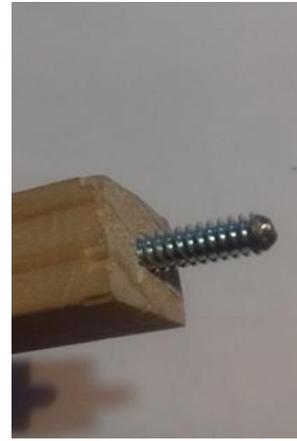


Imagen n°8

3. A partir de uno de los listones de madera corte un trozo de 15 [cm] centímetros de largo, utilizando la sierra se le dará forma de flecha y con el taladro y la broca de $\frac{1}{4}$ " se le realizara un agujero en el centro (Imagen n°9). Con un trozo de tubo de un rodillo procederemos a hacer un habitáculo para el puntero laser, atornillándola en dos partes con el fin de que quede fija, (Imagen n°10), o pegándola con cinta adhesiva, de esa forma podremos colocar y retirar el láser del dispositivo, ya que es la pieza más frágil del instrumento (imagen n°11).



Imagen n°9



Imagen n°10



Imagen n°11

- Utilizando un trozo de hilo de sin fin de 10 [cm] procederemos a ensamblar las tres piezas creadas en esta parte de la guía; el disco generado en el paso 1, el trozo de madera del paso 2 y la flecha realizada en el paso anterior, (Imagen n°12 e Imagen n°13).



Imagen n°12



Imagen n°13

Procedimiento 2: Trípode base

- A partir de los listones de madera, corte dos de trozos de 100 [cm] cada uno y un tercer trozo de 110 [cm] (Imagen n°14). en uno de los extremos de cada uno de los listones de 100 [cm] realizaremos un corte diagonal con una inclinación de 60° utilizando la sierra (Imagen n°15).



Imagen n°14



Imagen n°15

2. Con el taladro, realicen agujeros en los tres listones con el fin de poder unirlos. Comience por montarlos para saber el punto en el que realizara los agujeros (Imagen n°16). Y marque en cada listón el punto en el que hará los orificios, proceda entonces a taladrar un agujero en los puntos marcados. (Imagen n°17)

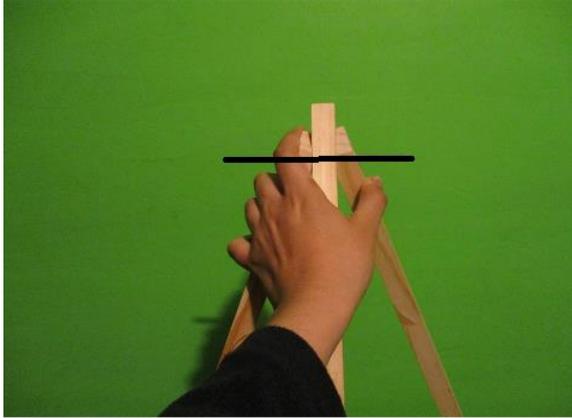


Imagen n°16



Imagen n°17

3. Usando un hilo sin fin de 15 [cm], una los listones de madera y fíjelos utilizando dos golillas y dos tuercas de $\frac{1}{4}$ " (Imagen n°19). Las tuercas pueden ser apretadas o aflojadas para montarlo y desmontarlo cuando sea necesario.



Imagen n°18

4. Con el trípode montado realice una marca en el extremo superior del listón más largo con el fin de realizar un corte para que el extremo superior de este quede paralelo al suelo (Imagen n°19), en este extremo realizar un agujero con la finalidad de poder montar el disco de medición fabricado en el procedimiento 1 (Imagen n°20)



Imagen n°19



Imagen n°20

DISCO TRANSPORTADOR IMPRIMIBLE

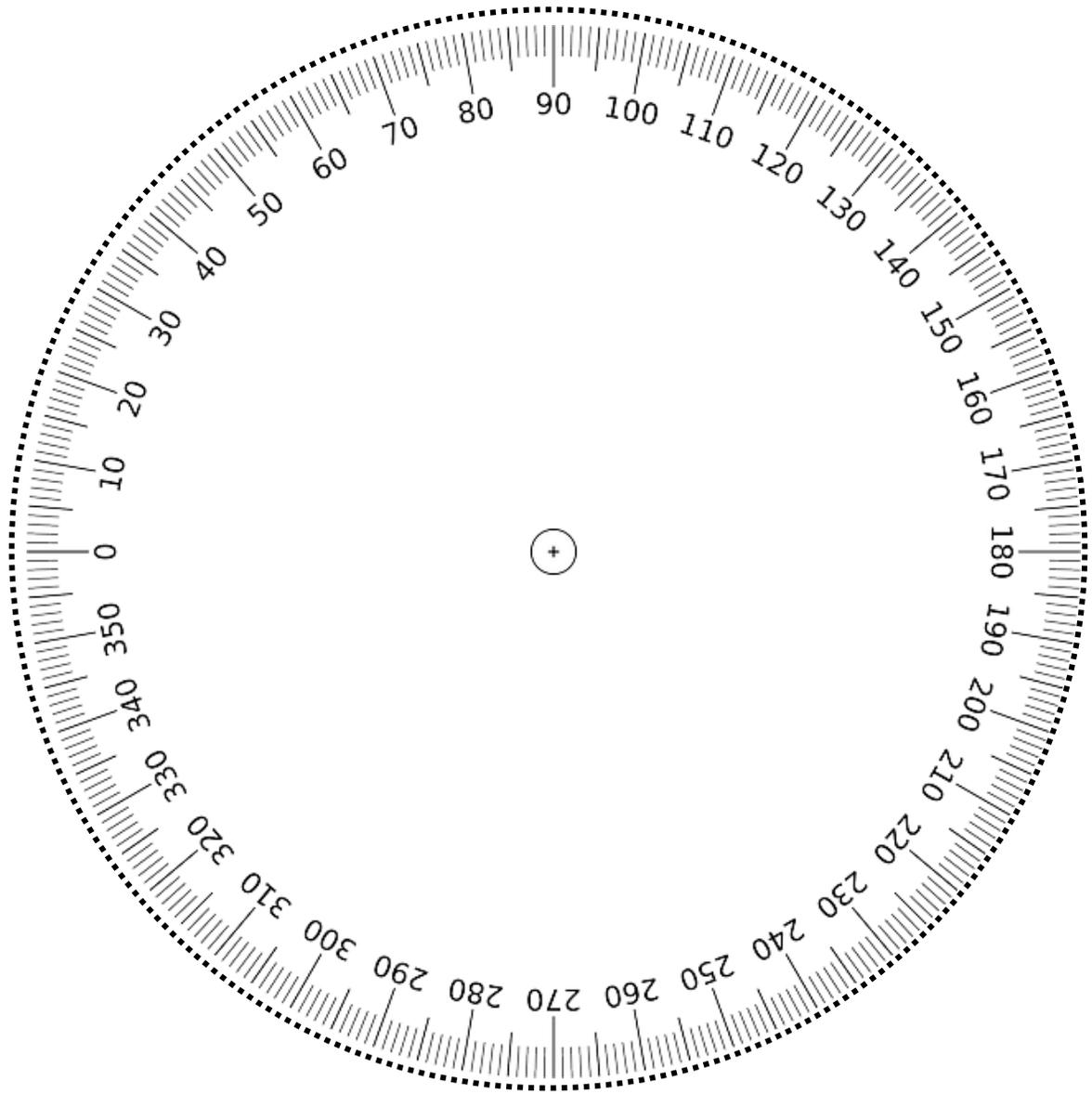


Imagen n°21: disco transportador imprimible

Clase 3: Ensamblaje y prueba del instrumento.

Material para el docente

Contenido: <ul style="list-style-type: none">• Medir alturas mediante instrumentos y semejanza entre triángulos.	Actitudes: <p>Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos.</p> <p>Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>
Habilidades: <ul style="list-style-type: none">• Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.• Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.• Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.• Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.	Actividad(es) genérica(s) <ul style="list-style-type: none">• Medir alturas utilizando el teodolito.• Desarrollar guía de trabajo.• Responder cuestionario del teodolito.
Recursos de aprendizaje: <ul style="list-style-type: none">• Guía de trabajo• Teodolito• Huincha de medir• Regla• Compás	Indicadores de Logro: <ul style="list-style-type: none">• Finalizan la construcción del teodolito.• Son capaces de poner en práctica las soluciones ideadas en clases anteriores.• Realizan un análisis coherente de los procesos e instrumentos creados.

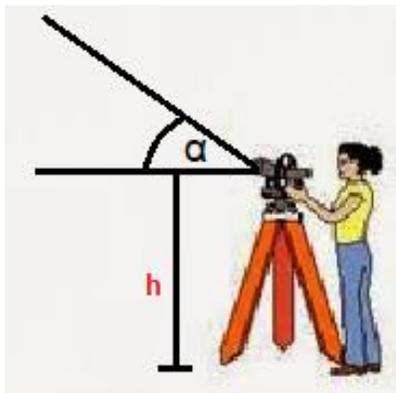
Inicio de la clase (10 minutos)

Al comienzo de la clase el docente preguntará acerca del proceso de construcción del teodolito y el avance de este realizado fuera del aula; además preguntará por el adulto responsable que supervisó el trabajo, recordándoles que la seguridad y el autocuidado siempre están primero. También conversará con los estudiantes acerca de cómo van en el cumplimiento del cronograma y la realización de sus informes. Dará entonces instrucciones para la clase.

Desarrollo: (65 minutos)

- los estudiantes seguirán con la construcción y ensamblado de sus teodolitos en caso de no haberlos finalizado. El docente revisará el teodolito de cada grupo para asegurarse de que se ha hecho un buen trabajo, entregando refuerzo positivo en caso de que los alumnos hayan realizado modificaciones apropiadas. Mas adelante se mencionan algunas de las mejoras que los estudiantes pueden haber realizado.
- A medida que los grupos terminen de armar sus instrumentos los probarán en las instalaciones del colegio, midiendo alturas conocidas con el fin de refinar el proceso de medición creado en la clase anterior, utilizando la guía de trabajo "**Prueba del instrumento**". Las alturas conocidas deben ser preparadas por el docente con anticipación. Pueden utilizarse postes, aros de basquetbol o algún edificio dentro de las dependencias.

El docente debe estar preparados para las consultas y para corregir a los estudiantes ante errores comunes, como el no considerar la altura del teodolito al realizar mediciones, como lo muestra la ilustración a continuación.



- A medida que los alumnos terminen de familiarizarse con el uso del instrumento y su método de medición de distancias y comparen sus resultados con las medidas reales, el docente les entregará el **Cuestionario de análisis del instrumento**, recalcando que sus respuestas deben ser incluidas en el informe y en la presentación.

La guía de construcción del teodolito sugiere hacerle mejoras y a elegir materiales alternativos, por lo tanto, este cuestionario busca recoger las reflexiones de los alumnos al respecto. Por ejemplo, la madera para realizar el trípode puede provenir de escobas viejas; en lugar de un láser los estudiantes pueden utilizar un tubo de plástico delgado y, al mirar a través de él, pueden fijar la punta del objeto a medir. En cuanto a las desventajas, está el hecho de que al realizar mediciones en superficies irregulares el teodolito puede quedar desnivelado, afectando la medición, por lo que se podría utilizar una plomada o una burbuja de nivel para regular el disco de medición.

Cierre de la clase (15 minutos)

Llegados aquí, comienza el trabajo de campo, el teodolito ya está montado y los grupos saben utilizarlo. Volviendo al problema social, recordemos que está relacionada con la medición de edificios, por lo que los estudiantes deben medir algunas estructuras externas al colegio, como edificios de departamentos u oficinas, para luego investigar si cumplen con el plan regulador de dicha zona. Para facilitar las mediciones, y como complemento a los conocimientos teóricos que obtuvieron en la clase 2, los estudiantes recibirán una tabla de valores para la razón entre los catetos de acuerdo con el ángulo de elevación.

Retomando el funcionamiento del teodolito, los pasos para su utilización son:

1. Medir ángulo desconocido, o ángulo de elevación del edificio
2. Medir cateto adyacente
3. Buscar en la tabla de valores el valor asociado a dicho ángulo
4. Realizar la ecuación entre la razón de los catetos y el valor asociado
5. Despejar de la ecuación la altura del edificio

Material para el alumno.

GUÍA TRABAJO PARA PRUEBA DE INSTRUMENTO EN COLEGIO

- Mediante el teodolito fabricado en clases, calculen las distintas alturas presentes de varias estructuras que están presentes dentro del colegio.

Estructura	Altura (teodolito)	Altura real

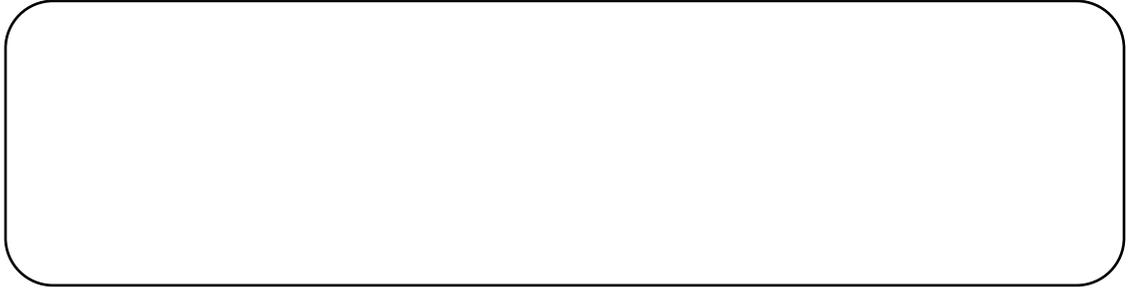
- Compare los valores obtenidos mediante su método de medición utilizando el y los valores reales que el profesor ha entregado en la tabla anterior.

Estructura	% de error

¿Cuál fue el promedio de error en las mediciones realizadas por su grupo? En caso de que su porcentaje de error haya sido mayor a un 5% ¿Cuál puede ser el motivo de dicho error?

CUESTIONARIO DE ANÁLISIS DEL INSTRUMENTO

1. ¿Qué materiales reemplazaron o reemplazarían en la construcción del teodolito?



2. ¿Qué ventajas y desventajas tiene el teodolito propuesto?



3. ¿Qué soluciones propondrían para minimizar las desventajas del teodolito?



4. ¿Es posible medir ángulos de elevación con otras herramientas? (investigue) De ser así realice una comparación entre dichos instrumentos y el teodolito creado.



Tabla de valores

“Razón entre el cateto opuesto y el adyacente”

Ángulo	Razón Cateto opuesto y adyacente al ángulo	Ángulo (grados)	Razón Cateto opuesto y adyacente al ángulo	Ángulo (grados)	Razón Cateto opuesto y adyacente al ángulo
1°	0,0175	26°	0,4877	51°	1,2349
2°	0,0349	27°	0,5095	52°	1,2799
3°	0,0524	28°	0,5317	53°	1,3270
4°	0,0699	29°	0,5543	54°	1,3764
5°	0,0875	30°	0,5774	55°	1,4281
6°	0,1051	31°	0,6009	56°	1,4826
7°	0,1228	32°	0,6249	57°	1,5399
8°	0,1405	33°	0,6494	58°	1,6003
9°	0,1584	34°	0,6745	59°	1,6643
10°	0,1763	35°	0,7002	60°	1,7321
11°	0,1944	36°	0,7265	61°	1,8040
12°	0,2126	37°	0,7536	62°	1,8807
13°	0,2309	38°	0,7813	63°	1,9626
14°	0,2493	39°	0,8098	64°	2,0503
15°	0,2679	40°	0,8391	65°	2,1445
16°	0,2867	41°	0,8693	66°	2,2460
17°	0,3057	42°	0,9004	67°	2,3559
18°	0,3249	43°	0,9325	68°	2,4751
19°	0,3443	44°	0,9657	69°	2,6051
20°	0,3640	45°	1,0000	70°	2,7475
21°	0,3839	46°	1,0355	71°	2,9042
22°	0,4040	47°	1,0724	72°	3,0777
23°	0,4245	48°	1,1106	73°	3,2709
24°	0,4452	49°	1,1504	74°	3,4874
25°	0,4663	50°	1,1918	75°	3,7321

Clase 4: Preparando nuestros resultados

Material para el docente

Contenido: <ul style="list-style-type: none">• Análisis y preparación de las soluciones.	Actitudes: <ul style="list-style-type: none">• Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.• Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información
Habilidades: <ul style="list-style-type: none">• Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.• Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.• Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.	Actividad(es) genérica(s) <ul style="list-style-type: none">• Análisis de datos.• Preparación de presentación e informe.• Discusión previa antes de las presentaciones.
Recursos de aprendizaje: <ul style="list-style-type: none">• TIC	Indicadores de Logro: <ul style="list-style-type: none">• Mejoran su capacidad de presentar y argumentar, ya que sus métodos y conclusiones serán cuestionados por el docente y sus pares.• Generan un reporte escrito y material de apoyo para la presentación.• Realizan un análisis justificado de los datos obtenidos en el trabajo de campo.

Esta clase es una instancia de resolución de dudas y preparación de los resultados que serán parte del informe y de las presentaciones, en concordancia con la etapa 3 de la guía de trabajo ABP. Es importante considerar que este tiempo no está perdido, debido a que nuestro objetivo principal es que los alumnos tengan éxito, por lo que es un complemento a lo que los alumnos puedan hacer fuera del aula antes de la clase de presentaciones.

- **Inicio de la clase (15 minutos)**

El docente hará preguntas en torno al nivel de avance de cada grupo, notando si alguno o algunos de estos están quedándose atrás, de ese modo podrá acercarse a conversar con ellos durante el desarrollo de la clase. Iniciará un breve conversatorio acerca de los edificios que los diferentes grupos midieron en su trabajo de campo y del cumplimiento del plan regulador. Posteriormente, indicará el objetivo de la clase, que es el de trabajar en la entrega de resultados.

- **Desarrollo de la clase (60 minutos)**

El docente entregará la tercera etapa de la guía, "Presentando nuestros resultados", y hará una lectura de está, de modo que se resuelvan todas las dudas posibles.

Mientras los grupos que han sido rigurosos en el cumplimiento de sus cronogramas trabajan en sus informes y presentaciones en el laboratorio de computación o la biblioteca (si es que esta tiene computadores), el docente se acercará a aquellos que por alguna razón van atrasados con respecto a sus compañeros, ayudando a resolver sus dudas y orientando el proceso de forma que logren estar listos para presentar en la siguiente clase.

Si bien el docente dedicará tiempo a los grupos atrasados, tampoco debe descuidar a aquellos que están trabajando en sus informes, por lo que debe destinar algunos minutos a éstos, orientándolos en cuanto a la obtención de soluciones para los vecinos y a posibles soluciones respecto a la violación del plan regulador.

- **Cierre de la clase**

El docente nuevamente indagará acerca de las posibles que los estudiantes puedan tener con respecto a la presentación y el informe.

Material para el alumno

ETAPA 3: PRESENTANDO NUESTROS RESULTADOS

Realicen un informe escrito que describa todo el proceso realizado; se debe incluir posibles soluciones a la problemática de los vecinos. Una vez obtenida la altura del edificio problemático que está siendo construido ¿qué podemos hacer?

Además, se debe incluir la respuesta a cada una de las interrogantes planteadas en las etapas anteriores, así como el trabajo de campo realizado y las reflexiones en cuanto a la construcción del teodolito. La estructura del informe debe contener como mínimo una introducción un desarrollo y conclusiones. El formato debe cumplir los siguientes requisitos:

- ❖ Tamaño: Carta
 - ❖ Fuente: Arial 10
 - ❖ Interlineado: 1,5
 - ❖ Márgenes: Izquierdo 3 [cm]
 - ❖ Superior, superior, inferior y derecho 2,5 [cm]
-
- Realicen una presentación en PowerPoint, Prezi o software similar en la que expongan y defiendan sus descubrimientos en concordancia con el informe, considerando un límite de tiempo de 10 minutos.

Recomendaciones:

- ❖ La portada debe tener un título y el nombre de los integrantes del grupo.
- ❖ No sobrecargue las diapositivas con texto, ya que estas son un material de apoyo y no un papelógrafo del que leerá información.
- ❖ Cuide el vocabulario y la ortografía utilizada.
- ❖ Utilice colores, imágenes y fuentes complementarias, de manera que las diapositivas sean fáciles de leer y entender.

Clase 5: Presentación y defensa de resultados

Material para el docente

Contenido: <ul style="list-style-type: none">• Medición de distancias inaccesibles. Tangente. <ul style="list-style-type: none">• Razones.	Actitudes: <ul style="list-style-type: none">• Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.• Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información
Habilidades: <ul style="list-style-type: none">• Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.• Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.• Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.	Actividad(es) genérica(s) <ul style="list-style-type: none">• Análisis de datos.• Preparación de presentación e informe.• Discusión previa antes de las presentaciones.
Recursos de aprendizaje: TIC	Indicadores de Logro: <ul style="list-style-type: none">• Todos los miembros del grupo dominan los procedimientos trabajados.• Rubricas de evaluación.

En la clase número 5 de la secuencia se presentarán los resultados y soluciones encontradas por los alumnos para resolver la problemática planteada, tanto en el ámbito matemático como en el social. Para evaluar el informe, las presentaciones y el material de apoyo se utilizarán las siguientes rubricas:

Criterio de evaluación de informe				
	Excelente (3 puntos)	Aceptable (2 puntos)	Regular (1 Punto)	Insuficiente (0 puntos)
Entrega del trabajo	En el plazo acordado.	Con un día de atraso, pero con justificación.	Con uno o dos días de atraso sin justificación	Con dos días fuera de plazo sin justificación
Introducción	Plantea el tema y la importancia de forma clara.	Plantea el tema y su importancia en menos de 150 palabras	Plantea el tema o la importancia.	Escribe introducción
Calidad de la información	La información está relacionada directamente con el tema principal y las ideas secundarias.	La información da respuesta a la situación problemática pero las ideas secundarias son desarrolladas superficialmente.	La información da respuesta a la pregunta principal pero no incluye ideas secundarias ni ejemplos.	La información responde de manera superficial a la situación problemática
Ideas principales del informe	Todos los temas principales y secundarios son tratados al menos en dos párrafos.	Todos los temas principales y algunos secundarios son tratados en al menos un párrafo.	Solo los temas principales son tratados en un párrafo.	Uno o más temas principales no fueron tratados.
Diagramas, gráficos y modelos	Los diagramas y modelos son claros y organizados, identificando variables trabajadas y procedimientos utilizados	Los diagramas y modelos son claros y organizados sin embargo obvian variables o procedimientos tratados.	Falta claridad y están incompletos,	No están presentes.
Organización	La información está muy bien organizada. Los párrafos están bien estructurados y tienen una redacción coherente.	La información está organizada pero los párrafos Carecen de estructura o coherencia.	La información está levemente organizada pero los párrafos no tienen una estructura clara y carecen de coherencia.	La información no está bien organizada ni redactada.
Conclusión	Muestra en detalle lo que se aprendió con el trabajo de manera clara y redactada.	Es poco clara y no está muy bien redactada. Muestra pobremente lo que se aprendió con el trabajo.	Es poco clara y muy mal redactado. Muestra lo poco que aprendieron en el trabajo.	No plantea una conclusión
Bibliografía	Las fuentes usadas son confiables.	Alguna de las fuentes usadas son confiables.	La mayoría de las fuentes usadas no son confiable	No incluyó bibliografía.

Tabla de elaboración propia

Criterio de evaluación de exposición				
	Excelente (3 puntos)	Bueno (2 puntos)	Aceptable (1 Punto)	Insuficiente (0 puntos)
Vocabulario	Vocabulario científico formal, simple y preciso. Texto legible sin faltas de ortografía.	Vocabulario formal pero no científico. Texto legible con escasas faltas de ortografía.	A veces utiliza vocabulario pobre y dicen dos o más modismos.	Vocabulario pobre lleno de modismos.
Manejo del aula	Utiliza al menos tres técnicas de manera eficaz para mejorar la forma en que presenta (recorre la sala con la mirada, no está demasiado estático, utiliza lenguaje verbal con eficacia, responde preguntas claramente y bien argumentada)	Utiliza al menos dos técnicas no muy eficaces para mejorar su presentación (su lenguaje no verbal es poco eficaz, se mueve cerca de su lugar de presentación, Responde a preguntas no muy claramente o con pocos argumentos)	Utiliza dos técnicas o menos para mejorar su presentación de manera medianamente eficaz (su lenguaje no verbal es demasiado rígido, no se traslada del lugar donde está, responde a preguntas de manera confusa y no muy bien argumentada)	Utiliza dos técnicas o menos para mejorar la presentación muy pobremente (No controla su nerviosismo. Trata de evitar responder preguntas, utiliza escaso lenguaje verbal)
Manejo de contenidos	Presenta un manejo claro de los contenidos, sin errores conceptuales.	Presenta un manejo aceptable del contenido es decir que tiene 1 o 2 errores conceptuales comunes.	Se complica en algunos contenidos y presenta ciertos errores conceptuales comunes.	No domina el contenido y presenta muchos errores conceptuales.
Comentario, sugerencia o mejora de dicha actividad	El alumno presenta una clara mejora de sus habilidades blandas. Domina mejor el estrés, logra sobreponerse a retos como preguntas y no evita responder las dudas. (Se requiere refuerzo positivo como el reconocimiento frente a sus pares)	El alumno presenta una mejoría en sus habilidades blandas, pero aun así no son óptimas. No evita responder las dudas, y controla el estrés y los nervios. (Se sugiere una interrogación discreta acerca de los contenidos, para evaluar correctamente lo que sabe)	El alumno presenta una leve mejoría en sus habilidades blandas. No evita responder las dudas, pero se nota no tener buen dominio de esta, y no controla bien el estrés y los nervios. (Se sugiere una interrogación individual con el estudiante con respecto a los contenidos)	El alumno muestra una clara regresión respecto a las habilidades blandas. Evita responder las dudas y no tiene un fluido forma de hablar por el estrés y los nervios. (Se sugiere realizar una presentación posterior en donde solo este el grupo evaluado y el profesor)

Tabla de elaboración propia

Criterio de evaluación de informe				
	Excelente (3 puntos)	Bueno (2 puntos)	Aceptable (1 Punto)	Insuficiente (0 puntos)
Portada	La portada cuenta con todo lo solicitado (Título creativo, nombre completo de los autores, logo del colegio)	La portada cuenta con todos los elementos solicitados. Solo uno de ellos de forma incorrecta (Título creativo, nombre completo de los autores, logo del colegio).	La portada cuenta con todos los elementos solicitados, solo que aparecen dos de ellos de forma incorrecta o no está presente uno de los elementos (Título creativo, nombre completo de los autores, logo del colegio).	La portada cuenta con todos los elementos de forma incorrecta o no está presente dos de los elementos (Título creativo, nombre completo de los autores, logo del colegio).
Relación Texto- Imagen	Por cada imagen existe un párrafo máximo de siete líneas o menos. Cada imagen tiene un par de líneas que lo describe como corresponde.	Por cada imagen existe uno o dos párrafos máximo de siete líneas o más. Cada imagen tiene una línea que lo describe superficialmente.	Por cada imagen existen dos párrafos o más con más de 10 líneas. Cada imagen tiene una línea que lo describe pobremente.	Existen varios párrafos de sobre 15 líneas y con menos de cuatro imágenes en total. Cada imagen no tiene descripción.
Vocabulario y Ortografía	Vocabulario científico simple y preciso. Texto legible sin faltas de ortografía.	Utiliza un vocabulario formal, pero con escaso léxico científico. Presenta menos de tres faltas de ortografías como no escribir tildes.	Utiliza un vocabulario informal y con tecnicismos. Presenta una mayor concentración de faltas de ortografía.	Lleno de palabras vagas y complejas, texto desordenado y poco legible, variadas faltas de ortografía.
Contenido	Incorpora toda la información solicitada.	Incorpora la mayor parte de la información solicitada.	Incorpora cerca de la mitad de la información solicitada.	Incorpora menos de la mitad de la información solicitada.
Formato del informe	El contenido de las diapositivas se puede leer desde cualquier punto del aula. Cuerpo de la letra y el fondo es adecuado.	En algunas diapositivas cuesta leer el texto. El fondo y el color de las letras hacen que a veces sea difícil de leer.	Más de la mitad de las diapositivas cuesta leer el texto, ya sea por el tamaño de las letras, fuentes no legibles o el color de las letras en comparación con el fondo no son compatibles.	Cuesta leer gran parte del contenido. Algunas diapositivas muy rellenas. Hay muchos recursos audiovisuales innecesarios.

Tabla de elaboración propia

Clase 6: Sistematización de los contenidos.

Material para el docente.

Contenido: <ul style="list-style-type: none">• Tangente.• Seno.• Coseno.• Ángulos más utilizados.• Uso de calculadora.	Actitudes: <ul style="list-style-type: none">• Ser riguroso al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas, valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.• Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información
Habilidades: <ul style="list-style-type: none">• Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.• Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.• Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.	Actividad(es) genérica(s) <ul style="list-style-type: none">• Uso de manipulativo de la Universidad de Colorado.• Manejo de calculadora.• Uso de mnemotecnias.
Recursos de aprendizaje: <ul style="list-style-type: none">• Manipulativos virtuales.• Calculadora.• Proyector	Indicadores de Logro: <ul style="list-style-type: none">• Identifican la existencia de otras razones dentro de un triángulo rectángulo.• Comprenden la representación de las razones trigonométricas mediante• Utilizan la calculadora para encontrar las razones trigonométricas relacionadas a cierto ángulo.

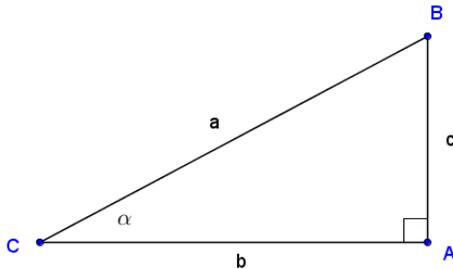
Esta clase tiene como finalidad la de terminar con las presentaciones grupales y sistematizar el contenido de trigonometría, donde el docente usará lo visto a lo largo de todo el proceso previo. Después de finalizar con el proceso de presentaciones, el docente dará inicio a la clase.

Inicio de la clase

El docente realizará un pequeño resumen del proceso, dando énfasis al contenido de razones y como la dimensión de un cateto determinará el valor del otro cateto a través de la medición del ángulo. Y dará nombre a esta razón entre el cateto opuesto al ángulo, (antes cateto vertical) y el cateto adyacente a este (antes cateto horizontal), Tangente.

Desarrollo de la clase

Como actividad el docente establecerá que, si existe dicha razón constante para un ángulo dado ¿Existen otras razones? los alumnos debieran llegar a las seis combinaciones posibles; Tangente, coseno, seno, cosecante, secante y cotangente. Sin embargo, el profesor selecciona las 3 que forman parte del OA 8.



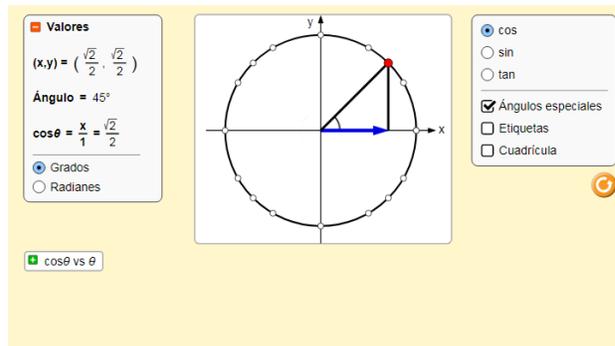
$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

- Se sugiere al docente utilizar el siguiente manipulativo virtual de la universidad de Colorado para mostrar cómo cambia su valor a medida que cambia el ángulo, relacionándolo a la tabla utilizada en el caso de la tangente.

https://phet.colorado.edu/sims/html/trig-tour/latest/trig-tour_es.html



- El docente también mostrará a los alumnos cómo obtener las distintas razones asociadas a un ángulo mediante la calculadora, desechando la necesidad de dibujar un triángulo auxiliar o utilizar una tabla.
- Como recomendación al docente también se presentan los siguientes recursos mnemotécnicos para los alumnos.

➤ Método CoCaCoCaHipHip

$$\begin{array}{c} \text{----->} \\ \text{Sen} = \frac{Co}{Hip}, \quad \text{Cos} = \frac{Ca}{Hip}, \quad \text{Tan} = \frac{Co}{Ca} \downarrow \\ \text{-----<} \end{array}$$

En donde:	Co =	Cateto opuesto
	Ca =	Cateto adyacente
	Hip =	Hipotenusa

➤ Método SohCahToa

S o c a t o
h h a

Soh → $Sen = \frac{o}{h}$

Cah → $Cos = \frac{a}{h}$

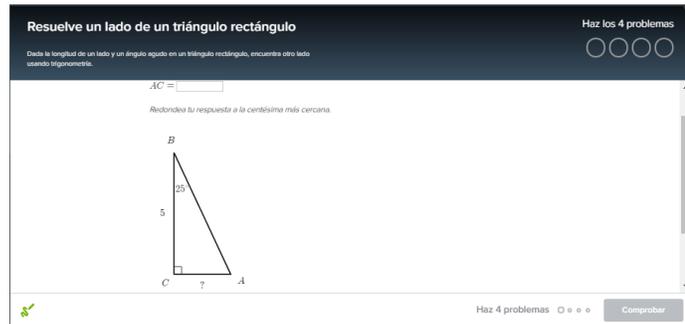
Toa → $Tan = \frac{o}{a}$

- El docente dará énfasis a los ángulos principales en las razones trigonométricas; 0°, 30°, 45°, 60° y 90°

	0°	30°	45°	60°	90°
Seno	0	1	2	3	4
Coseno	4	3	2	1	0
	2				

- Se sugiere al docente la utilización de Khan Academy para la ejercitación del contenido, de forma que los alumnos refuercen el conocimiento construido mediante esta propuesta didáctica.

En esta página se puede realizar ejercicios trigonométricos, donde hay diversas actividades desde ejercicios genéricos como situaciones problemáticas donde deban ser analíticos y aplicar lo aprendido.



Una de las ventajas es que al equivocarse o al no saber cómo responder, el estudiante puede acceder a los pasos de cómo realizar el ejercicio, de esta manera sabrá en qué parte cometieron el error o como realizar dicho ejercicio.



En caso que los alumnos no logren comprender la resolución mediante una aplicación escrita, ellos pueden ver un video acerca del problema planteado.



En esta página el docente puede ser monitor de sus estudiantes, de esta forma verá el progreso de avance de sus alumnos, el cual puede usarlo como complemento de las clases, indicarles la realización de ciertas actividades o que simplemente sea un reforzamiento voluntario.

El "Khan Academy" es una herramienta que se puede sacar buen provecho, y no solo en el tema de la trigonometría, sino de una gran variedad de contenidos y materias disponibles:

Dirección de la página donde estudiar trigonometría:

<https://es.khanacademy.org/mission/trigonometry>

- El docente explicara el significado de la palabra trigonometría, cuyo significado etimológico es "medición de triángulos", además de sus aplicaciones en la

Cierre de la clase

Los estudiantes deberán contestar una autoevaluación individual en donde reflexionaran acerca de sus aprendizajes y los equipos de trabajo también evaluaran a sus integrantes de manera grupal.

Material para el estudiante.

Estimado estudiante, en esta sección debes valorar con honestidad según los indicadores de desempeño tu trabajo individual, así como el de tus pares.

Escala:

1. Nunca	2. Algunas veces	3. Casi siempre	4. siempre
----------	------------------	-----------------	------------

AUTO-EVALUACIÓN

Indicador	Nunca	Algunas veces	Casi siempre	Siempre
1. Soy responsable con los roles que desempeño en el grupo				
2. Respeto las ideas de mis compañeros.				
3. Permanezco motivado durante las etapas del ABP				
4. Adquirí nuevos conocimientos al enfrentarme a la situación problema.				
5. Estoy al tanto de la problemática social que generan los “guetos verticales”.				
6. Comprendo los métodos de medición de distancias inaccesibles presentados en la guía				
7. Soy capaz de armar y desarmar un teodolito sin dificultades.				
8. Sé utilizar el teodolito para medir la altura de cualquier edificio.				
9. Comprendo la teoría que está detrás del funcionamiento del instrumento.				
10. Estoy capacitado para redactar un informe con todo lo que se hizo durante las cinco clases.				
11. Puedo expresar verbalmente lo que se obtuvo en el trabajo de campo, relacionando los datos obtenidos con la problemática social.				
TOTAL				
PROMEDIO				

EVALUACIÓN DEL GRUPO

Indicador	Nunca	Algunas veces	Casi siempre	siempre
1. Es responsable con los roles que desempeña en el grupo				
1. Respeta las ideas de los demás.				
2. Permanece motivado durante las etapas del ABP				
3. Muestra interés por la problemática social que generan los “guetos verticales”.				
4. Comprende los métodos de medición de distancias inaccesibles presentados en la guía				
5. Es capaz de armar y desarmar un teodolito sin dificultades.				
6. Utiliza el teodolito para medir la altura de cualquier edificio sin inconvenientes				
7. Está capacitado para redactar un informe con todo lo que se hizo durante las cinco clases.				
8. Puede expresar con claridad lo que se hizo y obtuvo durante el trabajo de campo, relacionando los datos obtenidos con la problemática social.				
TOTAL				
PROMEDIO				