

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIA**  
**Departamento de Física**



**Desarrollo e implementación de un modelo para la optimización del  
proceso de obtención de skyrmion mediante anisotropía magnética  
uniaxial perpendicular en discos magnéticos**

**Mario Castro Barrera**

Profesor Guía: Sebastián Allende

Tesis para optar al Título Profesional  
de Ingeniero Físico

Santiago – Chile

2016



# **Desarrollo e implementación de un modelo para la optimización del proceso de obtención de skyrmion mediante anisotropía magnética uniaxial perpendicular en discos magnéticos**

**Este trabajo de Graduación fue preparado bajo la supervisión del profesor guía Dr. Sebastián Allende, del Departamento de Física de la Universidad de Santiago de Chile, y ha sido aprobado por los miembros de la comisión calificadora.**

Dr. Sebastián Allende Prieto .....  
Dr. Samuel Baltazar Rojas .....  
Dr. Juliano Casagrande Denardin .....  
Dr. Roberto Lavín Serrano .....

.....  
Dr. Enrique Cerda  
Director del Departamento de Física

# Resumen

Las configuraciones magnéticas del tipo skyrmion se le asocia un gran potencial en dispositivos espintrónicos orientados al área de almacenamiento de información, dado las exóticas propiedades que estas presentan. Una configuración magnética del tipo skyrmion puede ser vista como una proyección estereográfica en dos dimensiones de una esfera unitaria con magnetización apuntando al exterior con forma de erizo, de este modo, el núcleo del skyrmion es formado por la parte inferior de la esfera y el borde por la parte superior de la esfera. Para crear y estabilizar dicha configuración magnética es necesario incluir la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya o mediante la introducción de una anisotropía magnética uniaxial. Estos métodos llevan asociados dos tipos de skyrmion: skyrmion tipo Néel y skyrmion tipo Bloch. En la configuración tipo Néel, el perfil magnético tiene una componente magnética en la dirección radial diferente de cero, en cambio, la configuración tipo Bloch no posee aquella componente magnética radial. Un skyrmion tipo Bloch puede ser estabilizado mediante la anisotropía magnética uniaxial, en cambio, en el skyrmion tipo Néel se necesita introducir la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya. En la literatura, se le llama skyrmion de tipo Bubble a un skyrmion de tipo Bloch formado mediante una anisotropía magnética uniaxial.

En este trabajo se estudió la dependencia de los parámetros que conforman un skyrmion tipo Bubble en función de la anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco que presenta el skyrmion. Adicionalmente, se estudio la interacción magnética entre dos discos que presentan una anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de éste, en donde cada uno de ellos estabiliza una configuración magnética skyrmion tipo Bubble.

Para llevar a cabo este trabajo se utilizó un modelo micromagnético con el fin de definir el perfil de la magnetización y los parámetros de interés, que dieron paso al estudio de la configuración magnética del tipo skyrmion. Las etapas contempladas en este trabajo fueron las siguientes: En una primera instancia, se determino una región de valores de la anisotropía uniaxial en donde la configuración magnética skyrmion tipo Bubble existe en un disco, lo cual permitió realizar el estudio de la dependencia del tamaño del núcleo y borde del skyrmion en función de la constante de anisotropía magnética uniaxial. En una segunda instancia, se estudió el comportamiento del tamaño del núcleo del skyrmion en función del

radio del disco y se comparó con el comportamiento del núcleo de la configuración magnética tipo vórtice. En una tercera instancia, se obtuvieron diagramas de fase que muestran la región en donde vive el skyrmion tipo Bloch en función de los parámetros geométricos del disco y de la anisotropía magnética uniaxial. Finalmente se determinó una expresión para la energía de interacción magnética entre dos skyrmion tipo Bloch en función de la distancia de separación, obtenidos en discos magnéticos con anisotropía magnética uniaxial perpendicular a los planos de éstos. Se estudio la energía de interacción magnética en función de la distancia de separación para dos casos, el primero consistió en que los dos skyrmion están situados a la misma altura, por lo que se varió la separación horizontal entre éstos. El segundo caso consistió en que ambos skyrmion están superpuestos, por lo que se vario la distancia vertical.

Los resultados presentados en este trabajo pueden ayudar a obtener skyrmion en discos con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de éstos de forma mas eficiente, dado que estos resultados permiten anticipar los parámetros geométricos y la anisotropía requerida para la formación de skyrmion tipo Bubble en discos magnéticos. Además, estos resultados pueden ser útil para el diseño de nuevos dispositivos espintrónicos que ocupen skyrmion del tipo Bubble en su funcionamiento.

# Agradecimientos

Quiero agradecer profundamente al profesor Sebastián Allende por su apoyo incondicional desde que comencé a investigar junto a él temas relacionados con magnetismo, a finales de 2013. Muchas gracias por todas las conversaciones, enseñanzas y experiencias que me ha transmitido durante estos años, y espero que sean muchos más.

Agradezco también a la profesora Dora Altbir, por darme la oportunidad de participar en CEDENNA, lo que me permitió participar en diversos congresos, reuniones y seminarios lo cual aportó a mi formación profesional y personal.

Agradezco por supuesto a mis amigos, familia, mamá, papá y hermanos por el apoyo durante toda mi vida, además quiero dar un especial agradecimiento a María de los Ángeles quien estuvo conmigo en todo momento.

Finalmente quiero agradecer a la Universidad de Santiago de Chile y CEDENNA, por el apoyo y el espacio físico brindado para el desarrollo de esta tesis, asimismo, a FONDECYT por el apoyo financiero otorgado.

# Tabla de Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos . . . . .	1
1.1.1	Objetivo Principal . . . . .	1
1.1.2	Objetivos Secundarios . . . . .	1
1.2	Motivación . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Fundamentos teóricos</b>	<b>8</b>
2.1	Materiales Magnéticos . . . . .	8
2.1.1	Paramagnetismo . . . . .	8
2.1.2	Diamagnetismo . . . . .	10
2.1.3	Ferromagnetismo . . . . .	11
2.1.4	Antiferromagnetismo . . . . .	13
2.1.5	Ferrimagnetismo . . . . .	13
2.2	Límite Superparamagnético . . . . .	14
2.3	Energía micromagnética . . . . .	15
2.3.1	Energía de Intercambio . . . . .	15
2.3.2	Energía magnetostática . . . . .	17
2.3.3	Energía de anisotropía . . . . .	19
2.3.4	Energía Zeeman . . . . .	20
2.4	Dominios magnéticos . . . . .	20
2.4.1	Pared de dominio del tipo Bloch y Néel . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Formación de skyrmions en discos magnéticos</b>	<b>24</b>
3.1	Interacción de Dzyaloshinskii-Moriya . . . . .	26
3.2	Burbujas magnéticas . . . . .	28
3.2.1	Skyrmion en materiales centro-simétricos y en discos con anisotropía uniaxial fuera del plano . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch en un disco debido a una anisotropía uniaxial magnética perpendicular al plano del disco</b>	<b>33</b>
4.1	Introducción . . . . .	33

4.2	Configuraciones magnéticas en discos . . . . .	34
4.2.1	Configuración magnética tipo vórtice . . . . .	35
4.2.2	Configuración magnética fuera del plano . . . . .	37
4.2.3	Configuración magnética en el plano . . . . .	38
4.3	Configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch . . . . .	38
4.3.1	Energías involucradas en el sistema . . . . .	39
4.3.1.1	Energía de anisotropía . . . . .	39
4.3.1.2	Energía de Intercambio . . . . .	39
4.3.1.3	Energía magnetostática . . . . .	40
4.4	Resultados y discusiones . . . . .	40
4.4.1	Dependencia del núcleo y borde del skyrmion con respecto a la anisotropía magnética . . . . .	40
4.4.2	Dependencia del núcleo del skyrmion en función del radio del disco . . . . .	43
4.5	Diagrama de fase . . . . .	45
4.5.1	Transición de la configuración magnética tipo skyrmion a Fuera del plano . . . . .	47
4.5.2	Transición de vórtice a skyrmion . . . . .	48
4.5.3	Influencia en la altura . . . . .	49
4.6	Conclusión . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Interacción entre dos discos magnéticos que presentan la configuración magnética skyrmion tipo Bubble</b>	<b>51</b>
5.1	Introducción . . . . .	51
5.2	Modelo Analítico . . . . .	52
5.3	Resultados . . . . .	54
5.3.1	Estudio de la separación horizontal entre los dos discos magnéticos con configuración skyrmion tipo Bloch . . . . .	54
5.3.2	Estudio de la separación Vertical . . . . .	57
5.4	Conclusión . . . . .	61
	<b>Conclusión</b>	<b>1</b>
	<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>2</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo de la energía de interacción de dos discos que presentan la misma configuración magnética</b>	<b>7</b>
A.0.1	Discos situados a una misma altura ( $x = 0$ ) . . . . .	9
A.0.2	Caso diferente altura ( $x > L$ ) . . . . .	10
A.0.3	Caso diferente altura ( $L > x$ ) . . . . .	10



# Índice de Ilustraciones

1.1	Efecto de magnetorresistencia gigante . . . . .	2
1.2	Modos de grabación longitudinal y perpendicular utilizados en discos duros	4
1.3	Torque por transferencia de espín . . . . .	5
1.4	Memoria Racetrack . . . . .	5
2.1	Material paramagnético . . . . .	9
2.2	Curva de magnetización para materiales paramagnéticos y diamagnéticos .	10
2.3	Material Ferromagnético . . . . .	11
2.4	Curva de histéresis de un material ferromagnético . . . . .	12
2.5	Material Antiferromagnético compuesto por multicapas . . . . .	13
2.6	Material Ferrimagnético . . . . .	14
2.7	Campo desmagnetizante . . . . .	18
2.8	Dominios magnéticos . . . . .	19
2.9	Paredes de dominios tipo Bloch y Néel . . . . .	22
2.10	Aproximación de paredes de dominio tipo Bloch y Néel en películas delgadas	22
3.1	Proyección estereográfica . . . . .	25
3.2	Tipos de skyrmions . . . . .	26
3.3	Interacción de Dzyaloshinskii-Moriya . . . . .	27
3.4	Burbujas magnéticas . . . . .	29
3.5	Efecto de la topología e skyrmion tipo Bubble . . . . .	32
4.1	Configuración magnética del tipo vórtice . . . . .	36
4.2	Perfil magnético de un skyrmion tipo Bubble . . . . .	39
4.3	Energía magnética de un disco en función de la anisotropía magnética . . .	41
4.4	Dependencia de $b$ y $c$ con respecto a la anisotropía magnética . . . . .	42
4.5	Energía magnética de un disco en función de su radio . . . . .	44
4.6	Tamaño del núcleo del vórtice y del skyrmion en función del radio del disco .	45
4.7	Diagrama de Fase . . . . .	47
4.8	Energía magnética del estado vórtice y skyrmion como función de la anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco. . . . .	49

5.1	Parámetros geométricos utilizados para obtener la energía de interacción entre dos discos $i$ y $j$ . . . . .	52
5.2	Skyrmion tipo Bloch con diferentes orientaciones . . . . .	53
5.3	Energía de interacción magnetostática normalizada de dos discos con configuración magnética skyrmion tipo Bubble en función de $S$ . . . . .	55
5.4	Energías magnetostáticas normalizadas en función de $S$ que fueron mostradas en la figura 5.3 (casos $\sigma_i \neq \sigma_j$ con $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ y $\sigma_i \neq \sigma_j$ con $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ ), junto con la dependencia de los parámetros magnéticos $b$ y $c$ de dos skyrmions tipo Bloch separados por una distancia horizontal $S$ . . . . .	56
5.5	Energía de interacción magnetostática normalizada de dos discos con configuración magnética skyrmion tipo Bubble en función de $x$ para $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ . . . . .	58
5.6	Energías magnetostáticas normalizadas en función de $x$ para los casos $\sigma_i = \sigma_j$ con $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ y $\sigma_i = \sigma_j$ con $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ , junto con la dependencia de los parámetros magnéticos $b$ y $c$ de dos skyrmions tipo Bloch separados por una distancia vertical $x$ . . . . .	59
A.1	Ilustración de los parámetros geométricos utilizados para el cálculo de la energía de interacción . . . . .	7
A.2	Parámetros geométricos que describen la posición de cada disco . . . . .	8

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Objetivos

#### 1.1.1. Objetivo Principal

- Optimizar mediante la implementación de un modelo teórico la generación de configuraciones magnéticas de skyrmion tipo Bubble en discos magnéticos interactuantes y no interactuantes que presentan anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de estos.

#### 1.1.2. Objetivos Secundarios

1. Desarrollar e implementar un modelo teórico de la energía micromagnética de un disco que posee una configuración magnética de skyrmion tipo Bubble con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco.
2. Encontrar una región de parámetros favorables para la configuración magnética de skyrmion tipo Bubble con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de un disco.
3. Desarrollar e implementar un modelo teórico que muestre la interacción magnética de dos discos en que cada uno presenta la misma configuración magnética de skyrmion tipo Bubble.
4. Analizar la dependencia de las configuraciones magnéticas de dos skyrmions tipo Bubble en función de la separación de los discos magnéticos que contienen dichas configuraciones.

## 1.2. Motivación

El descubrimiento de la magnetorresistencia gigante (GMR) en redes de  $Fe/Cr$  y el efecto de magnetorresistencia túnel (TMR) a finales del siglo XX dieron paso a la consolidación de una nueva rama en el área de la nanociencia denominada espintrónica, la que a su vez se encarga de idealizar e implementar nuevos dispositivos electrónicos a base del espín del electrón. El efecto de la magnetorresistencia gigante puede ser visualizado por el cambio en la resistencia eléctrica que experimenta un sistema constituido por capas delgadas que están alternadas con material ferromagnético y no magnético (entre un 10% y un 80% para estados paralelos o antiparalelos de la magnetización), cuando circula una corriente eléctrica de forma perpendicular a estas capas. Este efecto también se presenta en un sistema llamado válvula de espín, ver figura 1.1.a., que consiste en dos capas ferromagnéticas delgadas separadas por una capa delgada conductora no magnética, en donde la magnetización de una de las capas es libre de moverse (capa libre) y la otra capa la magnetización esta fija (capa fija).

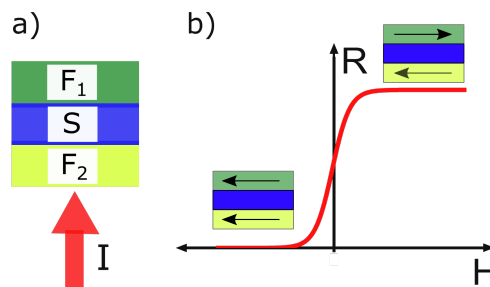


Figura 1.1: (a) Montaje esquemático de un dispositivo de válvula de espín.  $F_1$  y  $F_2$  son dos capas ferromagnéticas magnetizadas de manera uniforme.  $F_1$  corresponde a la capa libre y  $F_2$  corresponde a la capa fija.  $S$  representa el separador conductor no magnético. (b) Gráfico ilustrativo que muestra la resistencia eléctrica,  $R$ , como función del campo magnético aplicado,  $H$ , en un sistema de válvula de espín. En esta figura se puede observar que la resistencia eléctrica cambia cuando varía la magnetización de la capa libre. [Giouroudi and Keplinger, 2013]

En la figura 1.1.b se muestra un gráfico ilustrativo de la resistencia eléctrica en función del campo aplicado. Se puede observar que la resistencia eléctrica cambia cuando varía el campo magnético debido al cambio de la dirección de la magnetización de la capa libre, es decir, la resistencia eléctrica depende de la orientación de la magnetización entre las capas ferromagnéticas, de modo que, si la magnetización de las capas  $F_1$  y  $F_2$  es paralela se tiene un sistema de baja resistencia, en caso contrario, el sistema presenta una alta

resistencia. Así, pequeños cambios en la magnetización pueden ser visualizados como pequeños cambios en la resistencia eléctrica. Esta propiedad hace que el uso del efecto de GMR sea ideal para visualizar el estado de la magnetización con una alta precisión en sistemas nanométricos. Por otra parte, TMR es un efecto magnetorresistivo que ocurre en sistemas de unión de túnel magnético (MTJ). Estos sistemas son similares a una válvula de espín, con la salvedad de que el material no magnético entre las capas es un material aislante muy delgado, que permite que el electrón pase de una capa ferromagnética a la otra capa ferromagnética mediante el efecto túnel, cuando el electrón supera el gap de energía dado por las propiedades del aislante (generalmente esta capa no magnética esta hecha por óxidos) [Ikeda et al., 2007]. Debido a esta característica, sistemas a base de TMR experimentan mayores cambios en la resistencia eléctrica para los estados paralelos y antiparalelos que GMR (se puede obtener una variación mayor del 600 % para un MTJ compuesto de  $CoFeB/MgO/CoFeB$ ) [Iniewski, 2011].

Dentro de la aplicabilidad tecnológica de los efectos GMR y TMR ha sido el poder crear dispositivos de almacenamiento de información con alta densidad de grabación. Por ejemplo, el efecto GMR dio paso a nuevos cabezales móviles de lectura en discos duros permitiendo aumentar notablemente la precisión de lectura, ya que con estos dispositivos era posible detectar el estado de la magnetización en regiones muy pequeñas [Duplantier et al., 2009]. El sistema de grabación usado en esos discos duros se basó en un sistema de grabación magnética longitudinal (LMR), es decir, la estructura del conjunto de granos era tal que la magnetización de cada bit estaba alineada de forma horizontal con la superficie del disco (figura 1.2.a). El problema de este sistema es que tiene un gran campo desmagnetizante asociado a su configuración, el cual reduce el tamaño de la barrera de energía entre los estados magnéticos, por lo que impide aumentar la densidad de almacenamiento [Weller and Doerner, 2000, Varvaro and Gasoli, 2016]. Luego, con la finalidad de seguir aumentando la densidad de almacenamiento, se estudio la posibilidad de disminuir el tamaño del bit y por lo tanto, aumentar la anisotropía magneto-cristalina (mayor estabilidad) o bien, modificar el sistema de grabación y lectura del bit [Piramanayagam and Chong, 2012]. En este último supuesto se basó el sistema de grabación magnética perpendicular (PMR), es decir, se cambió de un sistema longitudinal de la magnetización a un sistema de columnas, en donde la magnetización de cada bit se alineó de forma perpendicular a la superficie del disco (figura 1.2.b). Hoy en día, existen dispositivos de almacenamientos con capacidades mayores a  $250 \text{ Gb/In}^2$  que utilizan GMR para la lectura de información con un sistema de grabación magnética longitudinal (LMR), como también dispositivos que usan TMR y PMR (Tecnología de grabación magnética perpendicular), cuyos dispositivos poseen una densidad de almacenamiento que superan los  $800 \text{ Gb/In}^2$  con un tamaño de grano cercano al límite superparamagnético. Actualmente, muchos de los sistemas de grabación magnética utilizan sistemas que poseen anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano [Tudu and Tiwari, 2017]. Esta tesis estará centrada en un sistema que tiene anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano.

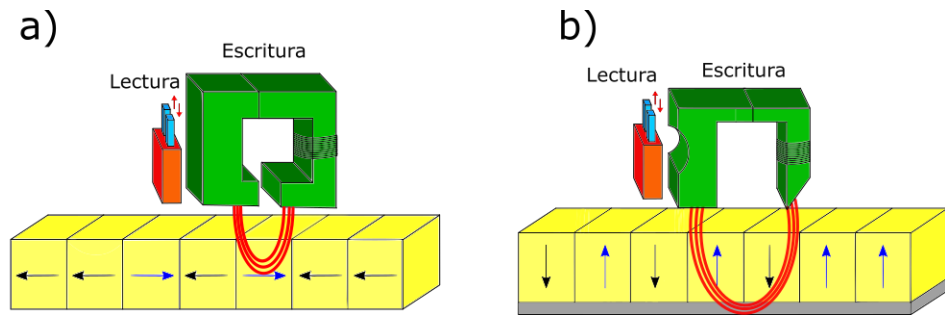


Figura 1.2: (a) Modo de grabación magnética longitudinal. (b) Modo de grabación magnética perpendicular.

Otro efecto que ha ayudado a la evolución de la espintrónica es el efecto de torque por transferencia de espín (STT), la cual puede identificarse como el efecto contrario a GMR. Esto último es debido a que STT es el efecto en que la corriente eléctrica cambia el estado magnético del sistema y GMR es el efecto en donde el estado magnético del material cambia la corriente que pasa por el sistema. La existencia de STT fue propuesta de forma independiente por Slonczewski y Berger en 1996 [Bai et al., 2012]. Para visualizar el efecto STT, consideremos un sistema formado por bicapas ferromagnéticas ( $F_a$  y  $F_b$ ) separadas por un conductor no magnético,  $S$ , que tiene un tamaño menor al camino libre medio de los electrones. Sea además que la magnetización de la capa  $F_a$  este fija, y la magnetización de la capa  $F_b$  este libre con una dirección distinta a  $F_a$ , ver figura 1.3. Luego, al aplicarle una corriente eléctrica perpendicular a este sistema, los electrones al pasar la primera capa ferromagnética,  $F_a$ , se polarizan, es decir, los espines de los electrones tienen el mismo sentido y dirección que la magnetización de la primera capa. Luego como el espaciador conductor no metálico,  $S$ , tiene un tamaño menor que el camino libre de los electrones, se tiene que los electrones no pierden la polarización adquirida al pasar por la primera capa ferromagnética, por lo que al pasar los electrones a la segunda capa ferromagnética,  $F_b$ , transfieren su momento angular con la capa ferromagnética haciendo que modifique su magnetización. La existencia de este efecto ayuda al control de la magnetización de una nanoestructura magnética mediante el uso de corrientes de espín polarizadas, ya sea, induciendo el movimiento de sus paredes de dominio, generando nano-oscilaciones o invirtiendo la magnetización. Además, el usar corrientes de espín polarizadas para el movimiento o vibraciones de texturas magnéticas tiene grandes ventajas con respecto al uso de un campo magnético externo, por ejemplo no se requiere de usar un campo magnético para el movimiento, así el movimiento de las paredes se puede dar en una única dirección.

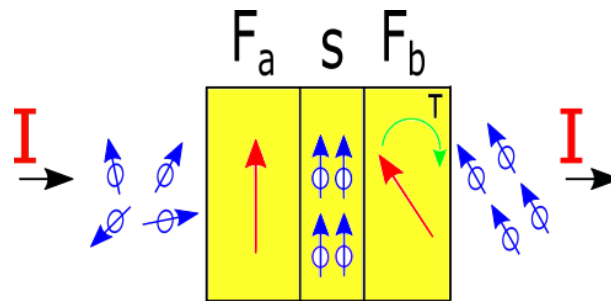


Figura 1.3: Sistema ilustrativo del efecto de torque por transferencia de espín.  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $S$  y  $T$  representan la capa ferromagnética 1, capa ferromagnética 2, separador no magnético y el torque ejercido sobre la magnetización de la capa 2, respectivamente.

Los efectos STT y GMR permitieron crear las memorias racetrack. Estos dispositivos usan el movimiento de paredes de dominios en un carril magnético para leer y grabar información. En la figura 1.4 se muestra una memoria racetrack conformada por una pista magnética, con el dispositivo de lectura (MTJ) y escritura. La estabilización de la magnetización en aquellos dominios se logra mediante la introducción de una fuerte anisotropía magnética. En este sistema el movimiento de las paredes de dominio se lleva mediante una corriente de espín polarizada, la cual se encarga de empujar a todas las paredes de dominios, de forma secuencial e independientemente del sentido de la magnetización. La lectura de los bit se lleva a cabo mediante un dispositivo MTJ, el que es capaz de detectar el pequeño campo magnético de cada región y la escritura se lleva a cabo mediante la inyección de pulsos de corrientes de espín polarizadas en las regiones donde se desee conmutar el valor del bit.

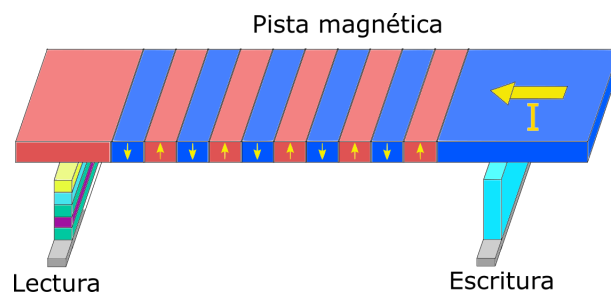


Figura 1.4: Propagación de dominios magnéticos en una pista magnética a través de una corriente de espín polarizada.

Dentro de las ventajas de usar este tipo de memorias ante los discos duros actuales se destaca la ausencia de un sistema mecánico, la no volatilidad de la información, pueden

almacenar grandes cantidades de información y la gran velocidad a la cual se pueden desplazar los dominios magnéticos (100 m/s) [Parkin and Yang, 2015]. Los principales problemas que tienen estas memorias son el uso de grandes densidades de corrientes  $10^8$  A/m<sup>2</sup> que lleva asociado el efecto Joule, la velocidad a la que se pueden mover las paredes de dominio está limitada por el régimen de walker y además por los defectos propios de la nanoestructura magnética. Una forma de superar estos problemas es a través del uso de las configuraciones magnéticas en vez de tales dominios magnéticos [Tomasello et al., 2014, Soumyanarayanan et al., 2016]. De forma similar se planteó su uso en discos duros para superar el problema que impone el límite super-paramagnético, es decir, se han pensado utilizar texturas magnéticas, las que a su vez pueden ser utilizadas como partículas magnéticas en películas delgadas con anisotropía magnética perpendicular con la finalidad de que sea un bit. Las configuraciones magnéticas del tipo skyrmion han sido propuestas para resolver los problemas que presentan estas memorias racetrack [Liu et al., 2016, Soumyanarayanan et al., 2016].

Los skyrmions son configuraciones magnéticas con carga topológica igual a uno, y que dependiendo de que si tienen cargas magnéticas volumétricas,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \neq 0$ , o superficiales,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$ , son del tipo Néel o del tipo Bloch ( $\vec{M}$  es la magnetización). Un skyrmion tipo Néel es estabilizado a través de la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya en la interface del sistema, en cambio, un skyrmion tipo Bloch puede ser estabilizado a través de Dzyaloshinskii-Moriya en el bulto o por medio de la introducción de una anisotropía magnética uniaxial. En la literatura se le llama skyrmion tipo Bubble a los skyrmions tipo Bloch que son estabilizados mediante esta anisotropía. Los skyrmions tipo Bubble han sido recientemente estabilizado a temperatura ambiente, de forma aislada y en arreglos, mediante un campo magnético aplicado de forma perpendicular a una película con PMA [Gilbert et al., 2015, Sun et al., 2013, Montoya et al., 2017]. Cabe destacar que existen numerosos trabajos teóricos que indican que esta configuración puede ser estabilizada sin la ayuda de tal campo magnético [Guslienko, 2015, Castro and Allende, 2016, Novais et al., 2011]. Este tipo de skyrmion es parecido a una burbuja magnética con número topológico igual a uno, pero bastante más pequeña. Las burbujas magnéticas pueden ser creadas, aniquiladas y movidas fácilmente a través de campos magnéticos en películas con PMA. Otra forma de crear y aniquilar esta configuración magnética fue propuesta por Zhang et al. [Zhang et al., 2015c]. Ellos mostraron que es posible modificar la anisotropía magnética perpendicular de una película delgada a través de un campo eléctrico, la cual es un requisito esencial para la formación y estabilización del Skyrmion [Malozemoff and Slonczewski, 1979]. En el artículo Yamane and Sinova se mostró que las burbujas magnéticas con número topológico igual a uno son movidas por medio de corrientes de espín polarizadas aplicadas en el plano [Yamane and Sinova, 2016], se puede pensar que skyrmion tipo Bubble también podrían ser movidos por corrientes de espín polarizadas, siempre que estos se estabilicen en materiales magnéticos conductores, como es el caso de nanoestructuras formadas por multicapas. El estudio de un skyrmion tipo Bubble se encuentra en desarrollo y se ha visto dificultado debido a la ausencia de un modelo teórico que muestre bajo que parámetros



geométricos y magnéticos se puede obtener dicha configuración magnética, lo cual implica que antes de estudiar un skyrmion tipo Bloch se debe buscar las condiciones y parámetros necesarios para su existencia.

En esta tesis se estudió la configuración magnética de un skyrmion tipo Bubble en discos magnéticos interactuantes y no interactuantes. El estudio se realizó a través de un modelo analítico que muestra el perfil magnético del skyrmion en función de parámetros geométricos y magnéticos. La dependencia entre estos parámetros fue determinada a partir de la minimización de la energía micromagnética, la que lleva a la estabilización de un skyrmion tipo Bloch en discos magnéticos. Finalmente se estudio la interacción entre dos discos magnéticos que presentan dicha configuración, en donde se analiza la dependencia entre los parámetros magnéticos y la distancia separación entre estos. Para finalizar la tesis se estructura de la siguiente forma: Capítulo 2 corresponde a fundamentos teóricos. Capítulo 3 corresponde a la formación de skyrmions en discos magnéticos. Capítulo 4 se estudia la configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch debido a una anisotropía uniaxial magnética perpendicular al plano del disco. Capítulo 5 corresponde al estudio de la configuración magnética de dos skyrmions tipo Bubble que están interactuando mediante interacción magnetostática. Para finalizar están las conclusiones de la tesis.

# Capítulo 2

## Fundamentos teóricos

En este capítulo se detallan los conceptos y contenidos utilizados para llevar a cabo el estudio de la región donde es estable la configuración magnética skyrmion mediante anisotropía magnética perpendicular en discos. En primer lugar, se detallan las propiedades magnéticas existentes en los materiales. En segunda instancia, se describen las energías que determinan la configuración magnética de una nanoestructura magnética, utilizando la aproximación del continuo. Finalmente, indicamos los métodos utilizados para estabilizar la configuración magnética del tipo Skyrmion en discos magnéticos y el tipo de pared de dominio que presenta esta configuración magnética.

Este capítulo se ha obtenido principalmente de los libros [Aharoni, 1996, Vasudeva, 2011, Coey, 2010, Brown, 1963a, Brown, 1963b, O'Handley, 1999, Hubert and Schäfer, 1998, Ngo et al., 2014, Kurti, 1988, Gerber et al., 1994].

### 2.1. Materiales Magnéticos

En la naturaleza existen diferentes tipos de materiales magnéticos que dependiendo de sus propiedades pueden ser usados en diversos ámbitos de la industria. Podemos clasificar estos materiales según su respuesta ante un campo magnético y a sus propiedades magnéticas como: Paramagnetismo, Diamagnetismo, Ferromagnetismo, Antiferromagnetismo y Ferrimagnetismo.

A continuación procedemos a describir cada uno de ellos de forma breve para poder entender mejor los materiales ferromagnéticos, que son los materiales en que enfocaremos nuestra tesis.

#### 2.1.1. Paramagnetismo

Los materiales paramagnéticos no presentan una magnetización neta en ausencia de un campo magnético externo, esto es debido a que los momentos magnéticos dentro del

material están ordenados de forma aleatoria, tal y como se muestra en la figura 2.1.

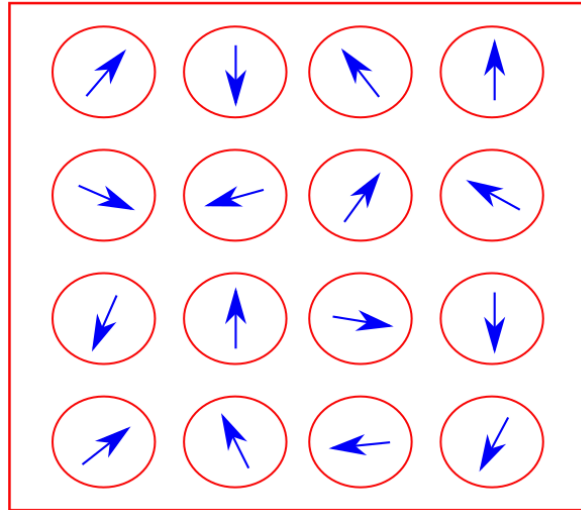


Figura 2.1: Material paramagnético en ausencia de un campo magnético externo.

Cuando se aplica un campo magnético externo los momentos magnéticos se orientan en dirección paralela al campo. Para lograr saturar al material se necesita un campo mucho mayor que en el caso de los materiales ferromagnético. Cuando se quita el campo magnético, la magnetización neta del material vuelve a ser 0. Esto último es debido a que los momentos magnéticos se vuelven a orientar de forma aleatoria nuevamente.

Una forma de expresar la dependencia de la magnetización  $\vec{M}$  con el campo magnético  $\vec{H}$  es a través de la susceptibilidad magnética  $\chi$ .

$$\vec{M} = \chi_{ij} \vec{H}. \quad (2.1)$$

La relación entre el campo magnético y la magnetización en un material paramagnético puede ser descrita de acuerdo a la ley de Curie:

$$\vec{M} = C \frac{\vec{H}}{T}, \quad (2.2)$$

donde  $C$  es la constante de Curie y  $T$  es la temperatura. Por ende, la susceptibilidad magnética para estos materiales puede ser escrita como:

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{C}{T} \quad (2.3)$$

De estas ecuaciones vemos que a mayores temperaturas el material será más difícil de magnetizar y que la magnetización depende en forma lineal con el campo (figura 2.2.a), hasta el punto de saturación del material.

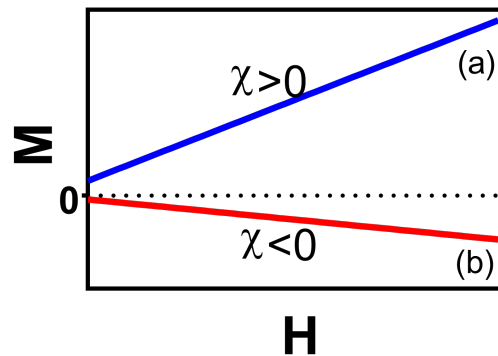


Figura 2.2: Curva de magnetización para (a) Material Paramagnético y (b) Material Diamagnético.

Algunos materiales paramagnéticos son el Aluminio y Cesio, los cuales poseen una susceptibilidad magnética del orden de  $10^{-5}$ .

### 2.1.2. Diamagnetismo

Este tipo de materiales no presenta una magnetización neta en ausencia de un campo magnético externo. Cuando se aplica un campo magnético, el movimiento orbital de los electrones responde creando un campo que se opone al campo aplicado, de modo que disminuye su intensidad dentro del material. El diamagnetismo, a diferencia de los materiales paramagnetismo, ferromagnetismo, antiferromagnetismo y ferrimagnetismo, está presente en todos los materiales, pero es difícil de observar pues su contribución es muy pequeña para todos los materiales salvo para los gases nobles. [Aharoni, 1996].

La curva de magnetización que caracteriza a estos materiales se muestra en 2.2 b. En esta figura se observa que el material se magnetiza levemente en dirección opuesta al campo aplicado, es decir, para este tipo de materiales la susceptibilidad magnética es negativa 2.4.

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} < 0 \quad (2.4)$$

Los materiales diamagnéticos perfectos son los superconductores, en donde el campo magnético al interior de estos es nulo. La susceptibilidad magnética para este tipo de

materiales es  $-1$ , es decir, repelen el campo magnético en su totalidad [Vasudeva, 2011].

### 2.1.3. Ferromagnetismo

En los materiales ferromagnéticos, los momentos magnéticos se encuentran alineados entre si a través de un acoplamiento de intercambio entre átomos vecinos que hace que los momentos magnéticos tiendan a estar orientados en la misma dirección. En la figura 2.3 se muestra un dominio magnético que posee un acoplamiento ferromagnético fuerte, se observa que al interior de este los momentos magnéticos están orientados en la misma dirección.

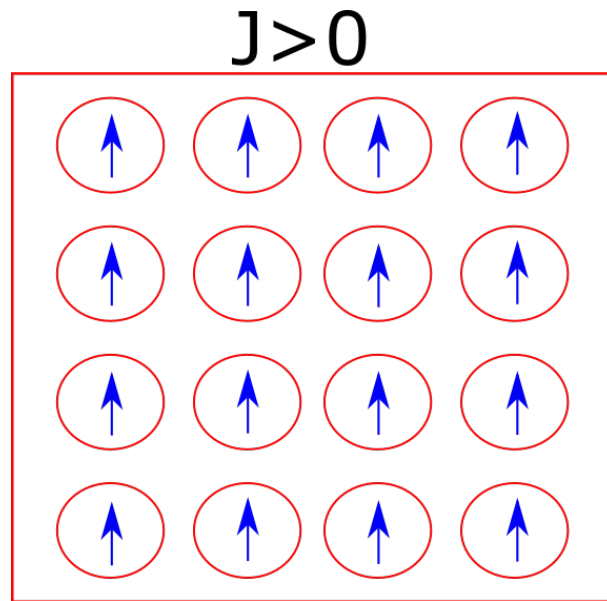


Figura 2.3: Dominio magnético dentro de un material ferromagnético.

Este acoplamiento de intercambio entre momentos magnéticos vecinos, en un material ferromagnético es descrito por el Hamiltoniano de Heisenberg [O'Handley, 1999]:

$$\mathcal{H} = -2J \sum_{i>j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (2.5)$$

Donde  $J$  es la constante de intercambio,  $\vec{S}_i$  y  $\vec{S}_j$  representan el espín en la posición  $i$  y su vecino cercano  $j$ . Cabe destacar que  $J > 0$  define un acoplamiento ferromagnético y su valor depende fuertemente de las separaciones entre los momentos magnéticos, de modo que para segundos o terceros vecinos su valor es despreciable.

Los materiales ferromagnéticos presentan una magnetización neta incluso en ausencia de un campo externo, siempre y cuando, la temperatura del material no esté sobre la temperatura de Curie, en la cual este se vuelve paramagnético [Aharoni, 1996].

El ciclo de magnetización de este tipo de materiales depende del historial magnético, es decir, no es lo mismo magnetizar el material en una dirección, que en la otra. Esto queda plasmado en el ciclo de histéresis mostrado en la figura 2.4, el cual es característico de estos materiales.

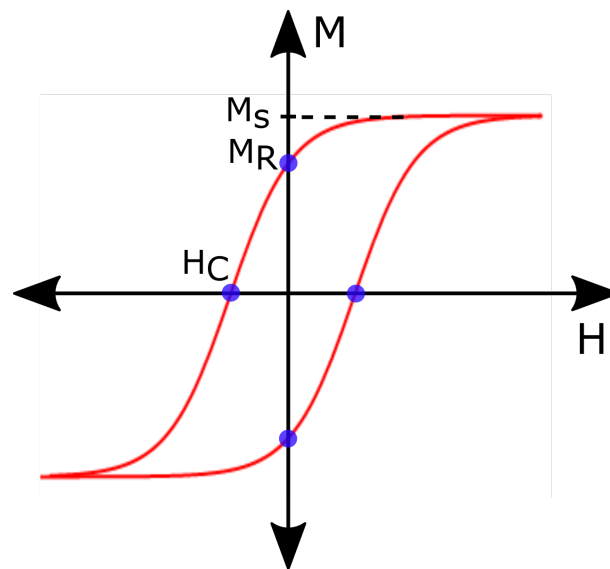


Figura 2.4: Curva de histéresis para un material ferromagnético.  $H_C$  representa el campo de coercitividad,  $M_R$  la magnetización remanente y  $M_s$  la magnetización de saturación .

El campo coercitivo,  $H_C$ , se refiere al campo magnético externo que hay que aplicar al material para que la magnetización neta sea nula. La magnetización remanente,  $M_R$ , se refiere a la magnetización que conserva el material cuando se ha quitado el campo magnético y la magnetización de saturación,  $M_S$ , se refiere al mayor valor que puede tomar la magnetización en el material, es decir, es al caso en el que todos los momentos magnéticos se han orientados en la dirección del campo aplicado.

Algunos materiales ferromagnéticos ampliamente utilizados son el cobalto y el hierro.

### 2.1.4. Antiferromagnetismo

En este tipo de materiales la constante de intercambio es menor a cero,  $J < 0$  (ecuación 2.5), lo que significa que los momentos magnéticos se tienden a orientar de forma antiparalela para minimizar la energía. En ausencia de un campo magnético externo la magnetización neta de estos materiales es cero debido a que la contribución de cada momento magnético se cancela con el vecino.

Una forma de visualizar estos materiales es considerando que el material esta compuesto por subcapas ferromagnéticas que poseen direcciones opuestas, tal y como se muestra en la figura 2.5 [Coey, 2010].

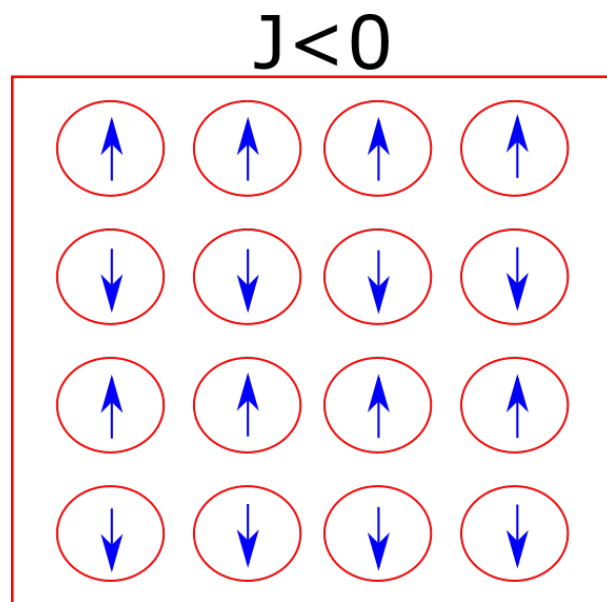


Figura 2.5: Material antiferromagnético compuesto por bicapas ferromagnéticas con direcciones opuestas.

De forma similar a los materiales ferromagnéticos existe una temperatura de transición en la cual estos materiales se vuelven paramagnético. Esta temperatura de transición es denominada temperatura de Néel [Coey, 2010].

### 2.1.5. Ferrimagnetismo

La configuración magnética de estos materiales es similar a los antiferromagnéticos sólo que en este caso, la magnitud de los momentos magnéticos difieren entre si (ver figura 2.6), lo cual puede ocurrir en estructuras formadas por capas atómicas de varios materia-

les, por ejemplo:  $Fe_3O_4$ ,  $TbFe_2$ . En consecuencia, en ausencia de un campo magnético externo estos materiales presentan una magnetización neta [Aharoni, 1996].

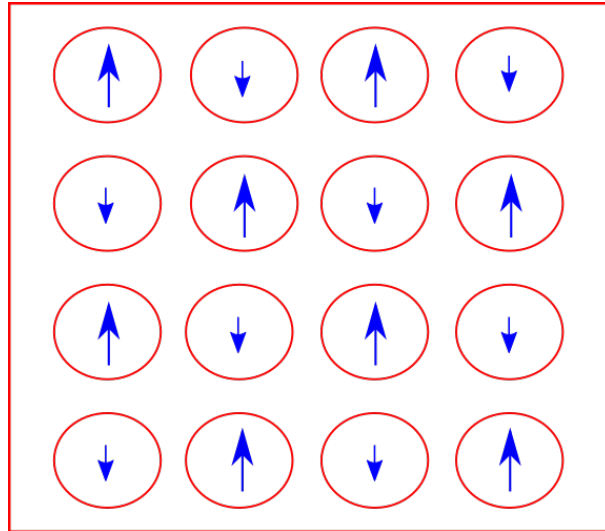


Figura 2.6: Material ferrimagnético en donde se observa como los momentos magnéticos tienen distintas magnitudes.

## 2.2. Límite Superparamagnético

Los dispositivos de almacenamiento magnético tales como discos duros, cintas magnéticas, etc., usan como unidad básica el bit, el cual es representado por un conjunto de pequeñas partículas ferromagnéticas. Una de las formas de aumentar la densidad de información que podemos almacenar en aquellos dispositivos es a través de la reducción del tamaño de aquellas partículas, lo cual no siempre es posible dado que existe un tamaño crítico en donde la magnetización de tales partículas puede rotar libremente, debido a las fluctuaciones térmicas presentes. En este punto se dice que la partícula se ha vuelto super-paramagnética.

Cuando los materiales ferromagnéticos son muy pequeños, no se forman dominios magnéticos, de este modo, podemos considerar tales partículas como monodominios, es decir, el momento de todos los átomos que componen la partícula es reemplazado por uno representativo de todos los momentos del material. Así, la dirección de la magnetización en aquellos monodominios depende únicamente de la anisotropía y el campo magnético externo. [Brown, 1963a]



Si consideramos una partícula ferromagnética esférica con anisotropía uniaxial, la barrera que impide que la magnetización rote es  $E_k = KV \sin^2(\theta)$ , la cual presenta dos mínimos relativos:  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi$ . Cuando el tamaño de estas partículas es muy pequeño, menor a 10 nm para el cobalto [Sarau, 2008], esta barrera energética se hace comparable con las fluctuaciones térmicas,  $k_B T > E_k$ , por lo que la magnetización puede rotar libremente entre estos dos mínimos (superparamagnetismo). [Aharoni, 1996]

Este comportamiento impide que se pueda guardar información dado que el valor del bit (0 ó 1) depende de la dirección de la magnetización. Una solución a este problema es usar otros sistemas que sean topológicamente estables, como las del tipo skyrmion. Esta última ha sido estabilizada en tamaños menores a 100 nm [Moreau-Luchaire et al., 2016].

## 2.3. Energía micromagnética

Para describir las energías magnéticas de diversas configuraciones magnéticas en discos ferromagnéticos, se utilizará la aproximación del medio continuo o de micromagnetismo. En esta aproximación se considera un volumen pequeño,  $\delta V$ , con respecto al sistema magnético de estudio, pero a su vez, este volumen,  $\delta V$ , es suficientemente grande para contener a varios momentos magnéticos que apuntan en el mismo sentido y dirección, por lo que en este volumen  $\delta V$  es posible definir un vector constante llamado Magnetización,  $\vec{M}$ , que es la suma de los momentos magnéticos dividido por el volumen  $\delta V$ . Luego para volúmenes mayores que  $\delta V$ , la magnetización no es constante, es decir,  $\vec{M}(\vec{r})$  [Brown, 1963b].

### 2.3.1. Energía de Intercambio

En materiales ferromagnéticos, los momentos magnéticos entre átomos vecinos interactúan entre si, de forma tal que cada uno de ellos intenta alinear el espín del otro en su propia dirección y sentido, esta interacción es llamada interacción de intercambio y es descrita a través del hamiltoniano de Heisenberg. Este hamiltoniano muestra la interacción entre los momentos magnéticos del átomo  $i$  y su vecino  $j$ :

$$\mathcal{H} = -2 \sum_{i>j} J_{i,j} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (2.6)$$

Donde  $J_{i,j}$  es la integral o constante de intercambio. Usualmente se considera  $J_{i,j} = J$  para un material isotópico y homogéneo. Cabe notar que esta suma se realiza para átomos entre primeros vecinos de la red del material magnético.

El origen de esta interacción es netamente cuántico y se debe al solapamiento de las funciones de ondas entre átomos vecinos que se ven reflejado en la definición de  $J$  [Aha-

roni, 1996]. Además,  $J$  decae rápidamente a cero a medida que aumenta la distancia de separación entre los átomos  $i$  y  $j$  de la red, lo que significa que esta interacción es de corto alcance.

Hay que notar que si:

- $J > 0$  define un acoplamiento ferromagnético en donde los espines tienen a orientarse de forma paralela.
- $J < 0$  define un acoplamiento antiferromagnético en donde los espines se orientan de forma antiparalela.

Para encontrar la energía asociada a esta interacción para materiales ferromagnéticos, se debe de realizar la suma de la ecuación 2.6. Para el caso de un material magnético continuo es conveniente usar una aproximación en donde los momentos magnéticos tienen la misma magnitud y el ángulo entre ellos es pequeño, lo cual físicamente ocurre a bajas temperaturas [O'Handley, 1999]. Escribimos el promedio de 2.6 como:

$$E_{ex} = -2S^2J \sum_{i>j} \cos(\theta_{i,j}). \quad (2.7)$$

Para pequeños ángulos podemos aproximar  $\cos(\theta_{i,j}) \sim 1 - \theta_{i,j}^2/2$ , por lo que la ecuación 2.7 queda

$$E_{ex} = S^2J \sum_{i>j} \theta_{i,j}^2 + cte. \quad (2.8)$$

La energía de interacción mostrada en la ecuación anterior depende directamente de la variación angular entre los momentos magnéticos. Para el caso de un material continuo, este cambio puede ser representado por  $a\partial\theta_{i,j}/\partial x_{i,j}$ , donde  $a$  es la distancia de separación entre los momentos magnéticos. Luego es posible escribir la ecuación 2.8 como:

$$E_{ex} = \frac{A}{M_s^2} \int [(\vec{\nabla} M_x)^2 + (\vec{\nabla} M_y)^2 + (\vec{\nabla} M_z)^2] dv, \quad (2.9)$$

donde  $A$  es llamado constante de stiffness del material cuyo valor es  $JS^2/a$  para una red cúbica simple de constante  $a$ .

Para que rija esta aproximación, la variación de la dirección de los momentos magnéticos y por ende la variación local de la magnetización debe ser pequeña, es por ello que se define el parámetro longitud de intercambio o longitud de exchange del material ( $L_{ex}$ ), que es la distancia donde se puede tener magnetización variable, es decir, a distancias menores, todos los momentos magnéticos apuntan a la misma dirección y sentido ( $\delta V \approx L_{ex}^3$ ).

Además, esta distancia pone el límite inferior de la teoría micromagnética y esta definida como:

$$L_{ex} = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_s^2}}, \quad (2.10)$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío.

### 2.3.2. Energía magnetostática

Un material ferromagnético posee un campo interno que crea un sentido preferencial de la magnetización, el cual depende de la geometría de la nanoestructura. Este campo recibe el nombre de campo desmagnetizante,  $\vec{H}_d$ , y su presencia se puede explicar a través de las ecuaciones de Maxwell aplicadas a un material ferromagnético magnetizado [Aharoni, 1996].

La ecuación de Maxwell que da cuenta de la ausencia de monopolos magnéticos para un material magnetizado es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \mu_0(\vec{H}_d + \vec{M}) = 0, \quad (2.11)$$

donde  $\vec{B}$  es el campo de inducción magnética,  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética en el vacío y  $\vec{M}$  la magnetización.

Para que la segunda parte de la ecuación 2.11 se cumpla, se debe satisfacer:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_d = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}. \quad (2.12)$$

De esta ecuación se observa que variaciones o discontinuidades de la magnetización son fuentes del campo  $\vec{H}_d$ . Al comparar esta ecuación con la ley de Gauss de la electrostática, se concluye que al igual que el campo eléctrico, este campo puede ser originado por una distribución o densidad de cargas magnética,  $\rho_m$ , definidas por:

$$\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}. \quad (2.13)$$

Generalmente estas cargas aparecen en la superficie de la muestra magnetizada debido a la discontinuidad de la componente normal de la magnetización en aquella región, es decir, en el borde la magnetización presenta una discontinuidad (La magnetización es cero fuera del material y distinta de cero dentro del material) tal que al usar una analogía de la ley de Gauss se obtiene una densidad de carga superficial  $\sigma = \hat{n} \cdot \vec{M}$ , donde  $\hat{n}$  es el vector normal a la superficie. A diferencia de las cargas eléctricas, las cargas magnéticas no aparecen aisladas, si no que aparecen de a pares, por lo que estas siempre son balanceadas por la carga opuesta [Coey, 2010, Hubert and Schäfer, 1998].

En la figura 2.7.a se muestra una película uniformemente magnetizada en la dirección del campo externo aplicado. La magnetización crea cargas magnéticas en los bordes de la muestra (figura 2.7.a). Estas cargas crean un campo que se opone a la dirección normal de la magnetización por lo que recibe el nombre de campo desmagnetizante (figura 2.7.b). Por ultimo, la figura 2.7.a muestra el campo de inducción magnética.

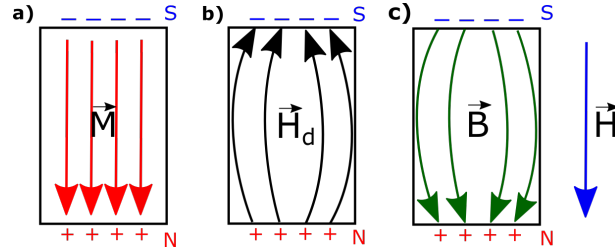


Figura 2.7: (a) Lámina uniformemente magnetizada con magnetización  $\vec{M}$ . (b) Campo desmagnetizante  $\vec{H}_d$  producto de que el sistema esta magnetizado. (c) Campo de inducción magnética  $\vec{B}$ .

La energía asociada a este campo puede ser escrita como [Aharoni, 1996]:

$$E_M = -\frac{\mu_0}{2} \int \vec{H}_d \cdot \vec{M} dv \quad (2.14)$$

Para obtener el campo desmagnetizante es conveniente escribir este campo en términos del potencial, de modo que,  $H_d = -\vec{\nabla} \Phi_d$ , con:

$$\phi_d = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{M}(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' + \frac{1}{4\pi} \int \frac{\hat{n} \cdot \vec{M}(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} ds' \quad (2.15)$$

La primera integral de la ecuación 2.15 es evaluada sobre todo el volumen de la muestra y la segunda integral de la ecuación 2.15 es evaluada sobre la superficie.

El campo desmagnetizante  $\vec{H}_d$  puede ser calculado fácilmente para un elipsoide o hilos infinitamente largos, dado que este es uniforme en aquellas geometrías, para otras formas el campo desmagnetizante no es uniforme debido a la presencia de irregularidades de la magnetización, como la presencia de dominios magnéticos. En consecuencia, para evaluar las ecuaciones 2.14 y 2.15 se requiere usar de algunas aproximaciones. Para el caso de un elipsoide uniformemente magnetizado, el campo desmagnetizante depende linealmente de la magnetización:

$$\vec{H}_{dj} = -N_{ij} \vec{M}_j, \quad (2.16)$$

donde  $N_{ij}$  es el tensor desmagnetizante, cuyas componentes diagonales  $N_x$ ,  $N_y$  y  $N_z$  se conocen como factores desmagnetizantes y dependen de las dimensiones del elipsoide. Además estas cumplen con la condición:

$$N_x + N_y + N_z = 1 \quad (2.17)$$

Un material ferromagnético tenderá a minimizar la energía magnetostática, ver ecuación 2.14, por lo que las cargas magnéticas se deberán reordenar de tal forma de minimizar dicha energía. Esto último es posible a través de la creación de dominios magnéticos, donde cada uno de éstos poseen sentidos opuestos de la magnetización. Estos dominios están separados por paredes que permiten que la magnetización pueda rotar de forma que se minimice la interacción de intercambio. En la figura 2.8 se muestra una lámina delgada uniformemente magnetizada en el plano. Para poder minimizar la energía magnetostática, se deben de formar dominios dentro del material que tienden a cerrar las líneas de campo.

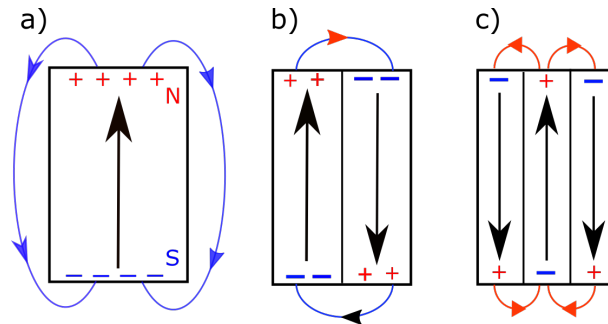


Figura 2.8: (a) Reordenamiento de la magnetización de una lámina uniformemente magnetizada, (b) en dos y (c) en tres dominios magnéticos .

### 2.3.3. Energía de anisotropía

Generalmente en nanoestructuras y materiales magnéticos, existe un eje o un sentido preferencial en el cual la magnetización se tiende a orientar en ausencia de campos externos, a este comportamiento se le denomina anisotropía magnética. Existen diferentes tipos de anisotropías, entre los cuales podemos destacar la anisotropía magnetocristalina y de forma, dado que estos tipos están presentes en gran cantidad de nanoestructuras magnéticas. La anisotropía magnética también puede ser inducida a través de un tratamiento físico-químico del material, como en los sistemas formados por capas de distintos materiales.

La anisotropía magnetocristalina se forma a partir de la interacción espín-órbita y dipolo-dipolo de los electrones del cristal, que llevan a que estos prefieran orientarse en una o varias direcciones cristalográficas. En presencia de este tipo de anisotropía, el proceso de

magnetización depende de la dirección del eje cristalográfico en donde se aplique el campo magnético, ya que este será más fácil magnetizar en la dirección de la anisotropía (eje fácil).

En algunas nanoestructuras es posible inducir una anisotropía magnética perpendicular, como es el caso de películas delgadas de  $Co/Pd$ ,  $Co/Pt$ , etc [Ngo et al., 2014]. En el caso en que la anisotropía inducida sea uniaxial, el sentido de la magnetización será igualmente favorable para los dos sentidos posibles (ejemplo arriba y abajo). La energía asociada puede ser escrita en términos del ángulo  $\theta$  que forma la magnetización con el eje fácil [Aharoni, 1996]:

$$E_a = -\frac{K_a}{M_s^2} \int (\vec{M} \cdot \hat{z})^2 dv, \quad (2.18)$$

donde  $\hat{z}$  es la dirección paralela al eje cristalográfico (eje fácil) y  $K_a$  es la constante de anisotropía. Podemos notar que si la magnetización esta orientada a lo largo del eje  $z$  la energía de anisotropía es mínima,  $E_a = -K_a V$ .

En nanoestructuras magnéticas, el campo desmagnetizante recibe el nombre de anisotropía de forma, el cual depende principalmente de la geometría del sistema. Esta anisotropía de forma es importante en sistemas policristalinos debido a que estos sistemas se puede considerar que su anisotropía magnetocristalina es cero. Un ejemplo claro de ello son los nanohilos magnéticos, la cual la magnetización se orienta en el eje perpendicular a las tapas de los nanohilos (eje fácil).

### 2.3.4. Energía Zeeman

Cuando se aplica un campo magnético externo a un material magnetizado, cada momento magnético dentro del material interactúa con aquel campo. La expresión que da cuenta de aquella interacción es:

$$E_z = -\mu_0 \int \vec{M} \cdot \vec{H} dV \quad (2.19)$$

Donde  $\vec{H}$  es el campo magnético externo. Se puede notar en esta ecuación que la energía es mínima cuando la magnetización del material es paralela al campo aplicado.

## 2.4. Dominios magnéticos

Como se mencionó anteriormente, la creación de los dominios magnéticos en una estructura ferromagnética se debe principalmente a la minimización de la energía magnetostática. Considerando de que en cada dominio magnético la magnetización es casi uniforme, se tiene que la magnetización del material ferromagnético será aproximadamente igual a

la suma de las magnetizaciones de todos los dominios magnéticos de forma individual. Cuando se aplica un campo magnético al material, la magnetización de los dominios cambiará en función de la intensidad del campo aplicado. Si este es lo suficientemente grande, hará que la muestra quede uniformemente magnetizada en la dirección del campo con una magnetización  $M_s$ .

La transición de la magnetización entre estos dominios debe ser paulatina, en caso contrario tendría un alto costo energético, es por ello que se crean paredes de dominio en donde la magnetización puede rotar. El número y ancho de las paredes dependerá de la contribución de las diferentes energías presentes en el material, tales como, anisotropía, intercambio, magnetostática y la energía de Zeeman. Es importante notar que en un material magnético la energía de intercambio precisa que la magnetización no varíe, lo cual requiere que la pared de dominio sea lo más ancha posible. Por otro lado, la anisotropía intenta orientar la magnetización en dirección de un eje energéticamente favorable, por lo tanto la rotación de la magnetización dentro de la pared debe darse en el menor ancho posible, puesto que cualquier rotación contribuirá a un aumento de esta energía. El equilibrio entre estas interacciones determina el ancho de la pared. En ausencia de un campo magnético externo, el ancho de la pared puede ser escrito como:

$$\Delta = \pi \sqrt{\frac{A}{K}} \quad (2.20)$$

En nanoestructuras magnéticas encontramos principalmente dos tipos de paredes de dominio: Pared tipo Bloch y pared tipo Néel, las cuales llevan asociada diferentes modos de rotaciones de los momentos magnéticos.

### 2.4.1. Pared de dominio del tipo Bloch y Néel

En la pared de dominio tipo Bloch, la magnetización rota paulatinamente en  $180^\circ$  de forma paralela al plano de la pared (Figura 2.9). Por otro lado, en la pared de dominio tipo Néel, la magnetización rota en  $180^\circ$  de forma perpendicular al plano de la pared [Kurti, 1988].

La pared tipo Bloch impide la creaciones de cargas magnéticas dentro de la pared ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$ ), las que a su vez dan a lugar a un campo desmagnetizante, en cambio, la pared tipo Néel crea cargas o polos magnéticos dentro de la pared, ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \neq 0$ ), por lo tanto lleva asociado un mayor costo energético.

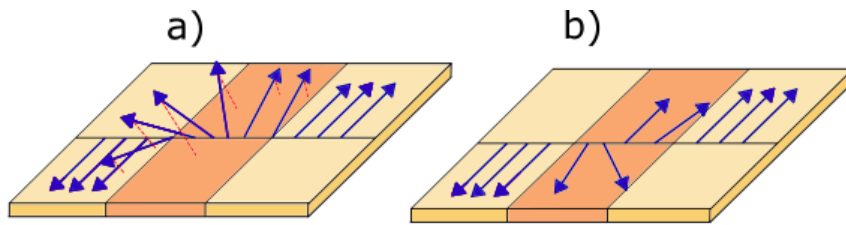


Figura 2.9: (a) Pared de dominio tipo Bloch. (b) Pared de dominio tipo Néel .

Cuando el espesor de la película se vuelve pequeño, de modo que el espesor de la película es del tamaño de la pared de dominio, la pared de tipo Néel se vuelve energéticamente favorable dado que la contribución del campo desmagnetizante depende fuertemente del espesor del material, es por ello que es común encontrar paredes de tipo Néel en películas delgadas y paredes del tipo Bloch para espesores mucho mayores que los tamaños de las paredes de dominio. Este comportamiento fue primeramente mostrado por Néel quien aproximó las paredes del tipo Bloch y Néel en películas delgadas a una pared cilíndrica con sección transversal elíptica (ver figura 2.10), para luego obtener una sencilla expresión del campo desmagnetizante de acuerdo a la magnetización contenida en cada pared [Kurti, 1988, Gerber et al., 1994].

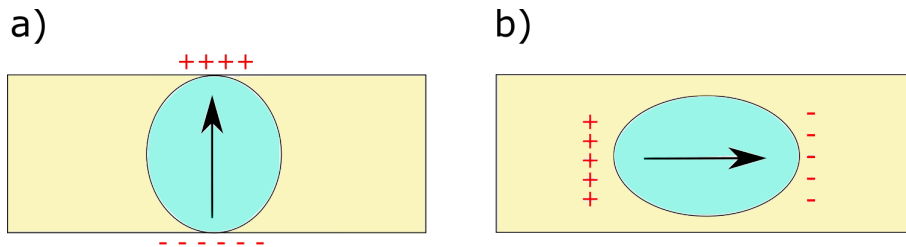


Figura 2.10: (a) Pared de dominio tipo Bloch y (b) pared de dominio tipo Néel, en películas delgadas.

Las expresiones de las energías magnetostáticas para las paredes del tipo Bloch,  $E_B$ , y Néel,  $E_N$ , son:

$$E_B = \frac{\pi \delta_a M_s^2}{\delta_a + D} \qquad E_N = \frac{\pi \delta_a^2 M_s^2}{\delta_a + D},$$

donde  $D$  representa el espesor de la película y  $\delta_a$  el ancho de la pared. Se observa que cuando  $D \rightarrow 0$  como en el caso de las películas delgadas, la energía magnetostática de la pared tipo Néel es menor.



Un punto relevante a destacar es que en esta tesis se estudiará un skyrmion del tipo Bloch debido a que la magnetización en el disco que vamos a estudiar cumple con  $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$ .

## Capítulo 3

# Formación de skyrmions en discos magnéticos

El nombre Skyrmion se asocia al físico británico Tony Skyrme, quien propuso un modelo de Skyrmions en el área de física de partículas con el objetivo de explicar la estabilidad de las partículas por sus propiedades topológicas [L. Y-Hua, 2014]. Esta última es un área de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades de objetos que son invariantes bajo transformaciones continuas, por ejemplo una esfera puede ser continuamente deformada en un cubo y viceversa. Además, el cubo puede ser deformado continuamente en una pirámide si es achatada gradualmente por los lados. El poder tener una esfera, cubo o pirámide haciendo una transformación continua hace que ellos sean topológicamente equivalentes. Transformaciones como cortar y adherir elementos a una geometría no están permitidos dentro de la definición, de este modo una esfera no es topológicamente igual a un toroide, dado que habría que crear un agujero en el centro [Liu et al., 2016].

Una configuración magnética del tipo skyrmion en un disco magnético puede ser visto como una proyección estereográfica en dos dimensiones de una esfera unitaria con configuración magnética con forma similar a un erizo, ver figuras 3.1.a y 3.1.b. En otras palabras, la magnetización en el polo norte de la esfera corresponde a la magnetización del borde del disco y la magnetización del polo sur de la esfera corresponde a la magnetización del núcleo del disco, ver figura 3.1.b-c. Entre el borde y núcleo del disco magnético la magnetización rota gradualmente y dependiendo de cómo rota la magnetización, el skyrmion puede ser del tipo Néel o Bloch. La diferencia entre skyrmion del tipo Néel y Bloch es que un skyrmion tipo Néel crea cargas magnéticas a través de la pared,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \neq 0$ , y su perfil de la magnetización posee una componente radial distinta de cero (figura 3.2.a), en cambio un skyrmion tipo Bloch no posee tal componente radial (figura 3.2.b) y no crea cargas magnéticas al interior de la pared,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0$ .

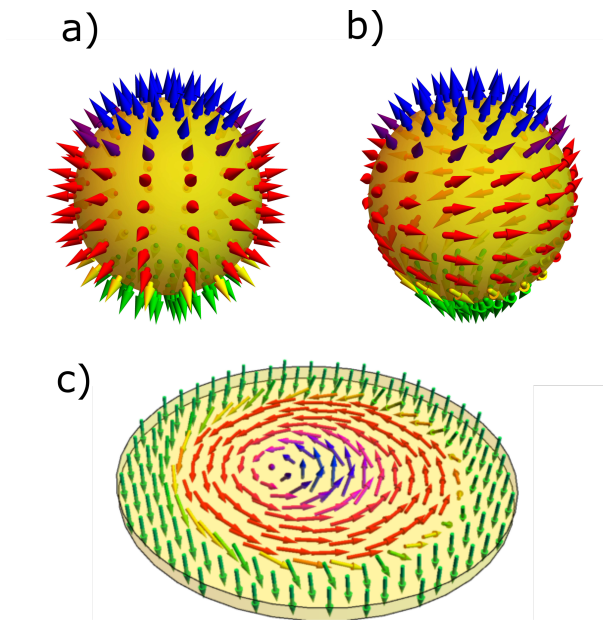


Figura 3.1: Proyección de una esfera con magnetización apuntando al exterior en forma de erizo hacia el plano. (a) y (b) Esfera con la magnetización apuntando al exterior en forma de erizo. (c) skyrmion tipo bubble. Imagen obtenida de [Pfleiderer, 2011]

Existen varios mecanismos para generar y estabilizar un skyrmion del tipo Néel o Bloch. Entre los mecanismos más relevantes encontramos la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) y la interacción de anisotropía magnética uniaxial. La primera se debe principalmente a una falta de simetría de inversión en materiales no centrosimétricos tales como  $MnSi$ ,  $FeGe$  y también puede ser inducida en la interface entre dos materiales en donde uno de ellos posee un fuerte acoplamiento de espín órbita (SOC), por ejemplo:  $Fe/Co$  y  $Ir/Co$ . La estabilización a través de la anisotropía se encuentra principalmente en materiales centrosimétricos o en sistemas formados por multicapas de materiales que inducen una fuerte anisotropía perpendicular a su superficie. Ambos métodos de estabilización llevan asociados diferentes tipos de skyrmion. DMI estabiliza skyrmion del tipo Néel y Bloch, mientras que la anisotropía magnética uniaxial estabiliza skyrmion del tipo Bloch. En la literatura también se le llama skyrmion del tipo Bubble a los skyrmion de tipo Bloch que son estabilizados con anisotropía magnética uniaxial.

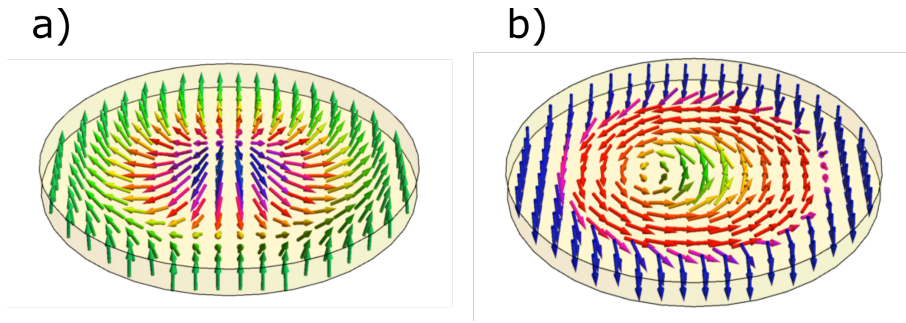


Figura 3.2: (a) Skyrmion tipo Néel. (b) Skyrmion tipo Bloch.

La configuración magnética tipo skyrmion se diferencia de otras configuraciones magnéticas a través de su número topológico, el cual se define como:

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \int \hat{m} \cdot \left( \frac{\partial \hat{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \hat{m}}{\partial y} \right) dx dy, \quad (3.1)$$

donde  $\hat{m}$  representa la magnetización normalizada  $\hat{m} = \vec{M}/M_s$

La integral es evaluada sobre la esfera unitaria y da cuenta de cuantas veces  $\hat{m}$  la envuelve. Esta integral vale uno para un skyrmion, independientemente si se utilizó DMI o anisotropía para su estabilización. De esta manera, un skyrmion no pueden ser deformado fácilmente en configuraciones magnéticas que tenga diferente número topológico como es el caso del estado uniforme, dominios de Néel, monodominios y vórtices, los cuales tienen  $N_{sk} = 0$ .

### 3.1. Interacción de Dzyaloshinskii-Moriya

La interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) se encuentra en sistemas donde se rompe la simetría de inversión, la que a su vez puede ser inducida por el acoplamiento de espín órbita. Este tipo de interacción se ha observado en aleaciones *B20* (*MnSi*, *FeGe*, etc) (DMI Bulk) y en la interface de sistemas de multicapas que poseen un alto SOC, tales como, *Co/Pt* y *Ir/Co* (DMI Interfacial) [Soumyanarayanan et al., 2016, Seki and Mochizuki, 2016].

La estabilización de un skyrmion en materiales no-centrosimétricos por medio de DMI Bulk se ha logrado sólo a bajas temperaturas o con ayuda de un campo magnético externo, en cambio, por medio de DMI interfacial se han estabilizado skyrmions del tipo Néel a temperatura ambiente, por lo tanto sólo se describirá esta última [Seki and Mochizuki,

2016, Soumyanarayanan et al., 2016].

En la figura 3.3 se muestra un material formado por capas de distintos materiales. La capa superior e inferior corresponden a un material que posee un alto acoplamiento de espín-órbita y la capa de al medio corresponde a un material magnético. DMI viene dado por la interacción de dos espines próximos en el material magnético ( $\vec{S}_1$  y  $\vec{S}_2$ ; o  $\vec{S}_3$  y  $\vec{S}_4$ ) con el átomo vecino del otro material, esto resulta en un vector  $\vec{D}_{ij}$  que es perpendicular a los dos (ver figura 3.3). Si DMI es suficientemente fuerte (del orden de la integral de intercambio), hará que los espines  $\vec{S}_i$  y  $\vec{S}_j$  roten alrededor de  $\vec{D}_{12}$  [Soumyanarayanan et al., 2016]. Además, es posible notar que  $\vec{D}_{12}$  y  $\vec{D}_{34}$  apuntan en la misma dirección, es por ello que agregar una segunda capa de un metal pesado refuerza la DMI.

El energía que da cuenta de DMI interfacial es:

$$E_{dm} = \sum_{ij} \vec{D}_{ij} \cdot (\vec{S}_i \times \vec{S}_j), \quad (3.2)$$

donde  $\vec{D}_{ij}$  es el vector de Dzyaloshinskii-Moriya para los átomos enlazados  $i$  y  $j$ . Su valor depende de las propiedades de cada material y su dirección del ordenamiento atómico de la nanoestructura.

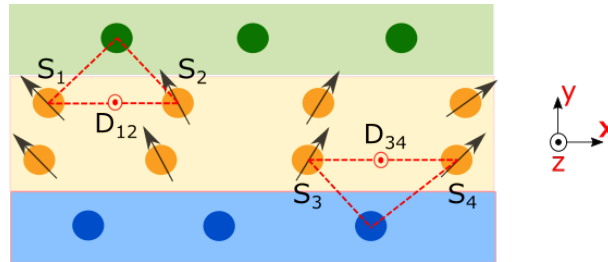


Figura 3.3: DMI inducida por el acoplamiento de un material magnético con dos materiales con un alto SOC.  $\vec{D}_{12}$  y  $\vec{D}_{34}$  apuntan en el mismo sentido y dirección  $+\hat{z}$ .

Este tipo de interacción puede inducir estructuras de espín quirales como skyrmion, paredes del dominio tipo Néel, etc. Los skyrmions de tipo Néel han sido estabilizados a temperatura ambiente en ausencia de un campo magnético externo en sistemas compuestos por multicapas que poseen un alto acoplamiento de espín-órbita. Esto último es posible cuando se aumenta la magnitud de DMI del sistema [Finocchio et al., 2016, Seki and Mochizuki, 2016]. Por otra parte, estos skyrmions son menos propensos a interactuar con los defectos del material, poseen tamaños menores a 100 nm, pueden ser movidos por

densidades de corrientes del orden de  $10^6$  A/m<sup>2</sup> [Fert et al., 2013] y pueden ser obtenidos en medios conductores lo que permite el uso de técnicas como el efecto Hall para su detección [Soumyanarayanan et al., 2016].

## 3.2. Burbujas magnéticas

Una burbuja magnética es un dominio cilíndrico que se forma en una nanoestructura magnética por la presencia de un campo magnético. Estas burbujas tienen la propiedad de que la dirección de la magnetización en su interior se opone a la dirección del campo magnético (ver figura 3.4.a) [Seki and Mochizuki, 2016]. La creación de estos dominios con forma cilíndrica es debido a la reducción de la energía magnetostática que llevan asociado, dado que permite que esta rote en  $180^\circ$  [Eschenfelder, 1981].

Para la formación de la burbuja, la magnetización de la nanoestructura debe estar orientada mayoritariamente fuera del plano, por ende, la contribución de la energía de anisotropía debe ser mayor que la contribución de la energía magnetostática. Es por ello, que es útil definir el factor de calidad  $Q$  que relaciona estas dos cantidades [Eschenfelder, 1981, Gilbert et al., 2015], en unidades cgs, como:

$$Q = \frac{K_a}{2\pi M_s^2} \quad (3.3)$$

- Si  $Q < 1$  la energía magnetostática es predominante por lo que la magnetización se orienta en el plano.
- Si  $Q > 1$  la energía de anisotropía es mayor que la energía magnetostática por lo que la magnetización se orientara fuera del plano.

En general se requiere  $Q \geq 1$  para que la nanoestructura permita la creación y estabilización de dominios de tipo burbuja, pero esta condición no es válida para nanoestructuras formadas por multicapas que inducen una fuerte anisotropía magnética perpendicular (PMA). Esto se debe a que el acoplamiento sucesivo de capas lleva a una reorientación de la magnetización desde el plano hacia fuera del plano.

En ausencia de un campo magnético externo, películas con PMA tendrán dominios magnéticos con magnetización apuntando fuera del plano en donde los dominios magnéticos tienen formas de tiras o de serpentinas (stripes domains), lo cual se debe a la competencia entre la anisotropía y la interacción magnetostática del material [Malozemoff and Slonczewski, 1979, Montoya et al., 2017, Seki and Mochizuki, 2016]. Cuando se aplica un campo magnético perpendicular a la película magnética, se ejerce una *presión* sobre los dominios que tienen una magnetización antiparalela al campo, la cual hace que las paredes se desplacen y den como resultado uno o varios dominios cilíndricos (ver figura 3.4.a).

El campo magnético aplicado debe ser mayor a  $\frac{2}{M_s}(K_a - 2\pi M_s^2)$ , que es la diferencia entre la contribución de la energía de anisotropía y magnetostática, para la formación de la burbuja, si este es menor la burbuja magnética no se formará [Cape and Lehman, 1971].

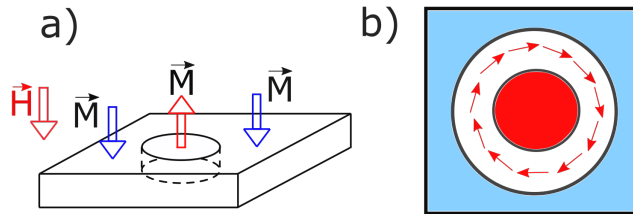


Figura 3.4: (a) Burbuja magnética que se forma al crearse un dominio cilíndrico debido a la presencia de un campo magnético externo. (b) skyrmion tipo Bubble.

Las burbujas magnéticas pueden ser nucleadas y movidas a través de campos magnéticos y pulsos de corrientes. Se ha demostrado que estas pueden ser estabilizadas, de forma aislada, a temperatura ambiente a través de pequeños campos magnéticos [Cape and Lehman, 1971, Yamane and Sinova, 2016].

### 3.2.1. Skyrmion en materiales centro-simétricos y en discos con anisotropía uniaxial fuera del plano

Existen algunos materiales que exhiben una anisotropía uniaxial que pueden ser usados para la creación de burbujas magnéticas, como es el caso de las películas epitaxiales de ortoferrita  $RFeO_3$  y algunas estructuras cristalinas de granate como  $RFe_5O_{12}$  (en este se induce la anisotropía uniaxial cuando se hace crecer el cristal) [Gomonay and Lukyanchuk, 2014] [Seki and Mochizuki, 2016]. Además, es posible inducir una anisotropía uniaxial en materiales formados por multicapas alternadas de materiales ferromagnéticos y metales pesados (alto SOC), tales como,  $Co/Pt$  y  $Co/Pd$ .

La ventaja de inducir una anisotropía uniaxial frente a las ortoferritas y estructuras de granates se debe a que estas estructuras son aislantes, lo cual limita las aplicaciones en donde estos se ven involucrados, en cambio, sistemas formados por multicapas pueden ser conductores lo cual facilitaría el uso de corrientes y algunas técnicas de mediciones como el efecto hall anómalo [Soumyanarayanan et al., 2016]. En este tipo de sistemas la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya no está presente, por lo que la formación de un skyrmion de tipo Bubble se lleva a cabo mediante la competencia de las energías de anisotropía, magnetostática y de intercambio. La anisotropía intenta rotar la magnetización

en dirección fuera del plano, lo cual se ve impedido debido a la presencia de cargas superficiales que contribuyen a la interacción magnetostática. Esto último da como resultado los dominios tipos serpentina o stripe [Seki and Mochizuki, 2016].

En la figura 3.4.b se muestra una lámina delgada que posee en su interior una burbuja magnética. Esta burbuja fue creada por un campo magnético aplicado hacia el interior de lámina. El color azul indica que la magnetización se orienta hacia adentro de la película y el color rojo hacia afuera del plano. La configuración magnética mostrada anteriormente correspondiera a un skyrmion del tipo Bloch sólo cuando el tipo de pared que conforma el dominio cilíndrico es del tipo Bloch, es decir, la magnetización en la pared no tiene componente radial [Seki and Mochizuki, 2016, Liu et al., 2016].

Si se aplica un campo magnético perpendicular al plano de un disco que posee un skyrmion tipo Bubble, este modifica el tamaño del núcleo y borde, pero no induce un movimiento. Para poder mover el skyrmion mediante un campo magnético externo, este se debe aplicar a través de pulsos o de manera no uniforme (gradiente), de lo contrario, dada la simetría de rotación de la magnetización, el campo sólo deformará el perfil de la magnetización [Seidel, 2016].

Si bien se necesita un campo para crear la burbuja, existen trabajos teóricos que indican que un skyrmion tipo Bubble en discos magnéticos pueden ser estabilizados a temperatura ambiente en ausencia de un campo magnético externo. Novais et al. observó que discos que poseen anisotropía uniaxial perpendicular al plano, para ciertos rangos de anisotropía, se formaban vórtices que poseían en el borde una componente de la magnetización normal a la superficie opuesta a como estaba en el núcleo del vórtice [Novais et al., 2011], y además, las configuraciones magnéticas observadas eran estables en ausencia de un campo externo. Para describir y analizar aquella configuración magnética, se utilizó un modelo sobre el perfil de la magnetización 3.4, para luego realizar un estudio en base a cálculos analíticos y numéricos para las distintas configuraciones magnéticas existentes en discos con anisotropía uniaxial. El perfil de la magnetización usada fue:

$$m_z(\rho) = \begin{cases} (1 - \frac{\rho^2}{b^2})^4 & 0 < \rho \leq b \\ 0 & b < \rho \leq R - c \\ -g(1 - \frac{(R - \rho)^2}{c^2})^4 & R - c < \rho \leq R, \end{cases} \quad (3.4)$$

donde  $b$  es el tamaño núcleo del skyrmion,  $c$  el tamaño del borde del skyrmion,  $g$  podía tomar el valor  $[0, 1]$  y  $R$  es el radio del disco. En este perfil se observa que las magnetizaciones en las regiones  $[0, b]$  y  $[R - c, R]$  están orientada de forma antiparalela. De los resultados presentados en aquel artículo, se observa que la ecuación 3.4 reproduce en gran parte el comportamiento de los resultados obtenidos a través de experimentos y simulaciones numéricas en OOMMF. Además, es posible destacar que la presencia de



anisotropía modifica el diagrama de fase que posee un disco magnético, dando la posibilidad de que exista una nueva configuración magnética denominada actualmente como skyrmion tipo Bloch o skyrmion tipo Bubble producto de que el disco tenga una anisotropía magnética uniaxial perpendicular a éste.

Guslienکو hizo un estudio energético de la configuración magnética de un skyrmion tipo Bubble en discos con anisotropía magnética uniaxial utilizando un ansatz del modelo sigma no lineal [Guslienکو, 2015]:

$$m_z(\rho) = \frac{y^2 - \rho^2}{y^2 + \rho^2}, \quad (3.5)$$

con  $0 \leq \rho \leq 1$  y donde  $y = b_g/R$  es el radio del núcleo normalizado tal que  $m_z(\rho = b_g) = 0$  (observese que  $m_z = 0$  solo en  $\rho = b_g$ ). A través de aquel modelo pudo determinar una región de anisotropía en donde tal configuración existe en ausencia de un campo magnético externo, como también muestra un comportamiento del tamaño del núcleo del skyrmion al variar la anisotropía. En dicho comportamiento, el tamaño del núcleo del skyrmion disminuye al aumentar la anisotropía. Por otra parte, este modelo no considera las regiones de anisotropías cercanas a la transición vórtice-skyrmion, por lo que hay una región amplia de anisotropía por determinar donde la configuración del tipo skyrmion es estable en este tipo de discos magnéticos. La razón del porque el modelo de Guslienکو no se puede determinar estas regiones es porque el modelo no considera la posibilidad de que exista una región en el disco con componente en z de la magnetización igual a cero, es decir, el perfil de la magnetización no considera la región  $b < \rho \leq R - c$  de la ecuación 3.4.

Actualmente existen evidencias experimentales que muestran arreglos de skyrmions, como también de un skyrmion aislado en sistemas formados por multicapas que posee anisotropía magnética uniaxial perpendicular a estas capas. Stebliy et al. observaron skyrmions del tipo Bubble en discos de *Co/Ni* (250 nm de diametro y 9,5 nm de altura) mediante la aplicación de campos magnéticos de diferentes magnitudes ( $< 100$  mT) [Stebliy et al., 2015]. Los resultados fueron visualizados y corroborados a través de imágenes MFM y simulaciones en OOMMF. Gilbert et al. mostraron que es posible estabilizar redes de skyrmions tipo Bubble a temperatura ambiente en ausencia de un campo magnético externo, en este caso, los discos de *Pd/Co* fueron depositados sobre un sustrato con PMA para luego usar campos magnéticos con la finalidad de inducir tal configuración [Gilbert et al., 2015]. De forma similar, Streubel et al. mostraron que es posible inducir diferentes estructuras topológicas (skyrmion o vórtice, entre otros) en sistemas conformados por capas de *Co/Pd* intercaladas por capas de permalloy [Streubel et al., 2015]. También Montoya et al. estudiaron sistemas compuestos por multicapas de *Fe/Gd* de diferente espesor [Montoya et al., 2017]. Ellos observaron que en ausencia de un campo magnético externo, la nanoestructura presenta mayoritariamente dominios de tipo serpentina separadas por paredes del tipo Bloch. Al aplicar un campo magnético externo sobre los dominios que estaban magnetizados de forma antiparalela a éste, los dominios de tipo serpentina colapsaban en dominios

cilíndricos, dando lugar a redes de skyrmion. Estas redes fueron posibles de crear en un amplio rango de temperatura, entre 220 y 300 K para una película compuesta de  $Fe(0, 34 \text{ nm})/Gd(0, 4 \text{ nm}) \times 80$ .

Algunos de los efectos de la topología de los skyrmion tipo Bubble fueron observados por Li et al [Li et al., 2014]. En aquel trabajo, se estabilizaron burbujas magnéticas con diferentes números topológicos,  $N = 0$  y  $N = 1$ , en discos magnéticos. La principal diferencia entre estas configuraciones es la distribución de la magnetización a lo largo de la pared. En la figura 3.5.a se muestra una burbuja cuyo núcleo y borde están magnetizados en la misma dirección y en la figura 3.5.b se muestra una burbuja cuyo núcleo y borde están magnetizados de forma antiparalela. Esta diferencia hace que la integral 3.1 sea diferente para ambos casos. Dado los diferentes números topológicos que pueden presentar las burbujas magnéticas, las que tienen un número topológico  $N = 0$  pueden ser deformado en el estado uniforme bajo pequeñas deformaciones, mientras que burbujas (skyrmion tipo Bloch) con  $N = 1$  no puede ser deformado al estado uniforme mediante pequeñas deformaciones. Además, Li et al. mostraron que se requiere un campo magnético adicional para crear o deformar skyrmion con  $N = 1$  con respecto a burbujas que poseen  $N = 0$ , por ejemplo, para una burbuja que posee  $N = 0$  se requiere un campo magnético de 110 Oe para deformarlo en el estado uniforme, mientras que, para un skyrmion tipo Bubble con  $N = 1$  se requiere un campo magnético de 160 Oe.

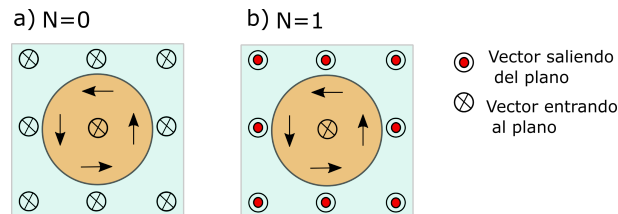


Figura 3.5: Skyrmion con diferentes números topológicos. (a)  $N = 0$  y (b)  $N = 1$ . Imagen obtenida de [Li et al., 2014]

Skyrmion tipo Bubble pueden ser nucleados, eliminados y movidos a través de campos magnéticos y pulsos de corrientes, lo cual abre grandes posibilidades para su uso en dispositivos espintrónicos. Actualmente, no se cuenta con un modelo teórico acabado que permita predecir bajo que parámetros geométricos y magnéticos existe tal configuración, lo cual puede significar un costo monetario y temporal adicional para los investigadores que deseen estudiar, obtener y estabilizar tal configuración magnética en discos.

## Capítulo 4

# Configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch en un disco debido a una anisotropía uniaxial magnética perpendicular al plano del disco

En este capítulo se analiza la dependencia de los parámetros magnéticos y geométricos que conforman un skyrmion tipo Bubble ideal en un disco magnético en función de la anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de éste. El estudio se hizo en base a un modelo analítico propuesto por Novais et al. [Novais et al., 2011], el cual contiene una serie de parámetros que fueron determinados a través de la minimización de la energía micromagnética del sistema.

### 4.1. Introducción

Recientemente el estudio de la configuración magnética del tipo skyrmion en diferentes nanoestructuras tales como discos o películas delgadas ha tenido un gran auge. Esto es debido a las potenciales aplicaciones que se le asocian en el área de almacenamiento de información de alta densidad y espintrónica, entre otros [Zhang et al., 2015a, Zhang et al., 2015b, Fert et al., 2013, Iwasaki et al., 2013, Sampaio et al., 2013]. Una configuración magnética del tipo skyrmion puede ser vista como una proyección estereográfica en dos dimensiones de una esfera unitaria con magnetización apuntando al exterior con forma de erizo [Pfleiderer, 2011], de este modo, el núcleo del skyrmion es formado por la parte inferior de la esfera (Polo sur) y el borde por la parte superior de la esfera, ver figura 3.1.

Para crear y estabilizar dicha configuración magnética es necesario incluir la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya [Fert et al., 2013, Rohart and Thiaville, 2013] o mediante

la introducción de una anisotropía magnética uniaxial [Novais et al., 2011, Garcia et al., 2010, Guslienko, 2015]. Estos métodos llevan asociados dos tipos de skyrmion: skyrmion tipo Néel y skyrmion tipo Bloch. En la configuración tipo Néel, el perfil magnético tiene una componente magnética en la dirección radial diferente de cero, en cambio, la configuración tipo Bloch no posee aquella componente magnética radial. Un skyrmion tipo Bloch puede ser estabilizado mediante la anisotropía magnética uniaxial [Novais et al., 2011, Guslienko, 2015, Gilbert et al., 2015], en cambio, en el skyrmion tipo Néel se necesita introducir la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya [Sampaio et al., 2013, Rohart and Thiaville, 2013]. En la literatura, se le llama skyrmion de tipo Bubble a un skyrmion de tipo Bloch formado mediante una anisotropía magnética uniaxial.

El estudio de skyrmions en nanodiscos formados a través de la introducción de anisotropía magnética uniaxial se ha vuelto importante, dado que se han podido crear experimentalmente arreglos de discos magnéticos con anisotropía que poseen dicha configuración para valores de anisotropía del orden de  $400 \text{ kJ/m}^3$  [Sun et al., 2013]. Novais et al. Observó discos magnéticos con anisotropía del orden de  $375 \text{ kJ/m}^3$  que poseen una configuración magnética del tipo vórtice, pero en el borde la magnetización tenía una componente no nula en  $z$  y sentido opuesto a como esta la magnetización del núcleo del vórtice [Novais et al., 2011]. Guslienko a través de un ansatz de la solución del modelo sigma no lineal, también observó que es posible obtener un skyrmion en un disco con anisotropía magnética uniaxial. Además, él observó que a medida que se aumenta el valor de la anisotropía magnética uniaxial, el tamaño del núcleo del skyrmion decrece [Guslienko, 2015]. Sin embargo, este modelo no estudia como se comporta un skyrmion tipo Bubble cuando esta en regiones de anisotropías cercanas a la transición vórtice-skyrmion.

A continuación se procederá a estudiar la configuración magnética tipo skyrmion en discos con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco. En primera instancia, se obtienen las expresiones que definen las energías asociadas a la formación de las distintas configuraciones magnéticas existentes en discos con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de éste. Además, se mostrará la región de anisotropía en donde vive el skyrmion y como cambia el perfil de la magnetización dependiendo del valor de la anisotropía. También, se mostrará la dependencia del núcleo del skyrmion en función del radio del disco para una determinada constante de anisotropía. Por último, se mostrarán diagramas de fases para ayudar en la obtención de skyrmion en estos discos magnéticos.

## 4.2. Configuraciones magnéticas en discos

Para estudiar las diferentes configuraciones magnéticas presentes en un disco magnético de radio  $R$ , altura  $L$  y que posee una anisotropía magnética uniaxial  $K_a$ , es necesario utilizar un modelo en donde la distribución discreta de los momentos magnéticos es reemplazada por una continua definida por  $\vec{M}(\vec{r})$ , tal que,  $\vec{M}(\vec{r})\delta v$  constituye los momentos

magnéticos dentro de un volumen  $\delta v$  centrado en  $\vec{r}$ . Este diferencial de volumen debe ser suficientemente grande para contener una gran cantidad de momentos magnéticos y debe ser suficientemente pequeño de forma que las variaciones de la magnetización sean pequeña a lo largo de este volumen.

Landeros et al. mostró que un disco magnético puede presentar tres configuraciones de la magnetización: vórtice, fuera del plano y en el plano [Landeros et al., 2005]. Si al disco magnético se le introduce una anisotropía uniaxial perpendicular al plano, este presenta una nueva configuración magnética: skyrmion tipo Bubble. La existencia o viabilidad de estas configuraciones queda condicionada por la energía interna del sistema, la cual depende generalmente de la geometría y del material magnético. La configuración magnética que poseerá el disco será la configuración de menor energía, es por ello, que se debe buscar la región en donde la energía de la configuración magnética del tipo skyrmion sea la menor a las otras configuraciones.

En ausencia de campo magnético externo, la energía micromagnética de un disco magnético esta dada por la suma de la energías de anisotropía ( $E_a$ ), intercambio ( $E_{ex}$ ) y magnetostática ( $E_M$ ) [Aharoni, 1996]. La competencia entre estas interacciones dan lugar a las distintas propiedades y configuraciones magnéticas, por ejemplo, la interacción magnetostática que es de largo alcance da lugar a la existencia de dominios magnéticos, vórtices, etc [Garel and Doniach, 1982]. Es por ello que al momento de estudiar la magnetización en una nanoestructura debemos considerar todas las interacciones.

#### **4.2.1. Configuración magnética tipo vórtice**

La configuración tipo vórtice se muestra en la figura 4.1. En aquella figura se pueden distinguir dos regiones: el núcleo que es donde la magnetización está orientada de forma perpendicular al plano del disco y la region externa al núcleo donde la magnetización se encuentra rotando en el plano alrededor del núcleo. La transición entre estas dos regiones no es abrupta dado que energéticamente tendría un costo muy alto debido a la interacción de intercambio, es por ello que se crean paredes de dominio en donde la magnetización puede rotar paulatinamente minimizando la energía.

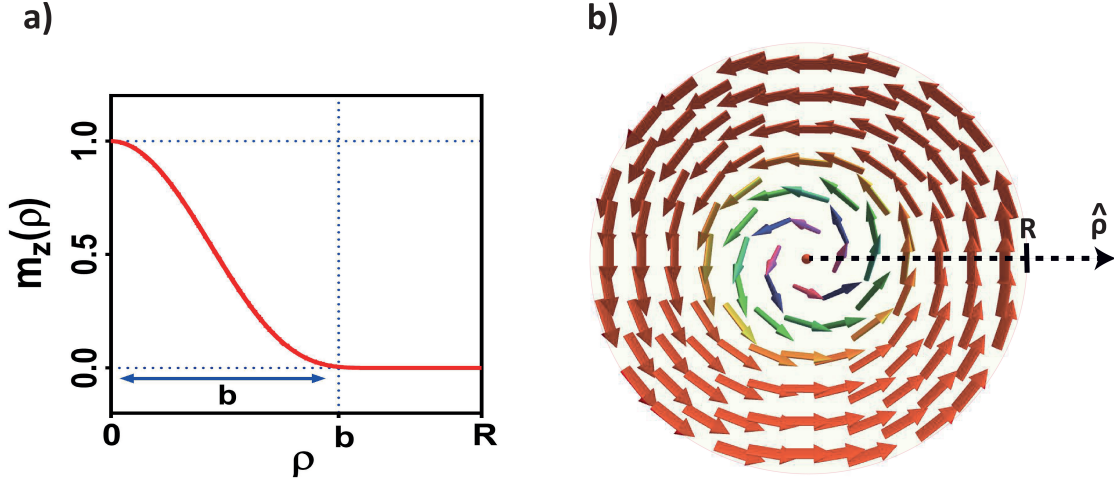


Figura 4.1: (a) Perfil de la magnetización de una configuración magnética tipo vórtice. (b) Orientación de la magnetización de una configuración magnética tipo vórtice

Para estudiar esta configuración magnética es conveniente escribir la magnetización en un disco de la siguiente forma:

$$M(\vec{r}) = M_s m_\phi(\rho) \hat{\phi} + m_z(\rho) \hat{z}. \quad (4.1)$$

donde  $M_s$  representa la magnetización de la saturación. La ecuación 4.1 esta sujeta a la condición:

$$m_z^2(\rho) + m_\phi^2(\rho) = 1, \quad (4.2)$$

con  $m_z(\rho)$  representa el perfil de la magnetización a estudiar. En este caso se utilizó un perfil  $m_z(\rho)$  dado por Landeros et al. usando  $n = 4$  [Landeros et al., 2005], es decir,

$$m_z(\rho) = \begin{cases} (1 - \frac{\rho^2}{b_v^2})^4 & 0 < \rho \leq b_v \\ 0 & b < \rho \leq R, \end{cases} \quad (4.3)$$

donde  $b_v$  representa el tamaño del núcleo del vórtice. La figura 4.1 muestra la magnetización en  $\hat{z}$  en función de  $\rho$ . En dicha figura se observa que la región  $[0, b]$ , la magnetización tiene componente en  $z$  y esta disminuye gradualmente a medida que crece  $\rho$ .

La energía total de la configuración tipo vórtice  $E_V$  esta dado por la suma de las energías de anisotropía  $E_{V,A}$ , intercambio  $E_{V,Int}$  y magnetostática  $E_{V,M}$ . Cada una de estas energías es obtenida al reemplazar el perfil de la magnetización en las ecuaciones correspondientes a cada interacción.

$$E_V = E_{V,A} + E_{V,Int} + E_{V,M} \quad (4.4)$$

Cada término de energía de la ecuación 4.4 corresponde a:

$$E_{V,A} = -2\pi L K_a b_v^2 / 18, \quad (4.5)$$

$$E_{V,Int} = 2\pi L A \left( \ln\left(\frac{R}{b_v}\right) + \frac{1}{2}\mathcal{H}(8) - 4\mathcal{H}\left(\frac{-1}{8}\right) \right), \quad (4.6)$$

$$E_{M,V} = \pi\mu_0 M_s^2 b_v^2 \left( \frac{3}{1000} - \frac{b}{100L} F[4, b/L] \right), \quad (4.7)$$

Donde  $F[b, L]$  como la función hipergeométrica generalizada cuya expresión esta definida por:

$$F[n, w] = {}_p F_Q[\{1/2, 1, 3/2 + n\}, \{n + 2, 2n + 3\}, -4w^2], \quad (4.8)$$

y  $\mathcal{H}(z)$  es la función de número armónico definida por:

$$\mathcal{H}(z) = \int_0^1 \frac{1 - x^z}{1 - x} dx \quad (4.9)$$

Para obtener la real energía de las configuración magnética del tipo vórtice, se debe de minimizar la energía total del sistema, ecuación 4.4, en función del parametro  $b_v$ , dejando fijos los parámetros  $R$ ,  $L$  y  $K_a$ .

#### 4.2.2. Configuración magnética fuera del plano

La configuración magnética en donde la magnetización esta orientada perpendicular al plano del disco, o en la dirección del eje del disco, puede ser obtenida reescribiendo la ecuación 4.1, de modo que,  $\vec{M}(\vec{r}) = M_s \hat{z}$ . Con esta forma de la magnetización, se esta considerando que el disco esta uniformemente magnetizado en la dirección  $\hat{z}$ , por lo tanto, sólo contribuye a la energía total la interacción magnetostática y la anisotropía.

La energía total para esta configuración puede ser escrita como [Landeros et al., 2005]:

$$E_{Out} = \frac{1}{2}\mu_0 M_s^2 \left( 1 - {}_2F_1[-1/2, 1/2, 2, -(2R/L)^2] + \frac{8R}{3\pi L} \right) - K_a \pi R^2 L, \quad (4.10)$$

donde  $F[x, y, z, w]$  es la función hipergeométrica.

Notamos que  $E_{Out}$  depende linealmente de la anisotropía, por lo que se puede esperar que para valores grandes de anisotropía esta configuración sea de menor energía.

### 4.2.3. Configuración magnética en el plano

En esta configuración, el sistema está saturado en donde la magnetización se encuentra orientado en el plano del disco, es decir, la magnetización no posee componente  $\hat{z}$ . Procediendo de forma similar a la configuración magnética fuera del plano, reescribimos la magnetización, de modo que,  $\vec{M}(\vec{r}) = M_s \hat{x}$ . En este caso sólo contribuye la interacción magnetostática a la energía total. De esta forma podemos escribir la energía asociada a esta configuración como [Landeros et al., 2005]:

$$E_{IN} = \frac{\mu_0 M_s^2}{4} [{}_2F_1[-1/2, 1/2, 2, -(2R/L)^2] - \frac{8R}{3\pi L}]. \quad (4.11)$$

Podemos notar que esta energía depende sólo de  $R$  y  $L$ . Si consideramos un disco magnético sin anisotropía magnética perpendicular y además imponemos la condición  $R \gg L$ , se puede esperar que esta configuración prevalezca sobre las demás configuraciones magnéticas.

### 4.3. Configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch

El estudio realizado se basó en un skyrmion ideal formado en un disco de radio  $R$  y altura  $L$  que posee una anisotropía uniaxial perpendicular al plano de éste, con  $K_a > 0$ . El perfil de la magnetización utilizado para describir la magnetización se obtuvo a partir de un ansatz dado por Novais et al 4.2.

$$m_z(\rho) = \begin{cases} (1 - \frac{\rho^2}{b^2})^4 & 0 < \rho \leq b \\ 0 & b < \rho \leq R - c \\ -(1 - \frac{(R - \rho)^2}{c^2})^4 & R - c < \rho \leq R, \end{cases} \quad (4.12)$$

donde  $b$  es el tamaño del núcleo (la magnetización está orientada en el eje del disco) y  $c$  el tamaño del borde (la magnetización está en el mismo sentido que el núcleo pero en dirección opuesta), ver 4.2. Además, se usó  $g = 1$  en ecuación 3.4 debido a que se está estudiando un skyrmion ideal.



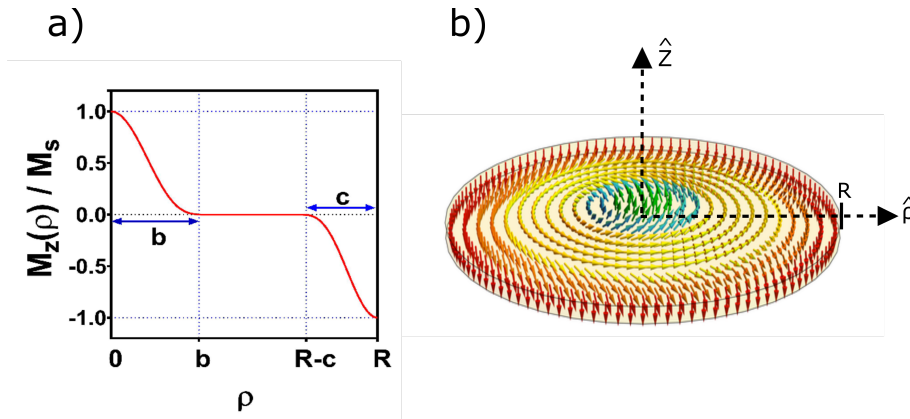


Figura 4.2: (a) Perfil magnético dado por Novais et al. en función de  $\rho$ . (b) Configuración magnética del tipo skyrmion en un disco de radio  $R$ .

### 4.3.1. Energías involucradas en el sistema

La energía total de la configuración de un skyrmion,  $E_s$ , está dado por la suma de las energías de anisotropía  $E_{S,A}$ , intercambio  $E_{S,EX}$  y magnetostática  $E_{S,M}$ , es decir,

$$E_s = E_{S,A} + E_{S,ex} + E_{S,M} \quad (4.13)$$

#### 4.3.1.1. Energía de anisotropía

La energía de anisotropía para el perfil magnético utilizado en la ecuación 4.12 es:

$$E_{S,A} = -2\pi K_a L \left( \frac{b^2}{18} - \frac{c^2}{18} + \frac{32768}{109395} cR \right). \quad (4.14)$$

En esta ecuación podemos notar que el primer término corresponde a la energía de anisotropía para una configuración tipo vórtice, cuyo núcleo tiene tamaño  $b$ .

#### 4.3.1.2. Energía de Intercambio

La expresión que define la energía de intercambio para la configuración tipo skyrmion se muestra a continuación:

$$E_{S,ex} = E_{V,EX}(b, R - c, L) + 2\pi LA \int_{R-c}^R f(\rho) \rho d\rho, \quad (4.15)$$

donde  $E_{V,EX}(b, R-c, L)$  es la energía de anisotropía de un disco magnético de radio  $R-c$  que posee una configuración magnética del tipo vórtice con el tamaño del núcleo igual a  $b$ .  $f(\rho)$  es una función dependiente sólo de  $\rho$  dada por:

$$f(\rho) = \frac{64(\zeta(\rho)^2 - 1)^6 \zeta(\rho)^2}{c^2(1 - (\zeta(\rho)^2 - 1)^8)} + \frac{1 - (\zeta(\rho)^2 - 1)^8}{\rho^2}, \quad (4.16)$$

donde  $\zeta(\rho) = (R - \rho)/c$ .

### 4.3.1.3. Energía magnetostática

La interacción magnetostática puede ser escrita en términos del potencial magnetostático  $E_M = \frac{\mu_0}{2} \int \vec{M}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla} U(\vec{r}) \delta v$ . Para el funcional de la magnetización (ecuación 4.1) no existen cargas volumétricas ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{M}(\vec{r}) = 0$ ), luego la energía magnetostática puede ser escrita como:

$$E_{S,M} = \pi \mu_0 M_s^2 \int_0^\infty dq [F_1(q, b) + F_2(q, c, R)]^2 (1 - e^{-Lq}), \quad (4.17)$$

donde las funciones  $F_1(q, b)$  y  $F_2(q, c, R)$  están dados por:

$$F_1(q, b) = \int_0^b \rho J_0(q\rho) m_z(\rho) d\rho = \frac{384 J_5(bq)}{b^3 q^5} \quad (4.18)$$

$$F_2(q, c, R) = \int_{R-c}^R \rho J_0(q\rho) m_z(\rho) d\rho \quad (4.19)$$

Para obtener la real energía de la configuración magnéticas del tipo skyrmion, se debe de minimizar la energía total del sistema, ecuación 4.13, en función de los parámetros  $b$  y  $c$ , dejando fijos los parámetros  $R$ ,  $L$  y  $K_a$ .

Estos cálculos fueron publicados en el artículo "Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots" por M. A. Castro y S. Allende en la revista Journal of Magnetism and Magnetic Materials 417, 344 (2016).

## 4.4. Resultados y discusiones

### 4.4.1. Dependencia del núcleo y borde del skyrmion con respecto a la anisotropía magnética

Se evaluaron las energías de las cuatro configuraciones magnéticas antes mencionadas para un disco de radio  $R = 400$  nm, altura  $L = 15$  nm y longitud de intercambio

$L_{ex} = \sqrt{2A/\mu_0 M_s^2} = 5,3$  (Permalloy), con el propósito de encontrar un rango de anisotropía uniaxial en el cual la configuración magnética del tipo skyrmion es la de menor energía. En la figura 4.3 se muestra la dependencia de las energías de las cuatro configuraciones: vórtice, skyrmion, fuera del plano y en el plano en función de la anisotropía. En esta figura es posible observar que para los valores de anisotropía entre  $348,2 \text{ kJ/m}^3$  y  $455,6 \text{ kJ/m}^3$  la configuración del tipo skyrmion es la de menor energía. En consecuencia, esta configuración puede existir en esta determinada región. Luego se puede estudiar la dependencia de los parámetros magnéticos del skyrmion, definido en la ecuación 4.12, en función de la anisotropía magnética uniaxial. Además, si se disminuye la anisotropía de  $348,2 \text{ kJ/m}^3$ , la configuración del tipo vórtice pasa a ser la de menor energía. Estos resultados son acordes a los mostrados por Landeros et al. para un disco de radio  $R = 400 \text{ nm}$  y altura  $L = 15 \text{ nm}$  [Landeros et al., 2005]. Por otro lado, si se aumenta la anisotropía a valores superiores de  $455,6 \text{ kJ/m}^3$ , la configuración magnética fuera del plano toma lugar, lo que es convincente dado que se esta forzando a la magnetización a rotar a un eje preferencial.

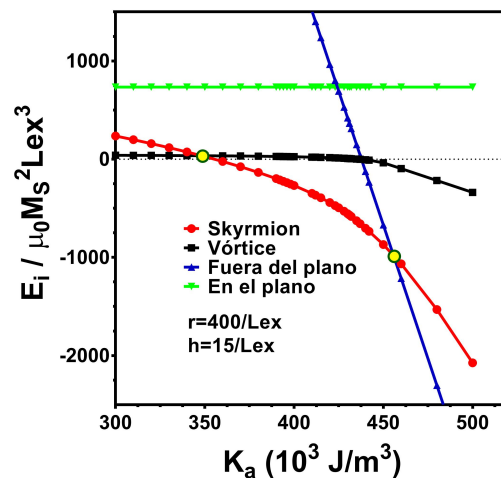


Figura 4.3: Energía magnética de un disco en función de la anisotropía magnética para las cuatro configuraciones magnéticas: vórtice, skyrmion, fuera del plano y en el plano. La región delimitada por los círculos amarillos es la región en donde la configuración del tipo skyrmion es la de menor energía.

En la región donde vive el skyrmion, se puede estudiar la dependencia del núcleo y el borde del skyrmion con respecto a la anisotropía. Los resultados son mostrados en la figura 4.4.a. Se puede observar un comportamiento no monótono del tamaño del núcleo en función de la anisotropía y un comportamiento monótono del tamaño del borde en función de la anisotropía uniaxial, ver figura 4.4.a. Este comportamiento se debe a una condición

implícita mostrada en la ecuación 4.12,  $R \geq b + c$ .

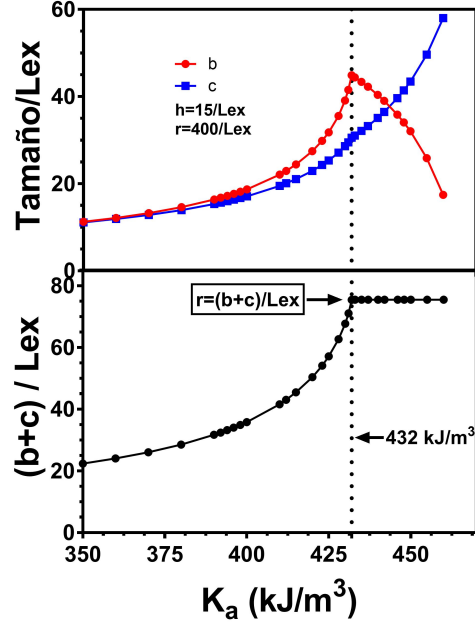


Figura 4.4: Tamaño del núcleo  $b$  y borde  $c$  del skyrmion en función de la anisotropía perpendicular. a) Ilustración de la dependencia del tamaño del núcleo y borde del skyrmion con respecto a la anisotropía. b) Dependencia de la suma del tamaño del núcleo y borde del skyrmion con respecto a la anisotropía.

Para valores pequeños de anisotropía, el núcleo y el borde del skyrmion pueden crecer libremente, hasta que se cumpla la restricción  $b + c = R$ , la cual puede ser visualizada en la figura 4.4.b. Esta situación sucede para un  $K_a = 432 \text{ kJ/m}^3$ . Se puede explicar de mejor forma el incremento del núcleo y del borde para  $b + c < R$  si se observa la figura 4.3. Cuando la anisotropía es menor a  $348,2 \text{ kJ/m}^3$ , la configuración magnética estable es del tipo vórtice (el tamaño del borde es cero para un vórtice). Al aumentar la anisotropía a valores más grandes de  $348,2 \text{ kJ/m}^3$ , el sistema magnético tiene una transición de vórtice a skyrmion. Esto significa que el borde del skyrmion comienza a existir y aumentar su valor (componente  $z$  de la magnetización) a medida que aumenta la anisotropía. Por lo tanto, el ansatz del perfil de la magnetización utilizado en la ecuación 4.12 explica con más detalle la transición *vrtice – skyrmion* en comparación al ansatz propuesto por Guslienko [Guslienko, 2015].

Para una anisotropía mayor o igual a  $432 \text{ kJ/m}^3$ , se cumple la restricción  $b + c = R$ , por

lo tanto uno de los parámetros ( $b$  o  $c$ ) debe aumentar y el otro debe disminuir. En la figura 4.4.a, se observa que  $b$  (núcleo) disminuye y  $c$  (tamaño del borde) aumenta para  $K_a > 432$  kJ/m<sup>3</sup>. El tamaño del núcleo disminuye para  $K_a > 432$  kJ/m<sup>3</sup> debido a que el volumen magnético compuesto por la magnetización perpendicular al plano del disco que proporciona el núcleo es menor que el volumen magnético compuesto por la magnetización perpendicular al plano del disco que proporciona el borde del skyrmion, es decir, el núcleo magnético es menos estable que el borde magnético del skyrmion. Por lo tanto, el sistema magnético prefiere reducir el tamaño del núcleo y aumentar el tamaño del borde del skyrmion cuando la anisotropía tiene un valor mayor a 432 kJ/m<sup>3</sup>. El mismo comportamiento para  $K_a > 432$  kJ/m<sup>3</sup> obtuvo Guslienko cuyo modelo tenía la restricción  $b + c = R$ , ver ecuación 3.5.

Estos resultados fueron publicados en el artículo "Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots" por M. A. Castro y S. Allende en la revista Journal of Magnetism and Magnetic Materials 417, 344 (2016).

#### **4.4.2. Dependencia del núcleo del skyrmion en función del radio del disco**

Con los resultados obtenidos en la sección 4.4.1, uno puede ahora estudiar el comportamiento del núcleo del skyrmion al variar el radio del disco, para luego compararlo con el comportamiento del núcleo de un vórtice magnético al variar el radio del disco. Este estudio se hace en una región donde la configuración del tipo skyrmion existe. La figura 4.5 muestra la energía magnética de un disco como función del radio para las configuraciones tipo vórtice y skyrmion con  $K_a = 390$  kJ/m<sup>3</sup> y  $L = 15$  nm. De esta figura, se puede observar una región en donde la configuración del tipo skyrmion es menor que la del tipo vórtice, además, que la configuración magnética del tipo skyrmion disminuye su energía a medida que aumenta el radio. Por lo tanto, estos parámetros geométricos y magnéticos son unos buenos candidatos para estudiar la dependencia del núcleo y borde del skyrmion con el radio del disco magnético.

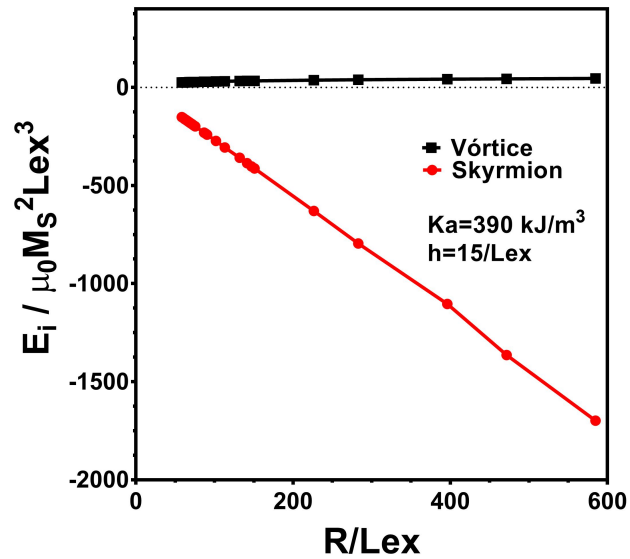


Figura 4.5: Energía magnética de un disco como función del radio para las configuraciones magnéticas tipo skyrmion y vórtice.

La figura 4.6 muestra la dependencia del núcleo de una configuración tipo vórtice y skyrmion como función del radio del disco. Se observa que el tamaño del núcleo del skyrmion disminuye a medida que aumenta el radio del disco. Este comportamiento es debido a que la interacción magnetostática entre el núcleo y el borde del skyrmion disminuye. La existencia de la interacción magnetostática entre el borde y el núcleo del skyrmion está relacionado con la ecuación 4.19, pues es cero en un vórtice y distinto de cero para un skyrmion. Para un radio pequeño la interacción magnetostática entre el núcleo y el borde es fuerte, esto significa que el núcleo del skyrmion es mayor que el núcleo del vórtice, pero si incrementamos la distancia entre el núcleo y el borde para la configuración tipo skyrmion a través del aumento del radio del disco, el tamaño del núcleo del skyrmion va a tender al tamaño del núcleo del vórtice.

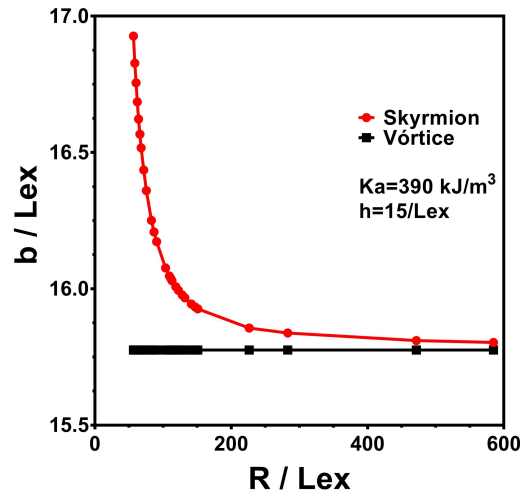


Figura 4.6: Tamaño del núcleo de un vórtice y de un skyrmion en función del radio del disco.

En este apartado se observó que es posible manipular el tamaño del núcleo del skyrmion a través de la variación del radio del disco.

Estos resultados fueron publicados en el artículo "Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots" por M. A. Castro y S. Allende en la revista *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 417, 344 (2016). Además, con los cálculos y resultados de las sub-secciones 4.3.1, 4.4.2 y 4.4.1, se cumple el primer objetivo secundario. Este objetivo consistía en Desarrollar e implementar un modelo teórico de la energía micromagnética de un disco que posee una configuración magnética de skyrmion tipo Bubble con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco.

## 4.5. Diagrama de fase

Para facilitar la obtención de skyrmion tipo Bubble en discos que poseen anisotropía magnética uniaxial, se calculó un diagrama de fase entre las configuraciones vórtice, skyrmion y fuera del plano, esto último se puede notar al observar la figura 4.3. Un diagrama de fase consiste en una representación gráfica de los distintos estados de mínima energía que posee el disco magnético en función de parámetros geométricos y magnéticos.

Para realizar estos diagramas, fue necesario evaluar numericamente las energías de las configuraciones magnéticas: fuera del plano (ecuación 4.10), en el plano (ecuación 4.11), skyrmion (ecuación 4.13) y vórtice (ecuación 4.4). Posteriormente, se debe identificar la configuración de mínima energía a la cual corresponde el set de parámetros

utilizados. De ante mano se sabe que la configuración magnética tipo skyrmion limita con la configuración tipo vórtice para bajas anisotropías y con la configuración fuera del plano para anisotropías altas, lo cual simplifica la búsqueda de la región en que el skyrmion existe. Para obtener las líneas de transición entre configuraciones, se fijó la altura y se varió el radio del disco, para luego, a través de un algoritmo computacional, buscar la anisotropía de equilibrio entre las configuraciones de vórtice, skyrmion y fuera del plano.

En la figura 4.7 se muestran cuatro diagramas de fase. Cada diagrama muestra la anisotropía en función del radio para una altura fija del disco. Cada diagrama está compuesto por tres regiones que indican la configuración magnética de menor energía (fuera del plano, skyrmion y vórtice). Las líneas rojas y azules representan las zonas de transición entre las configuraciones skyrmion-fuera del plano y skyrmion-vórtice, respectivamente. La configuración magnética en el plano, no está presente dado que no limita con la configuración tipo skyrmion, para los parámetros evaluados.



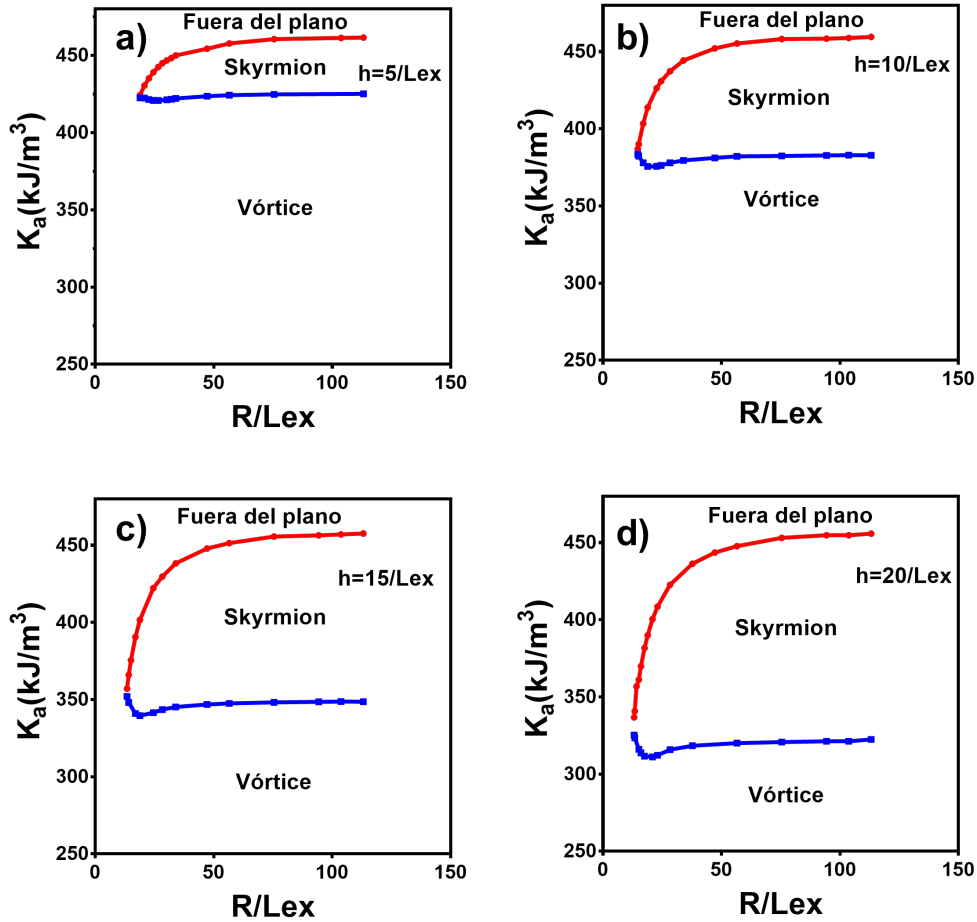


Figura 4.7: Diagramas de fases que muestran la configuración magnética de menor energía a diferentes alturas (a)  $h = 20/L_{ex}$ , (b)  $h = 15/L_{ex}$ , (c)  $h = 10/L_{ex}$  y (d)  $h = 5/L_{ex}$ .

Para estudiar con mas detalle la figura 4.7, se dividirá su análisis en tres secciones. Cada sección se detallara a continuación:

#### 4.5.1. Transición de la configuración magnética tipo skyrmion a Fuera del plano

De las figuras 4.7.a, 4.7.b, 4.7.c y 4.7.d se observan una línea roja en cada figura que representa la zona de transición entre la configuración tipo skyrmion y fuera del plano. Esta línea fue obtenida mediante las condiciones:  $E_{Out} = E_s$  y  $R = b+c$ . Sobre aquella curva se podría pensar que tanto la configuración magnética del tipo skyrmion, como también la sa-

turada fuera del plano pueden existir de forma metaestable. De estas figuras vemos que a medida que crece el radio del disco se va requiriendo de una mayor anisotropía para alcanzar la configuración magnética en donde la magnetización tiene dirección perpendicular al plano del disco (configuración fuera del plano). Este comportamiento se puede explicar mediante la anisotropía de forma. Supongamos que tenemos un cilindro magnético con radio  $R$  y altura  $L$  que tiene una determinada anisotropía de forma  $K_f$  con dirección perpendicular a la tapa del cilindro y anisotropía magnética uniaxial  $K_a$ , tal que esta justo en la línea de transición skyrmion - fuera del plano. Luego si aumentamos el radio del cilindro, la anisotropía de forma tendrá que disminuir, luego el cilindro tendrá una configuración tipo skyrmion. Si queremos que nuevamente este en la línea de transición skyrmion - fuera del plano, tendremos que aumentar la anisotropía magnética uniaxial del sistema. De esto último se desprende del porque para la línea de transición se debe de incrementar  $K_a$  cuando se aumenta el radio del cilindro. Cabe notar que la mayor variación de la anisotropía de forma es cuando se varía el radio en la región donde están los radios pequeños,  $R < 50L_{ex}$ . Luego, la pendiente de la línea de transición en esa región es mayor comparado a las pendientes de la línea a radios mayores.

#### 4.5.2. Transición de vórtice a skyrmion

De las figuras 4.7.a, 4.7.b, 4.7.c y 4.7.d se observan una línea azul en cada figura que representa la zona de transición entre la configuración tipo vórtice y skyrmion. La curva de transición entre estas configuraciones se puede encontrar mediante la condición  $E_V = E_S$ . Cabe notar que para resolver esta ecuación hay que minimizar tres parámetros, núcleo del vórtice  $b_v$ , núcleo del skyrmion  $b$  y borde del skyrmion  $c$ .

La transición entre la configuración magnética tipo vórtice y skyrmion se puede entender si consideramos primeramente que el cilindro tiene configuración magnética del tipo vórtice. Si aumentamos la anisotropía magnética uniaxial en el disco, se tendrá un aumento del tamaño del núcleo. Esto último lleva asociado a un aumento en la energía magnetostática. Si se sigue aumentando la anisotropía magnética uniaxial, la magnetización en el borde del disco preferirá cambiar de dirección tal que el sentido de la magnetización sea opuesto al de la magnetización del núcleo. Esto a su vez reducirá la energía magnetostática, haciendo el sistema más favorable. Usando una misma analogía que la sección 4.5.1, es decir, si aumentamos el radio del disco, tendremos que la anisotropía de forma disminuye, es decir, la magnetización del borde del disco prefiere estar más en el plano que fuera de este, por lo que se debe de aumentar la anisotropía magnética uniaxial para tener el mismo estado magnético de antes de aumentar el radio.

La figura 4.8 muestra como es la transición entre vórtice y skyrmion para un disco con radio  $R = 400$  nm, altura  $L = 15$  nm y longitud de intercambio  $L_{ex} = \sqrt{2A/\mu_0 M_s^2} = 5,3$  (Permalloy). De la figura se puede observar que para valores de  $K_a \leq 438$  kJ/m<sup>3</sup>, el sistema presenta una configuración del tipo vórtice. Luego para  $K_a \geq 438$  kJ/m<sup>3</sup>, aparece la configuración skyrmion haciendo que la energía del sistema se reduzca. Esto último es

debido a que la energía magnetostática y de anisotropía se reducen por el surgimiento de una componente de la magnetización perpendicular al plano del disco que esta en el borde de éste.

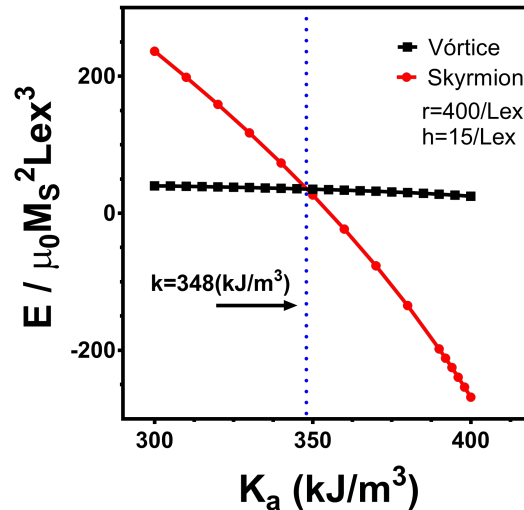


Figura 4.8: Energía magnética del estado vórtice y skyrmion como función de la anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco.

### 4.5.3. Influencia en la altura

Aumentar la altura significa aumentar la anisotropía de forma que facilita que la magnetización apunte perpendicular al plano del disco. De esta forma, discos con alturas mayores requieran de una menor anisotropía magnética uniaxial para alcanzar el estado donde la configuración magnética es fuera del plano desde el estado skyrmion, o para alcanzar el estado skyrmion desde el estado vórtice, ver figura 4.7. Ahora bien, se necesita una mayor energía para rotar toda la magnetización fuera del plano de un disco que rotar en una región la magnetización fuera del plano del disco (el borde). En otras palabras, el cambio de altura afecta mas a la línea de transición vórtice-skyrmion que skyrmion-fuera del plano. De esto último se entiende del porque aumenta la región donde existe el skyrmion tipo Bubble cuando se aumenta la altura del disco.

Los resultados de esta sección cumplen el segundo objetivo secundario, es decir, la obtención de diagramas de fases donde muestra la región donde vive un skyrmion. Este objetivo consistía en encontrar una región de parámetros favorables para la configuración magnética de skyrmion tipo Bubble con anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de un disco.

## 4.6. Conclusión

En este capítulo se estudio mediante cálculos analíticos y numéricos la región de estabilidad de un skyrmion tipo Bloch debido a que el sistema presenta una anisotropía magnética uniaxial perpendicular al disco. Utilizando el modelo para el perfil de la magnetización, ver ecuación 4.12, se determinó la región de valores para la anisotropía magnética uniaxial donde la configuración magnética skyrmion tipo Bubble existe con valores específicos de radio y altura. Además, se estudio la dependencia que existe entre el tamaño del núcleo y del borde para una configuración magnética skyrmion tipo Bubble en un disco en función de la anisotropía magnética uniaxial perpendicular a éste. Se observó un comportamiento no monótono para el tamaño del núcleo del skyrmion y un comportamiento monótono para el tamaño del borde del skyrmion. El tamaño del núcleo comienza a disminuir cuando la suma del tamaño del núcleo y del borde es igual al radio del disco. Esta disminución del tamaño del núcleo se debe al hecho de que el volumen magnético de la componente  $z$  de la magnetización es menos estable energéticamente que el volumen magnético de la componente  $z$  de la magnetización del borde del skyrmion, por lo que al aumentar el valor de la anisotropía, el tamaño del núcleo decrece para que pueda crecer el borde del skyrmion. También se observo que la relación entre aumento del radio disco y la reducción del tamaño del núcleo del skyrmion se debe a la interacción magnetostática entre éste y el borde del skyrmion. El tamaño del núcleo disminuye con el aumento del radio dado que la interacción magnetostática entre estos disminuye, de tal forma que cuando el radio del disco sea lo suficientemente grande, el tamaño del núcleo corresponderá al de un vórtice en un disco con la misma altura y radio. Con estos resultados se pudo confeccionar diagramas de fase para distintas alturas que muestran donde vive un skyrmion tipo Bubble.

Los valores numéricos utilizados, tales como radio, altura, anisotropía y magnetización de saturación son accesibles de forma experimental, lo cual fue mencionado en la introducción de este capítulo. Por lo tanto, estos resultados pueden ser utilizados para obtener un skyrmion tipo Bubble de una forma mas eficiente, es decir, se pueden obtener skyrmion en discos que posean anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano de éste, de tal forma que puedan disminuir los costos en la fabricación de dispositivos espintrónicos que utilizan este tipo de configuraciones.

# Capítulo 5

## Interacción entre dos discos magnéticos que presentan la configuración magnética skyrmion tipo Bubble

En este capítulo se estudiará la interacción de dos discos magnéticos que presentan la configuración magnética skyrmion del tipo Bubble. En una primera instancia, se determinará una expresión para la energía de interacción entre dos skyrmion Bloch en función de la distancia de la separación entre ellos. Posteriormente, se buscará la orientación que deben tener los skyrmion para minimizar la energía cuando están interactuando. Por último, se estudiará la dependencia de los tamaños del borde y núcleo que forman un skyrmion en función de la distancia de separación entre los dos skyrmion tipo Bubble.

### 5.1. Introducción

En el capítulo de fundamentos teóricos se mostró que las partículas magnéticas poseen un campo magnetostático que es de largo alcance. Esta interacción está presente en la formación de una gran variedad de texturas magnéticas como lo son las configuraciones del tipo vórtice, skyrmion, etc. Además, si varias de estas texturas son creadas en una misma nanoestructura magnética, estas podrán interactuar mediante la interacción mencionada, lo cual puede resultar en una modificación de estas configuraciones, es decir, podrían aniquilarse o formarse nuevas configuraciones magnéticas. Este tipo de interacciones es importante estudiarlas para poder crear, controlar y aniquilar estas texturas magnéticas (por ejemplo skyrmions) para la fabricación de dispositivos de almacenamiento de información. Por ejemplo, las memorias racetrack son fabricadas con múltiples rieles magnéticos apilados, debido a que esta disposición permite aumentar la densidad de almacenamiento.

En la literatura se ha observado que la interacción entre skyrmion puede influenciar en su movimiento y en su estructura magnética. En el caso de implementar el uso de skyrmion en los dispositivos mencionados anteriormente, se debe recalcar que dependiendo de la posición en que estos se localicen puede inducir una fuerte o pequeña interacción [Müller, 2017, Zhang et al., 2015b], la cual puede afectar en el funcionamiento del dispositivo.

Los skyrmions, a diferencia de los vórtices, poseen una componente de la magnetización normal al plano del disco en el borde de éste, lo cual lleva asociado un campo magnetostático adicional. Por lo tanto, los skyrmions pueden interactuar mediante el campo magnetostático creado por la magnetización del núcleo y además por el campo magnetostático creado por la magnetización del borde. Es por esta razón, que es necesario estudiar como interactúan dos skyrmion del tipo Bubble para ver como cambia su configuración magnética con la finalidad de poder aplicar esta información para la confección de futuros dispositivos magnéticos.

## 5.2. Modelo Analítico

El sistema que estudiaremos será el de dos discos magnéticos iguales de radio  $R$  y altura  $L$ , en donde cada uno presenta una anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco,  $K_a > 0$ . Además, estos discos estarán separados de forma horizontal por una distancia  $S$  y de forma vertical por una distancia  $x$ , ver figura 5.1.

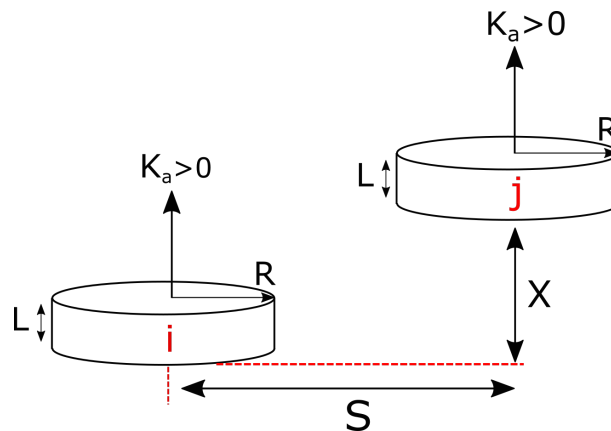


Figura 5.1: Parámetros geométricos utilizados para obtener la energía de interacción entre dos discos  $i$  y  $j$ .  $R$  es el radio del disco,  $L$  es la altura del disco,  $S$  es la distancia de separación horizontal entre los discos y  $x$  es la distancia de separación vertical. Además, en la figura se muestra la anisotropía magnética uniaxial perpendicular al plano del disco.

Para deducir la expresión que determina la energía de la interacción entre dos discos magnéticos, primeramente supondremos que ambos tienen el mismo perfil de la magneti-

zación  $m_z$ , dado por la ecuación 4.12. Además, se denotara la dirección de la magnetización en el eje  $z$  del cilindro  $i$  y  $j$  mediante la constante  $\sigma_i = \pm 1$  y  $\sigma_j = \pm 1$ . En la figura 5.2 se muestran la configuración magnética que corresponde a  $\sigma_i = \sigma_j = 1$  (figura 5.2.a) y a  $\sigma_i = \sigma_j = -1$  figura 5.2.b). De acuerdo a lo anterior, la componente  $z$  de la magnetización para el disco  $i$  y  $j$  puede ser escrita como:

$$M_{z,i} = M_s \sigma_i m_z(\rho) \quad (5.1)$$

$$M_{z,j} = M_s \sigma_j m_z(\rho). \quad (5.2)$$

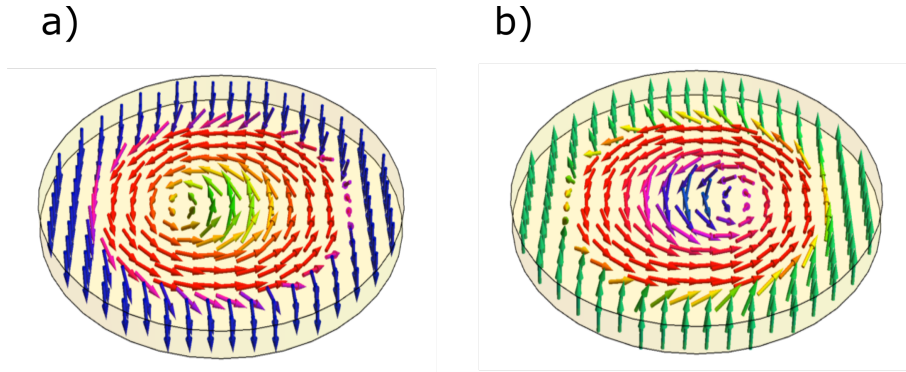


Figura 5.2: (a) Skyrmion tipo Bloch con  $\sigma_i = \sigma_j = 1$ . (b) Skyrmion tipo Bloch con  $\sigma_i = \sigma_j = -1$ .

La energía de interacción para el modelo propuesto puede ser escrita como (cálculos en Apéndice A):

$$E_{int} = -M_s^2 \mu_0 \pi \sigma_i \sigma_j \int_0^\infty J_0(kS) \left[ \int_0^R m_z(\rho) J_0(kr) \rho d\rho \right]^2 P(k, L, x) dk, \quad (5.3)$$

donde:

$$P(k, L, x) = \begin{cases} e^{-k(L+x)}(1 - 2e^{kL} + e^{2kx}) & 0 \leq x < L \\ e^{-k(L+x)}(e^{kL} - 1)^2 & L < x \end{cases} \quad (5.4)$$

Luego la energía total del sistema de dos discos interactuantes en que cada uno presenta una configuración magnética de un skyrmion tipo Bloch,  $E_{S,int}$ , es:

$$E_{S,int} = 2E_{S,A} + 2E_{S,ex} + 2E_{S,M} + E_{int}, \quad (5.5)$$

donde  $E_{S,A}$  es la energía de anisotropía y esta dado por la ecuación 4.14,  $E_{S,ex}$  es la energía de intercambio y esta dada por la ecuación 4.15,  $E_{S,M}$  es la energía magnetostática de

cada disco dada por la ecuación 4.19 y  $E_{int}$  es la energía de interacción magnética entre los dos discos magnéticos dado por la ecuación 5.3.

Los resultados de esta sección cumplen el tercer objetivo secundario. Este objetivo consistía en desarrollar e implementar un modelo teórico que muestre la interacción magnética de dos discos en que cada uno presenta la misma configuración magnética de skyrmion tipo Bubble.

### 5.3. Resultados

A continuación, se procederá estudiar la ecuación 5.5 con la finalidad de encontrar como se orientan los skyrmion. Además, se estudiara como cambia el perfil de un skyrmion tipo Bloch desde un disco aislado a dos discos que están interactuando. Por simplicidad, se estudiara dos discos cuando se separan de forma horizontal y luego de forma vertical. El estudio se hará minimizando la ecuación 4.15 en función de los parámetros  $b$  y  $c$  que corresponden al tamaño del núcleo y el tamaño del borde del skyrmion. Cada disco tiene un radio de  $R = 400$  nm y altura  $L = 15$  nm con  $L_{ex} = 5,3$  nm. Se estudiarán los casos en que cada disco tiene una anisotropía magnética uniaxial perpendicular al disco igual a  $K_a = 390$  kJ/m<sup>3</sup> (condición que da  $b + c < R$ ) y  $K_a = 440$  kJ/m<sup>3</sup> (condición que da  $b + c = R$ ).

#### 5.3.1. Estudio de la separación horizontal entre los dos discos magnéticos con configuración skyrmion tipo Bloch

En esta sección se analiza la interacción magnética de dos discos situados a la misma altura ( $x = 0$ ), pero separados a una distancia  $S > 2R$  entre sus centros. La figura 5.3 ilustra la energía de interacción magnética normalizada por  $\mu_o M_s^2 L_{ex}^3$  para dos casos: el primer caso corresponde a dos skyrmions que están orientados en la misma dirección ( $\sigma_i = \sigma_j$ ), y el segundo caso corresponde a dos skyrmions que están orientados de forma antiparalela ( $\sigma_i \neq \sigma_j$ ). Para ambos casos se hace la comparación entre skyrmion que presentan  $b + c < R$  ( $K_a = 390$  kJ/m<sup>3</sup>) y skyrmion que presentan  $b + c = R$  ( $K_a = 440$  kJ/m<sup>3</sup>). Se observa de la figura 5.3 que la configuración de menor energía ocurre cuando los skyrmions están orientados de forma antiparalela (figura 5.3.c-d), dado que la dirección de la magnetización en el bordes de ambos skyrmion permite cerrar las líneas de campo y por lo tanto minimizar la interacción magnetostática. A continuación, se procederá estudiar las configuraciones antiparalelas,  $\sigma_i \neq \sigma_j$ , debido a que son las configuraciones de menor energía.



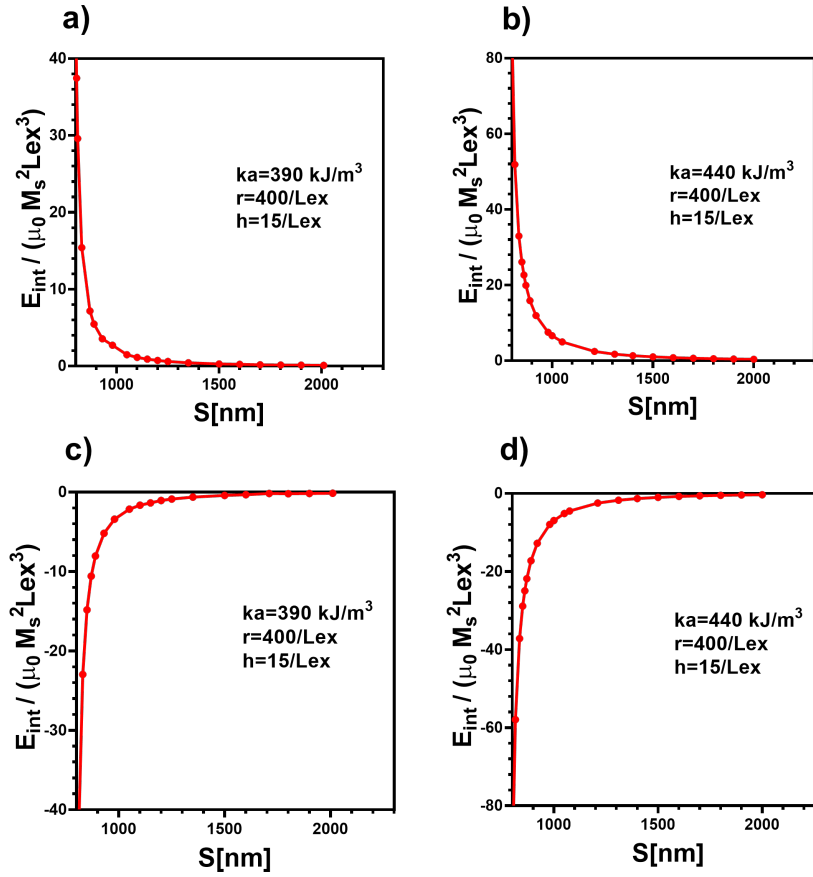


Figura 5.3: Energía de interacción magnetostática normalizada de dos discos con configuración magnética skyrmion tipo Bubble en función de  $S$ . (a)  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ . (b)  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ . (c)  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ . (d)  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ .

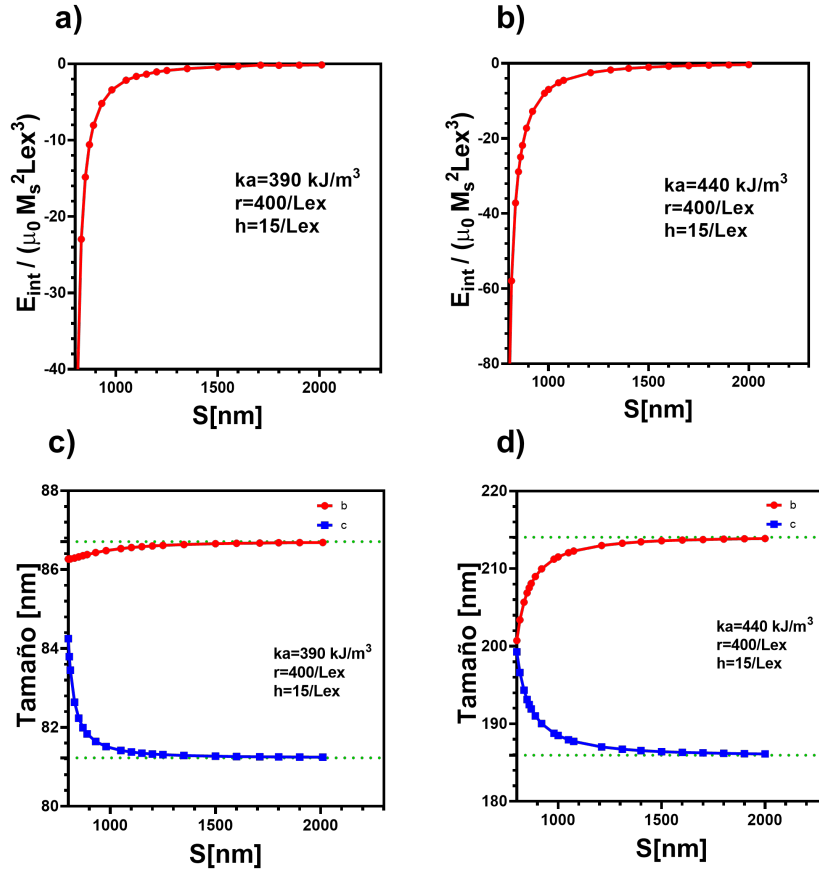


Figura 5.4: Las figuras (a) y (b) corresponden a las energías magnetostáticas normalizadas en función de  $S$  que fueron mostradas en la figura 5.3. (a) Figura con los parámetros  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ . (b) Figura con los parámetros  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ . Las figuras (c) y (d) muestran la dependencia de los parámetros magnéticos  $b$  y  $c$  de dos skyrmions tipo Bloch separados por una distancia horizontal  $S$  para (c)  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y (d)  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ .

En la figura 5.4 se muestran las energías magnetostáticas normalizadas que fueron mostradas en las figuras 5.3.c-d (casos  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ ), junto con la dependencia de los parámetros magnéticos  $b$  y  $c$  de un skyrmion tipo Bloch en función de  $S$ . En esta figura se observa que la energía de interacción magnetostática decrece a medida que los discos se juntan hasta llegar al valor más mínimo que es el caso de  $S = 800 \text{ nm}$ . Al disminuir la distancia de separación entre los discos, el tamaño de los bordes de los skyrmions aumenta, en cambio, el tamaño de los núcleos disminuye al disminuir  $S$ . Este comportamiento se puede explicar mediante el siguiente argumento: cuando los dos discos magnéticos están juntos, la dirección de las magneti-

zaciones en el borde de ambos están orientados de forma antiparalela, de esta forma se cierran las líneas de campo, llevando a la disminución de la energía magnetostática. Esta disminución hace que aumente los tamaños de los bordes de los skyrmions. Al separarse los discos, esta interacción magnetostática disminuye, y por ende,  $c$  comienza a disminuir hasta llegar a una distancia en que los tamaños de los bordes de los skyrmions son iguales al tamaño de  $c$  de un disco aislado. En dicha distancia la energía de interacción magnetostática es aproximadamente igual a cero. Para poder explicar el comportamiento del núcleo del skyrmion, primero debemos de considerar que la interacción magnética entre el núcleo  $i$  y el borde  $j$  es mas fuerte que la interacción entre el núcleo  $i$  y el núcleo  $j$  debido a que los núcleos tienen menor volumen magnético con componente  $z$  de la magnetización en comparación con los bordes de los skyrmions, y que la distancia entre núcleo  $i$  y núcleo  $j$  es mayor que la distancia entre el núcleo  $i$  y el borde  $j$ . Entonces si nos enfocamos en la interacción magnética entre el núcleo del skyrmion  $i$  y el borde del skyrmion  $j$  en la caso en que están juntos los discos, se observa que la dirección de la magnetización del núcleo en el disco  $i$  tiene la misma dirección que el borde del disco  $j$ . Dicha configuración paralela entre el núcleo  $i$  y el borde  $j$  no es favorable, por lo que para reducir dicha interacción debe de reducir el volumen magnético, es decir, reducir  $b$ . Para aumentar  $b$ , se debe de disminuir dicha interacción magnetostática, por lo que se debe de aumentar  $S$ . Análogamente al tamaño del borde, el tamaño del núcleo de cada skyrmion toma el valor de un disco aislado cuando la distancia de separación es suficientemente grande para considerar que la energía de interacción magnetostática entre los discos es igual a cero. Para finalizar, la diferencia de disminución del núcleo en el caso de  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ , en donde el caso de  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$  tiene una mayor disminución de  $b$ , es debido a que el caso de  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$  se tiene que cumplir la condición  $b+c = R$ , por lo que al aumentar  $c$ , se debe disminuir  $b$ . Esto último no pasa para el caso  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  debido a que en este caso se tiene  $b+c < R$ , es decir, al crecer  $c$  no necesita disminuir  $b$ .

### 5.3.2. Estudio de la separación Vertical

En este apartado se estudia, de forma similar a la sección interior, la interacción de dos discos superpuestos ( $S = 0$ ), pero separadas con una distancia vertical  $x > L$ . Cada uno de los discos presenta una configuración magnética skyrmion tipo Bubble. Se analizó el caso  $b+c < R$  ( $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ ) y el caso  $b+c = R$  ( $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ ). Para saber como están orientados los skyrmions, se realizara solo el caso para  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ , pues el caso  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$  tendrá el mismo comportamiento que el caso  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ , ver figura 5.3. De este modo, la figura 5.5 ilustra la energía de interacción magnética normalizada por  $\mu_o M_s^2 L_{ex}^3$  para dos casos con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ : el primer caso corresponde a dos skyrmions que están orientados en la misma dirección ( $\sigma_i = \sigma_j$ ), figura 5.5.a , y el segundo caso corresponde a dos skyrmions que están orientados de forma antiparalela ( $\sigma_i \neq \sigma_j$ ), ver figura 5.5.b. de esta figura se observa que la configuración de menor energía ocurre cuando los skyrmions están orientados de forma paralela, dado que el sentido de

la magnetización en el bordes de ambos skyrmion como también el sentido de los núcleos de los skyrmions son iguales. A continuación, se procederá estudiar las configuraciones paralelas,  $\sigma_i = \sigma_j$ , debido a que son las configuraciones de menor energía.

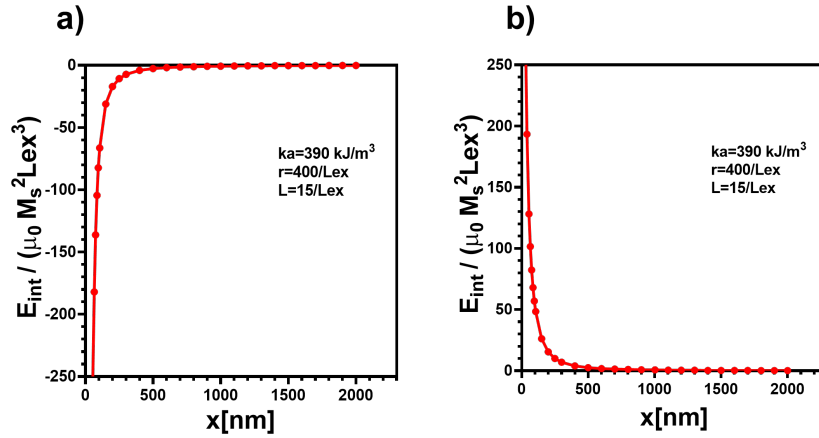


Figura 5.5: Energía de interacción magnetostática normalizada de dos discos con configuración magnética skyrmion tipo Bubble en función de  $x$ . (a)  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ . (b)  $\sigma_i \neq \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ .

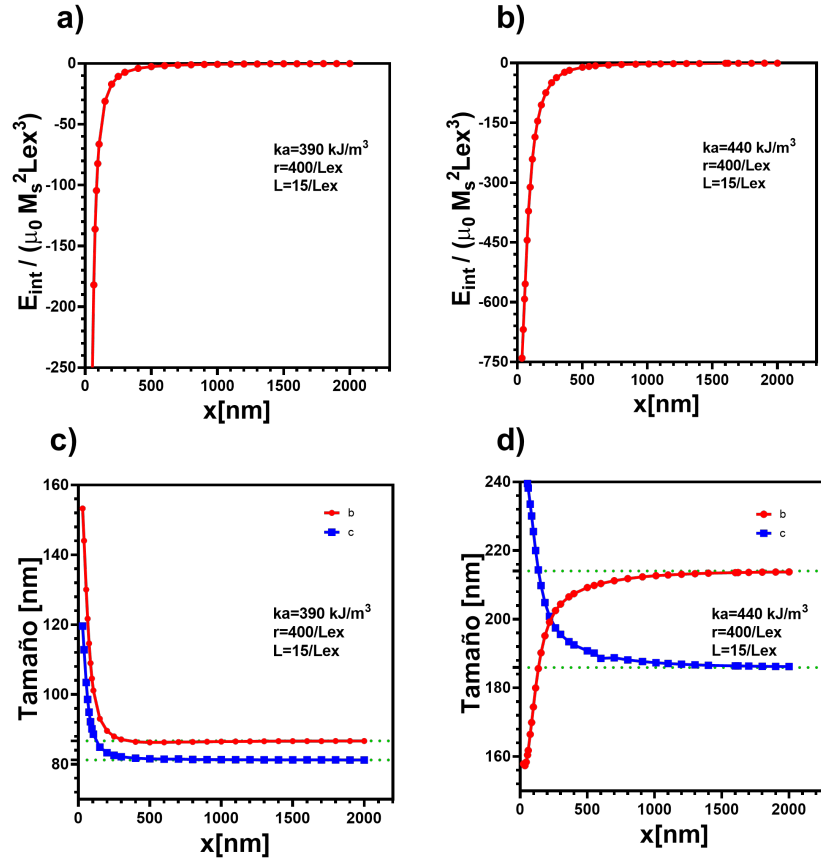


Figura 5.6: Las figuras (a) y (b) corresponden a las energías magnetostáticas normalizadas en función de  $x$  para los casos (a)  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ , y (b)  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ . Las figuras (c) y (d) muestran la dependencia de los parámetros magnéticos  $b$  y  $c$  de dos skyrmions tipo Bloch separados por una distancia vertical  $x$  para (c)  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y (d)  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ .

En la figura 5.6 se muestran las energías magnetostáticas normalizadas que fueron mostradas en las figuras 5.3.c-d (casos  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y  $\sigma_i = \sigma_j$  con  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ ), junto con la dependencia de los parámetros magnéticos  $b$  y  $c$  de un skyrmion tipo Bloch en función de  $x$ . En esta figura se observa que la energía de interacción magnetostática decrece a medida que los discos se juntan hasta llegar al valor más mínimo que es el caso de  $x = 15 \text{ nm}$ . Al disminuir la distancia de separación entre los discos, el tamaño de los bordes de los skyrmions aumenta, en cambio, el tamaño los núcleos aumenta al disminuir  $x$  para el caso  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  y disminuye el tamaño de los núcleos al disminuir  $x$  para el caso  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$ . Este comportamiento se puede explicar mediante el siguiente argumento: llamemos al disco  $j$  al disco que esta sobre o arriba del disco  $i$ .

También, consideremos que cada disco tiene una configuración skyrmion tipo Bubble y que los skyrmions tienen una configuración paralela. Consideremos el caso es que están muy juntos,  $x \approx L$ .

Entonces tenemos que en la superficie superior del borde del disco  $i$  tiene una carga magnética  $q$  y el borde de la superficie inferior del disco  $j$  tiene carga magnética  $-q$ , esto es debido a que los skyrmion están orientados de forma paralela. Este tipo de configuración es estable debido a que la interacción favorece o reduce la energía magnética haciendo que el borde del skyrmion aumente. Cabe señalar que el borde de los skyrmions tienen mayor volumen magnético con componente  $z$  de la magnetización que los núcleos de los skyrmions, por ende, su interacción es mas fuerte que la interacción núcleo del skyrmion que esta  $i$  y del skyrmion que esta en  $j$ . Esto ultimo hace que al disminuir  $x$  aumente el tamaño de los bordes de los skyrmions. Similarmente, los núcleos también tienen una interacción magnetostática favorable entre ellos, es decir, los núcleos les gusta esta configuración, pues en la superficie superior del núcleo del disco  $i$  tiene una carga magnética  $-q$  y el núcleo de la superficie inferior del disco  $j$  tiene carga magnética  $q$ , por ende cargas magnéticas distintas se atraen. Luego al disminuir la distancia de separación  $x$ , los tamaños de los núcleos deben de aumentar. Esto sucede para el caso  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$ , pero para el caso  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$  sucede lo contrario, es decir, para este último caso disminuye el tamaño del núcleo al disminuir  $x$ . lo anterior se puede entender por las magnitudes de  $b$  y  $c$ , es decir, para el caso  $K_a = 390 \text{ kJ/m}^3$  se tiene que  $b + c < R$ , por lo que tanto los tamaños de los núcleos y de los bordes de los skyrmions crece, pero para el caso  $K_a = 440 \text{ kJ/m}^3$  se tiene que  $b + c = R$ , por lo que si los tamaños de los bordes crecen, entonces si o si debe de decrecer los tamaños de los núcleos. Esto efectivamente sucede pues la interacción entre los bordes de los discos  $i$  y  $j$  es mas fuerte que el de los núcleos de los discos  $i$  y  $j$ . Por último, se observa que para distancias grandes de  $x$ , los valores de  $b$  y  $c$  toman los valores para el caso aislado debido a que la interacción magnetostática entre los discos es despreciable.

Los resultados de esta sección cumplen el cuarto objetivo secundario. Este objetivo consistía en analizar la dependencia de las configuraciones magnéticas de los skyrmions tipo Bubble en función de la separación de los de los discos magnéticos que contienen dichas configuraciones.

## 5.4. Conclusión

En este capítulo se estudio mediante cálculos analíticos y numéricos la dependencia de la configuraciones magnéticas de dos skyrmions tipo Bubble en función de la separación de los discos magnéticos que contienen dichas configuraciones. Utilizando el modelo para el perfil de la magnetización, ver ecuación 4.12, fue posible obtener una expresión de la energía de interacción magnetostática entre dos skyrmions tipo Bubble. Se observo que los parámetros magnéticos que describen al skyrmion tipo Bubble varían de forma diferente dependiendo de la localización de los discos. Por ejemplo, los resultados obtenidos muestran que los skyrmions se orientan de forma paralela cuando la distancia vertical es  $x > L$  y  $S = 0$ , es decir,  $\sigma_i = \sigma_j$ . En este caso, si el valor de la anisotropía es tal que  $b + c < R$  y disminuye la distancia vertical entre los discos, se observa que tanto los tamaños de los núcleos y de los bordes aumentan, pero en el caso en que el valor de la anisotropía es tal que  $b + c = R$ , se tiene que los tamaños de los bordes aumentan y los tamaños de los núcleos disminuyen al disminuir la distancia  $x$ . Ahora bien, los skyrmions se orientan de forma antiparalela para el caso  $S > 2R$  y  $x = 0$ , es decir,  $\sigma_i \neq \sigma_j$ . Los resultados muestran que al disminuir  $S$ , los tamaños de los bordes de los núcleos disminuyen y los tamaños de los bordes aumentan. Estos resultados pueden ser explicados mediante las interacciones magnéticas entre el borde-borde de los skyrmions, entre el borde-núcleo de los skyrmions y entre el núcleo-núcleo de los skyrmions, es decir, los skyrmions pueden interactuar mediante el campo magnetostático creado por la magnetización del núcleo y además por el campo magnetostático creado por la magnetización del borde de éste. Así, los resultados presentados en este capítulo ayudaran en fabricación de futuros dispositivos magnéticos en que se consideren dos o mas skyrmion del tipo Bubble que tengan una interacción magnetostática entre ellos.

# Conclusión

A partir de un modelo analítico del perfil de la magnetización de un skyrmion tipo Bubble obtenido en un disco magnético, se analizó la dependencia de los parámetros magnéticos que lo definen, al aumentar la constante de anisotropía y además, se estudio la dependencia del núcleo del skyrmion al aumentar el radio del disco. Estos resultados fueron resumidos en cuatro diagramas de fase, las cuales podrán ayudar en disminuir los costos en la fabricación de estas configuraciones magnéticas. Por otro lado, se estudió la interacción magnética entre dos skyrmions del tipo Bubble que están presentes en los discos magnéticos. Los resultados obtenidos muestran que los parámetros magnéticos que describen al skyrmion tipo Bubble varían de forma diferente dependiendo de la localización de los discos. Estos resultados pueden ser explicados mediante las interacciones magnéticas entre el borde-borde de los skyrmions, entre el borde-núcleo de los skyrmions y entre el núcleo-núcleo de los skyrmions, es decir, los skyrmions pueden interactuar mediante el campo magnetostático creado por la magnetización del núcleo y además por el campo magnetostático creado por la magnetización del borde de éste.

Los resultados de esta tesis cumplen con el objetivo principal. Este objetivo consistía en optimizar mediante la implementación de un modelo teórico la generación de configuraciones magnéticas de skyrmion tipo Bubble en discos magnéticos interactuantes y no interactuantes.



# Referencias Bibliográficas

- Aharoni, A. (1996). *Introduction to the Theory of Ferromagnetism International Series of Monographs on Physics*. Oxford University Press Inc., New York.
- Bai, Z., Shen, L., Han, G., and Feng, Y. P. (2012). Data storage: Review of heusler compounds. *SPIN*, 2(1230006).
- Brown, W. F. (1963a). Thermal fluctuations of a single-domain particle. *Physical Review B*, 130(1677).
- Brown, W. F. J. (1963b). *Micromagnetics*. Interscience, New York.
- Cape, J. A. and Lehman, G. W. (1971). Magnetic domain structures in thin uniaxial plates with perpendicular easy axis. *Journal of Applied Physics*, 42(5732).
- Castro, M. A. and Allende, S. (2016). Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 417(344).
- Coe, J. M. D. (2010). *Magnetism and magnetic materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Duplantier, B., Raimonda, J. M., and Rivasseau, V. (2009). *The Spin: Poincaré Seminar 2007*. Birkhäuser Basel, Alemania.
- Eschenfelder, A. H. (1981). *Magnetic Bubble Technology*. Springer-Verlag GmbH, New York.
- Fert, A., Cros, V., and Sampaio, J. (2013). Skyrmions on the track. *Nature Nanotechnology*, 8(152).
- Finocchio, G., Büttner, F., Tomasello, R., Carpentieri, M., and Kläui, M. (2016). Magnetic skyrmions: from fundamental to applications. *Journal of Applied Physics*, 49(42).
- Garcia, F., Westfahl, H., Schoenmaker, J., Carvalho, E. J., Santos, A. D., Pojar, M., Seabra, A. C., Belkhou, R., Bendounan, A., Novais, E. R. P., and Guimarães, A. P. (2010). Tailoring magnetic vortices in nanostructures. *Applied Physics Letters*, 97(022501).

- Garel, T. and Doniach, S. (1982). Phase transitions with spontaneous modulation-the dipolar ising ferromagnet. *Physical Review B*, 26(325).
- Gerber, R., Wright, C. D., and Asti, G. (1994). *Applied Magnetism*. Kluwer Academic, Dordrecht.
- Gilbert, D. A., Maranville, B. B., Balk, A. L., Kirby, B. J., Fischer, P., Pierce, D. T., Unguris, J., Borchers, J. A., and Liu, K. (2015). Realization of ground-state artificial skyrmion lattices at room temperature. *Nature Communications*, 6(8462).
- Giouroudi, I. and Keplinger, F. (2013). Microfluidic biosensing systems using magnetic nanoparticles. *International Journal of Molecular Sciences*, 14(9).
- Gomonay, O. and Lukyanchuk, I. (2014). Magnetostriction-induced anisotropy in the exchange biased bilayers. *i Noveishie Technol*, 36(1453).
- Gusliencko, K. Y. (2015). Skyrmion state stability in magnetic nanodots with perpendicular anisotropy. *IEEE Magnetism Letters*, 6(4000104).
- Hubert, A. and Schäfer, R. (1998). *Magnetic Domains The Analysis of Magnetic Microstructures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York.
- Ikeda, S., Hayakawa, J., Lee, Y. M., Matsukura, F., Ohno, Y., Hanyu, T., and Ohno, H. (2007). Magnetic tunnel junctions for spintronic memories and beyond. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 54(5).
- Iniewski, K. (2011). *Nano-Semiconductors: Devices and Technology*. CRC Press, US.
- Iwasaki, J., Mochizuki, M., and Nagaosa, N. (2013). Current-induced skyrmion dynamics in constricted geometries. *Nature Nanotechnology*, 8(742).
- Jackson, J. D. (1998). *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, INC, US.
- Kurti, N. (1988). *Selected Works of Louis Neel*. CRC Press, New York.
- L. Y-Hua, L. Y.-Q. (2014). Dynamics of magnetic skyrmions. *Chinese Physics B*, 24(017506).
- Landeros, P., Escrig, J., Altbir, D., Laroze, D., d'Albuquerque e Castro, J., and Vargas, P. (2005). Scaling relations for magnetic nanoparticles. *Physical Review B*, 71(094435).
- Li, J., Tan, A., Moon, K. W., Doran, A., Marcus, M. A., Young, A. T., Arenholz, E., Ma, S., Yang, R. F., Hwang, C., and Qiu, Z. Q. (2014). Tailoring the topology of an artificial magnetic skyrmion. *Nature Communications*, 5(4704).

- Liu, J. P., Zhang, Z., and Zhao, G. (2016). *Skyrmions: topological structures, properties, and applications*. CRC Press, New York.
- Makhfudz, I., Krüger, B., and Tchernyshyov, O. (2012). Inertia and chiral edge modes of a skyrmion magnetic bubble. *Physical Review Letters*, 109(217201).
- Malozemoff, A. P. and Slonczewski, J. C. (1979). *Magnetic Domain Walls in Bubble Materials*. ACADEMIC PRESS, New York.
- Montoya, S. A., Couture, S., Chess, J. J., Lee, J. C. T., Kent, N., Henze, D., Sinha, S. K., Im, M.-Y., Kevan, S. D., Fischer, P., McMorrán, B. J., Lomakin, V., Roy, S., and Fullerton, E. E. (2017). Tailoring magnetic energies to form dipole skyrmions and skyrmion lattices. *Physical Review B*, 95(024415).
- Moreau-Luchaire, C., Moutafis, C., Reyren, N., Sampaio, J., Vaz, C. A. F., Horne, N. V., Bouzehouane, K., Garcia, K., Deranlot, C., Warnicke, P., Wohlhüter, P., George, J.-M., Weigand, M., Raabe, J., Cros, V., and Fert, A. (2016). Additive interfacial chiral interaction in multilayers for stabilization of small individual skyrmions at room temperature. *Nature Nanotechnology*, 11(444).
- Müller, J. (2017). Magnetic skyrmions on a two-lane racetrack. *New Journal of Physics*, 19(2).
- Ngo, D. T., Quach, D. T., Tran, Q. H., Møhave, K., Phan, T. L., and Kim, D. H. (2014). Perpendicular magnetic anisotropy and the magnetization process in CoFeB/pd multilayer films. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 47(445001).
- Novais, E. R. P., Landeros, P., Barbosa, A. G. S., Martins, M. D., Garcia, F., and Guimarães, A. P. (2011). Properties of magnetic nanodots with perpendicular anisotropy. *Journal of Applied Physics*, 110(053917).
- O'Handley, R. C. (1999). *Modern Magnetic Materials: Principles and Applications*. Wiley-Interscience, New York.
- Parkin, S. and Yang, S.-H. (2015). Memory on the racetrack. *Nature Nanotechnology*, 10(195).
- Pfleiderer, C. (2011). Magnetic order: Surfaces get hairy. *Nature Physics*, 7(673).
- Piramanayagam, S. N. and Chong, T. C. (2012). *Developments in Data Storage: Materials Perspective*. Wiley-IEEE Press, New Jersey.
- Rohart, S. and Thiaville, A. (2013). Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of dzyaloshinskii-moriya interaction. *Physical Review B*, 88(184422).

- Sampaio, J., Cros, V., Rohart, S., Thiaville, A., and Fert, A. (2013). Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures. *Nature Nanotechnology*, 8(839).
- Sarau, G. (2008). *Spin Dependent Transport in Cobalt Nanocontacts*. Forschungszentrum Jülich GmbH, Duisburg.
- Seidel, J. (2016). *Topological Structures in Ferroic Materials Domain Walls, Vortices and Skyrmions*. Springer International Publishing, Suiza.
- Seki, S. and Mochizuki, M. (2016). *Skyrmions in Magnetic Materials*. SpringerBriefs in Physics, New York.
- Soumyanarayanan, A., Reyren, N., Fert, A., and Panagopoulos, C. (2016). Emergent phenomena induced by spin-orbit coupling at surfaces and interfaces. *Nature*, 539(509).
- Stebliy, M. E., Kolesnikov, A. G., Davydenko, A. V., Ognev, A. V., Samardak, S., and A.Chebotkevich, L. (2015). Experimental evidence of skyrmion-like configurations in bilayer nanodisks with perpendicular magnetic anisotropy. *Journal of Applied Physics*, 117(17B529).
- Streubel, R., Han, L., Im, M. Y., Kronast, F., Röbber, U. K., Radu, F., Abrudan, R., Lin, G., Schmidt, O. G., Fischer, P., and Makarov, D. (2015). Manipulating topological states by imprinting non-collinear spin textures. *Scientific Reports*, 5(8787).
- Sun, L., Cao, R. X., Miao, B. F., Feng, Z., You, B., Wu, D., Zhang, W., Hu, A., and Ding, H. F. (2013). Creating an artificial two-dimensional skyrmion crystal by nanopatterning. *Physical Review B*, 110(167201).
- Tomasello, R., Martinez, E., Zivieri, R., Torres, L., Carpentieri, M., and Finocchio, G. (2014). A strategy for the design of skyrmion racetrack memories. *Scientific Reports*, 4(6784).
- Tudu, B. and Tiwari, A. (2017). Recent developments in perpendicular magnetic anisotropy thin films for data storage applications. *Vacuum*, ()
- Varvaro, G. and Casoli, F. (2016). *Ultra-High-Density Magnetic Recording: Storage Materials and Media Designs*. Pan Stanford, 2016, US.
- Vasudeva, A. S. (2011). *Principle of Engineering Physics. Vol 2*. S. Chand & Company Limited, India.
- Weller, D. and Doerner, M. F. (2000). Extremely high-density longitudinal magnetic recording media. *Annual Review of Materials Science*, 30(1).
- Yamane, Y. and Sinova, J. (2016). Skyrmion-number dependence of spin-transfer torque on magnetic bubbles. *Journal of Applied Physics*, 120(233901).

- Zhang, X., Ezawa, M., and Zhou, Y. (2015a). Magnetic skyrmion logic gates: conversion, duplication and merging of skyrmions. *Scientific Reports*, 5(9400).
- Zhang, X., Zhao, G. P., Fangohr, H., Liu, J. P., Xia, W. X., Xia, J., and Morvan, F. J. (2015b). Skyrmion-skyrmion and skyrmion-edge repulsions in skyrmion-based racetrack memory. *Scientific Reports*, 5(7643).
- Zhang, X., Zhou, Y., Ezawa, M., Zhao, G. P., and Zhao, W. (2015c). Magnetic skyrmion transistor: skyrmion motion in a voltage-gated nanotrack. *Scientific Reports*, 5(11369).

## Anexo A

### Cálculo de la energía de interacción de dos discos que presentan la misma configuración magnética

Consideremos dos discos  $i$  y  $j$  de altura  $L$  separados una distancia horizontal  $S$  y vertical  $x$ , tal como se muestra en la figura A.1.

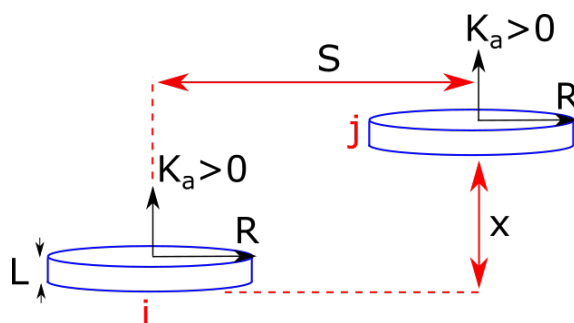


Figura A.1: Ilustración de los parámetros geométricos utilizados para el cálculo de la energía de interacción de dos discos magnéticos que presentan skyrmions tipo Bubble.

La energía de interacción magnética entre dos discos que poseen skyrmion tipo Bloch esta dado por:

$$E_{int} = \mu_0 \int \vec{M}_i \cdot \vec{\nabla} U_j dv_i = \mu_0 \int M_{z,i}(r) \frac{d}{dz} U_j(r, z) dv_i \quad (\text{A.1})$$

El potencial magnetostático del cilindro  $j$  que posee una magnetización  $\vec{M}_j$  a una distancia  $\vec{r}_j$  de éste, esta dado por:

$$U_j(\vec{r}_j) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\hat{n} \cdot \vec{M}_j(\vec{r}')}{|\vec{r}_j - \vec{r}'|} da' \quad (\text{A.2})$$

Notamos que no existen contribuciones de las cargas volumétricas, dado que  $\vec{M}$  cumple con el funcional  $\vec{M}(\vec{r}) = M_\phi(\rho)\hat{\phi} + M_z(\rho)\hat{z}$ .

Dada la simetría del problema, es conveniente expandir el término  $1/|\vec{r}_j - \vec{r}'|$  en términos de funciones de Bessel [Jackson, 1998]. Entonces se tiene:

$$\frac{1}{|\vec{r}_j - \vec{r}'|} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^{\infty} J_p(kr_j) J_p(kr') e^{-k(z_>-z_<)} dk \quad (\text{A.3})$$

Reemplazando en la ecuación A.2.

$$U_j(\vec{r}_j) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^{\infty} dk J_p(kr_j) J_p(kr') e^{-k(z_>-z_<)} M_j(r') r' dr' d\phi' \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} d\phi' \int_0^{\infty} dk J_p(kr_j) (e^{-k(z_>-z_<)|_{s_1}} - e^{-k(z_>-z_<)|_{s_2}}) \\ \times \int_0^R M_j(r') J_p(kr') r' dr', \quad (\text{A.5})$$

donde  $s_1$  y  $s_2$  representa la superficie superior e inferior del disco. Realizando la integral en  $d\phi'$ , se tiene:

$$U_j(\vec{r}_j) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dk J_0(kr_j) (e^{-k(z_>-z_<)|_{s_1}} - e^{-k(z_>-z_<)|_{s_2}}) \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr' \quad (\text{A.6})$$

Podemos escribir  $\vec{r}_j$  de acuerdo a los parámetros geométricos que describen el problema, figura A.2. Es decir,

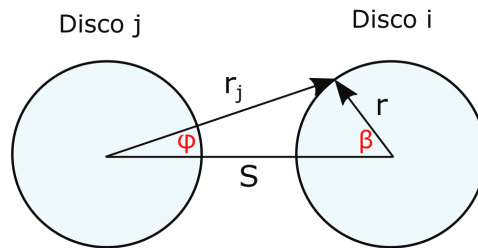


Figura A.2: Parámetros geométricos que describen la posición de cada disco.

$$r_j = \sqrt{r^2 + S^2 - 2rS \cos(\alpha + \beta)} \quad (\text{A.7})$$

Luego es posible expandir el término  $J_0(kr_j)$  [Jackson, 1998], es decir,

$$J_0(kr_j) = J_0(k\sqrt{r^2 - S^2 + 2rS \cos(\alpha + \beta)}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\phi+\beta)} J_m(kr) J_m(kS) \quad (\text{A.8})$$

### A.0.1. Discos situados a una misma altura ( $x = 0$ )

Para este caso se tiene:

$$e^{-k(z_>-z_<)|_{s_1}} - e^{-k(z_>-z_<)|_{s_2}} = e^{-k(L-z)} - e^{-kz}. \quad (\text{A.9})$$

Reemplazando en la ecuación A.6, se tiene:

$$U_j = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dk J_0(kr_j) (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr'. \quad (\text{A.10})$$

Derivando con respecto a  $z$  y reemplazando en la expresión de la energía de interacción, ecuación A.1, se encuentra:

$$\begin{aligned} E_{int} &= \frac{\mu_0}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R M_i(r) \int_0^{\infty} dk k J_0(kr_j) e^{-kz} (e^{-kz} + 1) \\ &\times \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr' r dr d\phi dz. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Reemplazando la ecuación A.8 e integrando en  $z$  entre 0 y  $L$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} E_{int} &= \mu_0 \int_0^R M_i(r) \int_0^{\infty} dk \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} e^{im(\alpha+\beta)} J_m(kr) J_m(kS) (1 - e^{-kL}) \\ &\times \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr' r dr d\phi. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Integrando en  $\phi$ , finalmente se encuentra:

$$E_{int} = 2\pi\mu_0 \int_0^{\infty} \left( \int_0^R M(r) J_0(kr) r dr \right)^2 J_0(kS) (1 - e^{-kL}) dk \quad (\text{A.13})$$



### A.0.2. Caso diferente altura ( $x > L$ )

Para este caso se tiene:

$$e^{-k(z>-z<)|_{s_1}} - e^{-k(z>-z<)|_{s_2}} = e^{-k(z-L)} - e^{-kz}. \quad (\text{A.14})$$

Reemplazando en la ecuación A.6, se tiene:

$$U_j(\vec{r}_j) = \frac{1}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr_j) (e^{-k(z-L)} - e^{-kz}) \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr'. \quad (\text{A.15})$$

Derivando con respecto a  $z$  y reemplazando en la ecuación A.1 se encuentra:

$$\begin{aligned} E_{int} &= \frac{\mu_0}{2} \int_x^{x+L} \int_0^{2\pi} \int_0^R M_i(r) \int_0^\infty dk J_0(kr_j) (-k e^{-kz} (e^{kL} - 1)) \\ &\quad \times \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr' r dr d\phi dz. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Reemplazando la ecuación A.8 e integrando con respecto a  $\phi$  y  $z$ , se obtiene:

$$E_{int} = -\mu_0 \pi \left( \int_0^R M(r) J_0(kr) r dr \right)^2 \int_0^\infty J_0(kS) e^{-k(L+x)} (e^{kL} - 1)^2 dk \quad (\text{A.17})$$

### A.0.3. Caso diferente altura ( $L > x$ )

En este caso tenemos dos regiones que considerar. La primera región es cuando  $z > L$

$$e^{-k(z>-z<)|_{s_1}} - e^{-k(z>-z<)|_{s_2}} = e^{-k(z-L)} - e^{-kz}. \quad (\text{A.18})$$

La segunda región es cuando  $z < L$ , es decir,

$$e^{-k(z>-z<)|_{s_1}} - e^{-k(z>-z<)|_{s_2}} = e^{-k(L-z)} - e^{-kz}. \quad (\text{A.19})$$

Se puede escribir la energía de interacción como:

$$\begin{aligned} E_{int} &= \frac{\mu_0}{2} \int_0^R \int_0^{2\pi} M_i(r) \int_0^\infty dk J_0(kr_j) \left[ \int_L^{L+x} (e^{-k(z-L)} - e^{-kz}) dz + \int_x^L (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) dz \right] \\ &\quad \times \int_0^R M_j(r') J_0(kr') r' dr' r dr d\phi. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Reemplazando la ecuación A.8 e integrando con respecto a  $z$  y  $\phi$ , se tiene:

$$E_{int} = -\pi\mu_0 \left( \int_0^R M(r)r dr J_0(kr) \right)^2 \int_0^\infty dk J_0(kS) e^{-k(L+x)} (1 - 2e^{kL} + e^{2kx}) \quad (\text{A.21})$$

En resumen se tienen dos expresiones que definen la energía de interacción en función de la altura.

$$E_{int} = -M_s^2 \mu_0 \pi \sigma_i \sigma_j \int_0^\infty J_0(kS) \left[ \int_0^R m_z(r) J_0(kr) r dr \right]^2 P(k, L, x) dk \quad (\text{A.22})$$

$$P(k, L, x) = \begin{cases} e^{-k(L+x)} (1 - 2e^{kL} + e^{2kx}) & 0 \leq x < L \\ e^{-k(L+x)} (e^{kL} - 1)^2 & L < x, \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

donde  $M_s$  representa la magnetización de saturación.  $\sigma_i$  y  $\sigma_j$  representan el sentido de la magnetización en el eje  $z$ , por lo que sólo pueden tomar los valores de 1 ó -1.