

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento de Física



Estabilidad de texturas magnéticas bidimensionales y su
dinámica en sistemas difusivos

Nicolás Segundo Vidal Silva

Profesores guía: Juan Escrig Murúa
Ricardo Gabriel Elías

Tesis para optar al grado de Doctor en
Ciencia con Mención en Física.

Santiago - Chile
2018

© Nicolás Segundo Vidal Silva, 2018
Licencia Creative Commons Atribución-No Comercial Chile 3.0. Sus condiciones de uso pueden ser revisadas en: <http://creativecommons.org/licenses/bync/3.0/cl/>

Estabilidad de texturas magnéticas bidimensionales y su dinámica en sistemas difusivos

Este trabajo de Graduación fue preparado bajo la supervisión del profesor tutor Juan Escrig Murúa y co-tutor Ricardo Gabriel Elías del Departamento de Física de la Universidad de Santiago de Chile, y ha sido aprobado por los miembros de la comisión examinadora

Dr. Juan Escrig

Dr. Ricardo Elías

Dra. Dora Altbir

Dr. Luis Foa

Dr. Fernando Méndez

Dr. Roberto Rodríguez

.....
Director del Departamento de Física

Resumen

Los materiales ferromagnéticos se caracterizan por presentar un orden magnético parametrizado por un campo de magnetización $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ bajo cierta temperatura crítica, denominada temperatura de Curie. Las texturas magnéticas son inhomogeneidades del campo de magnetización que en ocasiones se comportan como solitones, y sus propiedades dependen fuertemente de la temperatura del sistema, de la geometría del material y de las propiedades magnéticas de éste, tales como anisotropías, simetrías de inversión, efectos difusivos, etc. Esta tesis está centrada en estudiar los efectos de la energía dipolar, anisotropía uniaxial, interacción de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) y el campo magnético externo, sobre la estabilidad de texturas magnéticas alojadas en nano-cilindros, así como también, los efectos de la difusión de espín en la dinámica de texturas magnéticas alojadas en un plano infinito.

En particular, estudiamos la estabilidad de skyrmions tipo Néel en *nanodots* de Cobalto/Platino (Co/Pt) incluyendo tanto la interacción de Dzyaloshinskii-Moriya como la interacción dipolar, esta última usualmente despreciada en la literatura disponible. Usando un *ansatz* apropiado para un skyrmion, hemos encontrado que la inclusión de la energía dipolar tiene gran responsabilidad en la estabilización de este tipo de texturas debido a la geometría cilíndrica del material donde se encuentra alojado. Hemos comparado nuestros resultados con simulaciones micromagnéticas obteniendo buen acuerdo entre ellos.

Por otra parte, hemos investigado la estabilidad de distintas texturas magnéticas en *nanodots* de Cobalto (Co) en función de la anisotropía uniaxial y el campo magnético externo, mediante la comparación de las energías de los distintos tipos de estados magnéticos permitidos en esta geometría y material. Usando los *ansatzs* apropiados para las distintas configuraciones del sistema, hemos minimizado la energía total para la construcción de un diagrama de fase, el cual posee una extensa región de estabilidad para skyrmions tipo Bloch. Nuestros resultados han sido validados con simulaciones micromagnéticas mostrando un excelente acuerdo entre ellas.

Finalmente, exploramos la dinámica de texturas magnéticas mediante la aplicación de una corriente de espín polarizada. Usando un modelo de relajación de espín, hemos calculado el torque que ejerce el espín de los electrones de la corriente aplicada sobre la textura magnética, induciendo así el movimiento de esta. Este

torque posee la contribución adiabática usual, pero además, para texturas magnéticas cuya longitud característica es del mismo orden que la longitud de difusión de espín, la dinámica de estas se ve fuertemente afectada por los efectos difusivos en el material. Más específicamente, la no-adiabaticidad es aumentada considerablemente para todas las texturas estudiadas, y en particular para skyrmions magnéticos, contribuyendo notablemente al conocido efecto Magnus.

Palabras claves: Skyrmions, paredes de dominio, vórtices, *spin transfer torque*, difusión de espín.

Abstract

The ferromagnetic materials are characterized by presenting a magnetic order parameterized by a magnetization field $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ below a critical temperature, called the Curie temperature. The magnetic textures are inhomogeneities of the magnetization field which occasionally can behave like solitons, and their properties strongly depend on the temperature of the system, geometry of material and its magnetic properties, such that anisotropies, inversion symmetries, diffusive effects, etc. This thesis is centered in the study the effects of dipolar energy, uniaxial anisotropy, Dzyaloshinskii-Moriya interaction (DMI) and an external magnetic field on the magnetic textures stability hosted in nano-cylinders, as well as the effect of spin diffusion on the dynamic of magnetic textures hosted in an infinite plane.

Particularly, we studied the stability of Néel skyrmions hosted in Cobalt/Platinum (Co/Pt) nanodots including both the Dzyaloshinskii-Moriya interaction as dipolar interaction, the later usually neglected in previous works. By using a suitable ansatz to describe a skyrmion, we have found that including or not the dipolar contribution has a big responsibility on the stabilization of this class of textures due to cylindrical geometry where the system is hosted. We have compared our results with micromagnetic simulations finding a good agreement between them.

On the other hand, we have investigated the stability of different magnetic textures on Cobalt (Co) nanodots as a function of uniaxial anisotropy and the external magnetic field, by comparing the energy of distinct magnetic textures allowed in this particular geometry and material. By using the suitable ansatzs for the different magnetic configurations, we have minimized the total energy in order to generate a phase diagram, which has a extensive stability region for Bloch skyrmions. Our results have been validated through micromagnetic simulations, showing an excellent agreement between them.

Finally, we explored the dynamic of magnetic textures induced by an applied spin-polarized current. By using a spin relaxation model, we have computed the torque exerted by the spin of itinerant electrons over a magnetic texture, which induces a dynamic on it. This torque has the usual adiabatic contribution, but also, to magnetic textures whose characteristic length is of same order as the spin diffusion

length, its dynamic is strongly affected due to diffusive effects in the material. More specifically, the non-adiabaticity is considerably increased in all studied magnetic textures, and in particular to magnetic skyrmions, where it contributes to the well-known Magnus effect.

Keywords: Skyrmions, domain walls, vortices, spin transfer torque, spin diffusion.

Agradecimientos

Es realmente difícil agradecerle a tanta gente que ha sido de ayuda durante estos 4 años y medio en que he aprendido algo de Física, pero sin duda, voy a partir por lo más importante: mi familia. Quiero agradecer infinitamente a mi esposa Pamela por la paciencia que ha tenido conmigo, pero especialmente, por *apañar* siempre a mi lado. Junto a mi hijo Joaquín y a él/la que viene en camino, son la razón por la cual tomé este rumbo pensando siempre en que sería lo mejor para nuestra familia. Aún lo sigo pensando y sé que la vida nos va a recompensar por todo el sacrificio que en particular tú Pamela has hecho por mi y nuestra familia. Te amo y gracias eternas hacia ti.

Quisiera también agradecer a mis padres y hermano, quienes tuvieron la paciencia y la sabiduría para guiarme y enderezarme cuando era necesario. Ustedes saben que gran parte de mis *logros* son gracias a ustedes. Les estaré eternamente agradecidos, y en especial a mis padres, gracias por brindarme los mejores valores y la mejor educación que pudieron, es gracias a eso que hoy puedo decir que seré un doctor.

Agradecer a todos los profesores que me hicieron clases (son varios, pero como probablemente no leerán mi tesis, no los mencionaré a todos) y me apoyaron cuando no entendía nada, pero en especial, quisiera hacer una mención al profesor Fernando Mendez, quien muchas veces de manera desinteresada dedicó tardes enteras intentando explicar cosas que aún no entiendo. Hace falta más gente como él en ciencias. Quiero agradecer por supuesto a mis profesores guías de este proceso, al profesor Juan Escrig quien se la jugó por mí cuando aún estaba en pedagogía, y de alguna manera visualizó que tenía dedos para el piano. En realidad creo que me faltarían días para agradecerle profe, si estoy en esta instancia es porque sus consejos y experiencia me motivaron a mirar siempre hacia adelante. Gracias profe, de verdad.

En la mitad de proceso se sumó mi co-tutor, Gabriel Elías, quien me hizo ver la física desde otro ángulo. Gracias Gabriel por las correcciones eternas a esta tesis y por los consejos que siempre me has dado, como te dije en algún momento, ojala pueda ser un físico como tú.

Quiero agradecer a la gente del grupo de Nanomagnetismo: Rosita, Álvaro, In-

deo, Alejandro, Sali y Juan Luis. Gracias infinitas por ayudarme a entrar al mundo del magnetismo y compartir más de alguna vez alguna pregunta tonta un café o una pichanga. En particular agradecer a Álvaro, quien confió en mí cuando recién entré al doctorado y pudimos sacar adelante los trabajos con corriente. Me acuerdo y me estreso jaja. Gracias Álvaro. Quiero darle las gracias también a mi compañero Pipeño, con quien he estado compartiendo ramos y salas desde el 2009 cuando ingresé a la USACH. Cuántas tallas y anécdotas Pipe, y acá estamos, a punto de ser doctores, y aún hablando en coa.

Finalmente quisiera agradecer a los miembros de la comisión evaluadora de mi tesis por darse el tiempo de leerla y evaluarla, su trabajo es sin duda muy valioso para mejorar mi trabajo. Por supuesto agradecer a la Universidad de Santiago, al CEDENNA y a CONICYT con su Beca de Doctorado Nacional (21140141) por permitirme vivir *tranquilo* mientras estudiaba.

Ahora que seré doctor y millonario, espero algún día devolver todos los favores que me han hecho. Pero como seré doctor en Chile, creo que lo de millonario no cuenta, al menos seré feliz haciendo lo que realmente amo. Es super usual que la gente termine los agradecimiento con un cita o una frase rimbombante, yo no seré la excepción:

"Tú puedes. Tú siempre puedes" - Pamela Vega, siempre.
Gracias por hacerme ver el mundo y la vida de otra manera.

Tabla de Contenido

Introducción	1
0.1 Magnetismo en la materia y Nanomagnetismo	1
0.2 Espintrónica	4
0.3 Estructura de la tesis	7
1 Fundamento teórico	8
1.1 Energía magnética total	8
1.1.1 Energía de intercambio	8
1.1.2 Energía dipolar	10
1.1.3 Energía de anisotropía	12
1.1.3.1 Anisotropía magnetocristalina	13
1.1.3.2 Anisotropía de forma	14
1.1.4 Energía de Zeeman	15
1.1.5 Energía de Dzyaloshinskii-Moriya	15
1.2 Texturas magnéticas	17
1.2.1 Paredes de dominio	18
1.2.2 Vórtices magnéticos	20
1.2.3 Skyrmions magnéticos	22
1.3 Dinámica de la magnetización	24
1.3.1 Ecuación de Thiele	26
1.4 Metales ferromagnéticos	29
1.4.1 Modelo de Stoner	31
1.4.2 Modelo s-d	33
2 Estabilidad de skyrmions tipo Néel en nanodiscos ultra-delgados considerando interacciones de Dzyaloshinskii-Moriya y dipolar	35
2.1 Resumen	35
2.2 Descripción analítica	35
2.3 Ejemplo de aplicación de nuestro modelo: Nanodiscos ultra delgados de Co/Pt	39
2.4 Conclusiones	48

3	Diagrama de fase $K_u - B$ numérico y analítico para nanoestructuras de Cobalto: región de estabilidad para un skyrmion tipo Bloch	50
3.1	Resumen	50
3.2	Modelo analítico	50
3.2.1	Configuración skyrmion (Sk)	52
3.2.2	Configuración ferromagnética homogénea (F)	53
3.2.3	Configuración vórtice con <i>core</i>	53
3.2.4	Simulaciones micromagnéticas	53
3.2.5	Resultados y diagramas de fase	54
3.2.6	Conclusiones	60
4	Movimiento estacionario de skyrmions y paredes de dominio bajo espín-torques difusivos	62
4.1	Resumen	62
4.2	Modelo de relajación de espín y espín-torques difusivos	62
4.3	Efectos sobre la dinámica: Ecuación de Thiele para el movimiento estacionario de texturas bidimensionales	68
4.3.1	Pared de dominio transversal	70
4.3.2	Skyrmion	71
4.4	Conclusiones y perspectivas	75
	Conclusión general	76
	Referencias Bibliográficas	78
A	Cálculo de las energías presentes en un nanodisco magnético	85
A.1	Energía de intercambio	85
A.2	Energía de anisotropía uniaxial	86
A.3	Energía de Dzyaloshinskii-Moriya	87
A.4	Energía dipolar	88
A.4.1	Energía dipolar volumétrica	88
A.4.2	Energía dipolar superficial	90
A.4.3	Energía dipolar total	91
A.5	Energía de Zeeman	93
B	Solución de la ecuación de continuidad para la acumulación de espín	94
C	Torque ejercido por la acumulación de espín sobre la magnetización	96

Índice de Ilustraciones

1.1	a) Energía DM del bulto: generación de la energía DM a través del triángulo formado por dos espines atómicos más un átomo con un alto acoplamiento espín-órbita, el cual además quiebra la simetría de inversión. b) Energía DM interfacial: la energía DM es generada a través del triángulo formado por dos espines atómicos de un material más un átomo con un fuerte acoplamiento espín-órbita ubicado en otro material adyacente. La interfase produce un quiebre en la simetría de inversión. Imagen extraída de la referencia [25]	17
1.2	Esquema de las paredes de dominio tipo Bloch y Néel. En la pared tipo Bloch los espines dentro de ella rotan en el plano perpendicular al cual la contiene, mientras que en la tipo Néel lo hacen en el mismo plano. Imagen extraída de la referencia [15]	19
1.3	a) Pared de dominio tipo vórtice en un sistema cilíndrico y b) pared de dominio tipo vórtice en un sistema rectangular. Ambos corresponden a procesos de reversión de la magnetización. Imágenes extraídas de las referencias [42] y [36], respectivamente.	20
1.4	Estructura tipo vórtice alojado en un cilindro magnético. En a) la estructura es un vórtice perfecto, b) la estructura vórtice posee un <i>core</i> apuntando en la dirección $+z$ (polaridad positiva) y c) vista superior del vórtice en b). Imagen extraída de la referencia [56].	21
1.5	Representación de la magnetización de los skyrmions a) tipo Bloch y b) tipo Néel. Las figuras abajo de cada skyrmions corresponden a un corte transversal representado por la línea punteada en cada skyrmion y muestran la estructura pared de dominio tipo Bloch y Néel, respectivamente. Imagen extraída de la referencia [52].	23
1.6	Ilustración de la precesión de la magnetización en torno al campo efectivo para a) un movimiento sin amortiguamiento y b) una precesión con amortiguamiento. Esta última sugiere que la magnetización eventualmente se alineará con el campo efectivo. La imagen fue extraída de la referencia [86].	26

1.7	Densidad de carga $P_{nl}^2(r)$ para un átomo de un metal de transición $3d$ como función de la distancia r al núcleo del átomo. En la imagen se ve claramente el caracter localizado de los electrones $3d$, mientras que los $4p$ y $4s$ son más deslocalizados. Imagen extraída de [66]	30
1.8	Densidad de estados para electrones con espines arriba y abajo. A la banda con espines hacia abajo se le han sustraído electrones para ser ubicados en la banda con espines hacia arriba, lo que produjo una disminución de su energía en una cantidad δE . Imagen extraída de [10]. 32	
2.1	Perfil de un skyrmion tipo Néel confinado en un nanodisco de 40 nm obtenido a través de la expresión analítica 2.1 para a) distintos exponentes n con $R_s = 20$ nm y b) distintos valores de R_s con $n = 10$. c) y d) muestran el perfil para quiralidad con $C = -1$ y $C = +1$, respectivamente. En estas figuras $m_r(r)$ es representado por flechas, mientras que $m_z(r)$ está representado como una densidad de colores según la barra a la derecha.	37
2.2	Energía de un skyrmion tipo Néel como función de su radio R_s para diferentes valores de n . Las figuras en la columna izquierda consideran $K_u = 0.8$ MJ/m ³ para diferentes valores de D , mientras que las figuras de la columna derecha consideran $D = 5.5$ mJ/m ² para diferentes valores de K_u . La línea punteada horizontal representa la energía de la configuración ferromagnética fuera del plano	41
2.3	Energía total de posibles configuraciones magnéticas presentes en un nanodisco magnético como función del radio característico de cada una (ver texto principal), para $K_u = 1.0$ MJ/m ³ y $D = 5.5$ mJ/m ² . La configuración vórtice con <i>core</i> se obtuvo a partir del modelo que propusimos en [56] y para el NS usamos $n = 10$	42
2.4	Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) para diferentes valores de n como función de D , para $K_u = 0.8$ MJ/m ³ . Energía (c) y radio del skyrmion R_s para diferentes valores de n como función de K_u , para $D = 5.5$ mJ/m ² . Los círculos azules corresponden a simulaciones micromagnéticas según [60].	43
2.5	Energía de un NS como función de R_s , una constante de anisotropía $K_u = 0.8$ MJ/m ³ y diferentes valores de la constante de Dzyaloshinskii-Moriya D . La línea sólida considera la energía dipolar, mientras que la punteada no. La línea punteada horizontal representa el estado ferromagnético fuera del plano.	44

2.6	Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) como función de D , para $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$. Los símbolos rojos y abiertos corresponden a resultados analíticos obtenidos para $n = 10$, mientras que los símbolos azules y sólidos corresponden a simulaciones micromagnéticas [60]. El perfil de la magnetización mostrado como un inserto en la figura (b) corresponde a la configuración que es señalada con flechas.	45
2.7	Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) como función de K_u , para $D = 5.5 \text{ mJ/m}^2$. Los símbolos rojos y abiertos corresponden a resultados analíticos obtenidos para $n = 10$, mientras que los símbolos azules y sólidos corresponden a simulaciones micromagnéticas [60]. El perfil de la magnetización mostrado como un inserto en la figura (b) corresponde a la configuración que es señalada con flechas.	47
2.8	Promedio de las componentes de la magnetización como función de la coordenada radial. Las líneas sólidas fueron obtenidas con nuestro modelo de m_z para $n = 10$, mientras que las líneas punteadas fueron obtenidas mediante simulaciones micromagnéticas.	48
3.1	a) Parámetros geométricos de la nanoestructura investigada bajo la acción de un campo magnético \mathbf{B} . Configuraciones magnéticas estudiadas: b) Estado ferromagnético homogéneo formando un ángulo ψ con respecto al eje z , c) skyrmion tipo Bloch ($R_s = 60 \text{ nm}$, $n = 10$) y d) vórtice con <i>core</i> ($R_v = 90 \text{ nm}$).	52
3.2	Energía de las distintas configuraciones magnéticas como función de sus parámetros minimizables. a) Energías de las configuraciones Sk con <i>core</i> apuntando en la dirección $+z$ (línea roja con asterisco) y $-z$ (línea roja continua); ferromagnética homogénea en la dirección $+z$ (línea verde punteada con triángulos) y $-z$ (triángulos verdes); vórtice con <i>core</i> apuntando en la dirección $+z$ (línea rosada segmentada con cuadrados) y $-z$ (línea rosada continua con cuadrados); y ferromagnética homogénea apuntando en el eje x (línea negra segmentada con triángulos invertidos). b) Energía de la configuración ferromagnética homogénea como función del ángulo ψ que forma la magnetización con el eje de simetría.	56
3.3	Diagrama $K_u - B$ para una nanoestructura de cobalto cuando el campo magnético es aplicado en el plano ($\theta = 90^\circ$). Los nueve puntos marcados a, b, c, d, e, f, g, h e i fueron obtenidos también a través de simulaciones micromagnéticas, cuyas imágenes son mostradas en la Fig. 3.5, mientras que las 4 imágenes de la nanoestructura que se muestran en la parte de abajo corresponden a las configuraciones de mínima energía (en c, d, e y f) obtenidas a partir de resultados analíticos.	57

3.4	Diagrama $K_u - B$ para una nanoestructura de cobalto cuando el campo magnético es aplicado fuera del plano ($\theta = 0^\circ$). Los nueve puntos marcados j, k, l, m, n, o, p, q y r fueron obtenidos también a través de simulaciones micromagnéticas, cuyas imágenes son mostradas en la Fig. 3.5, mientras que las 4 imágenes de la nanoestructura que se muestran en la parte de abajo corresponden a las configuraciones de mínima energía (en r, m, l y n) obtenidas a partir de resultados analíticos.	58
3.5	Imágenes de los estados magnéticos estables obtenidos a través de las simulaciones micromagnéticas para los 18 puntos marcados de las Figs. 4.3 y 4.4: a, b, c, d, e, f, g, h, e i para $\theta = 90^\circ$; j, k, l, m, n, o, p, q y r para $\theta = 0^\circ$. Se puede ver que nuestros resultados analíticos y numéricos tienen excelente acuerdo.	59
4.1	Dependencia de la velocidad longitudinal (líneas sólidas) y transversal (línea punteada) de un skyrmion BP, como función de la longitud de precesión de espín λ_{ex} para (a) $\chi = 0$, (b) $\chi = 0.1$, y (c) $\chi = 0$ y $\alpha = \beta$. Con los parámetros $\alpha = 0.04$, $r_0 = 10$ nm y diferentes valores de $\xi = 0, 0.5\alpha, \alpha, 1.5\alpha, 2\alpha$ (líneas verde, azul, amarilla, roja y negra respectivamente). La velocidad está dada en unidades de la velocidad efectiva del electrón v_s	74

Introducción

0.1. Magnetismo en la materia y Nanomagnetismo

Los fenómenos magnéticos en los materiales provienen de una característica intrínseca de los electrones e iones de los átomos constituyentes de un material, denominada momento magnético. Clásicamente, el momento magnético de un electrón puede ser fácilmente entendido a partir del movimiento de este entorno al núcleo del átomo, generando así una corriente eléctrica y, por tanto, un campo magnético [1,66]. Es posible mostrar que el vector momento magnético del electrón es proporcional al vector momento angular orbital [66]. La inclusión del espín del electrón permite trasladarnos a una descripción cuántica del sistema y además proporciona otra contribución al momento magnético total de éste.

El momento magnético total de un electrón está dado por la suma ponderada de los valores de expectación de los operadores momento angular de espín y orbital [10,66]:

$$\langle \boldsymbol{\mu}_{tot} \rangle = -\mu_B (g_s \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle + g_l \langle \hat{\mathbf{L}} \rangle), \quad (1)$$

donde $\mu_B = e\hbar/2m_e$ es el magnetón de Bohr, con \hbar la constante de Planck reducida y m_e la masa del electrón, $g_s \approx 2$ proviene del factor de Landé [10], $g_l = 1$.

Note que en la Ec. (1) hemos considerado que el espín $\langle \hat{\mathbf{S}} \rangle$ y el momento angular orbital $\langle \hat{\mathbf{L}} \rangle$ son adimensionales. Además, la Ec. (1) se puede escribir en términos de la razón giromagnética $\gamma = e/(2m_e)$ tal que $\langle \boldsymbol{\mu}_{tot} \rangle = -\gamma\hbar (g_s \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle + g_l \langle \hat{\mathbf{L}} \rangle)$.

En esta tesis estamos interesados en fenómenos que ocurren en materiales ferromagnéticos. Estos pueden definirse como aquellos materiales que presentan un orden magnético por debajo de una cierta temperatura crítica, llamada temperatura de Curie T_c .

En los metales de transición como Ni, Co o Fe, que son ferromagnéticos, el momento angular orbital se puede despreciar debido a un efecto llamado *desactivación orbital* (*orbital quenching*) [1, 10, 64, 66].

La desactivación orbital es un efecto que proviene del quiebre de la simetría esférica que posee la órbita de un electrón debido a la hibridización de su función de onda con los llamados *campos cristalinos*. Los campos cristalinos dan cuenta del medio ambiente del electrón, específicamente de los átomos vecinos e interactúan con el electrón a través de una interacción coulombiana. Los campos cristalinos rotan la órbita del electrón, el cual estará sujeto a un potencial efectivo que no es esféricamente simétrico.

Un electrón en un potencial coulombiano, el cual es perfectamente simétrico, tiene funciones de onda con dependencia azimutal de la forma $e^{im_l\phi}$, la cual forma parte de los armónicos esféricos $Y_l^{m_l}(\phi, \theta)$. Como los $Y_l^{m_l}$ forman una base completa, en un potencial sin simetría esférica la parte angular de las funciones de onda de este electrón será una combinación lineal de los estados electrónicos con potencial esféricamente simétrico, es decir, de la forma $\propto (e^{im_l\phi} + e^{-im_l\phi})$. Luego el valor de expectación del operador momento angular orbital tendrá contribución neta nula debido a la suma de los autovalores $+m_l$ y $-m_l$. Este efecto produce que el magnetismo en los metales de transición sea dado únicamente por la contribución del momento angular de espín [10], y entonces el espín que da la contribución magnética al material se denomina *espín molecular*.

Por otro lado, debemos considerar que los núcleos de los átomos también poseen un momento magnético que es proporcional al magnetón nuclear μ_K (en analogía con μ_B), el cual escala como el inverso de la masa del protón $\propto 1/m_p$. Sin embargo, la tasa μ_K/μ_B es proporcional a la razón entre la masa del electrón y el protón: $m_e/m_p \approx 10^{-4}$, de tal manera que la contribución del núcleo de estos átomos al magnetismo de un sólido se puede despreciar. Por lo tanto, dado que en este trabajo estamos interesados en materiales ferromagnéticos que satisfacen las suposiciones anteriores, consideraremos que por cada sitio de la red en un material, existe un momento magnético efectivo dado por el momento magnético de los electrones, el cual estará determinado sólo por la contribución de su espín.

Además, nuestro análisis se desarrollará a temperaturas muy bajas, donde las fluctuaciones térmicas se hacen importante, por lo que la inclusión de la temperatura no es relevante. Debido al regimen de muy baja temperatura, la norma del parámetro de orden de nuestro problema no varía, es decir, la magnitud de los espines es constante.

En esta tesis vamos a estudiar sistemas que están en la escala nanométrica y tienen típicamente alrededor de 10^8 momentos magnéticos (o átomos, según la aproximación explicada anteriormente), lo que hace que su estudio sea costoso computacionalmente hablando. Debido al gran número de partículas involucradas en estos sistemas, es posible usar la aproximación continua de los momentos magnéticos, re-

emplazando su naturaleza discreta por un campo macroscópico continuo llamado *magnetización* $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$.

La magnetización macroscópica en los fenómenos magnéticos puede relacionarse con el origen cuántico de ésta mediante los valores de expectación de los operadores cuánticos de espín. Definimos el vector de espín molecular \mathbf{S} como

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) \equiv \langle \hat{\mathbf{S}}(\mathbf{r}) \rangle, \quad (2)$$

el cual emerge del valor de expectación del operador de espín (cuántico) $\hat{\mathbf{S}}$. Debido a nuestra definición de momento magnético en la Ec. (1), el vector \mathbf{S} es también adimensional. A partir de la Ec. (1) notamos que el momento magnético de espín, $\boldsymbol{\mu}_s$, es sencillamente $\boldsymbol{\mu}_s = -\gamma_e \hbar \mathbf{S}$, donde el signo menos proviene de la carga del electrón y $\gamma_e = g_s \gamma \approx 2\gamma$ es la razón giromagnética del electrón.

Consideremos además un sólido con parámetro de red a_0 tal que en cada celda unitaria de volumen a_0^3 hay un electrón con momento magnético $\boldsymbol{\mu}_s$. Definiendo la magnetización como $\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu}_s / a_0^3$ entonces

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar \gamma_e}{a_0^3} \mathbf{S}(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Un aspecto importante de la Ec. (3) es que el espín molecular es antiparalelo a la magnetización. Esto es consecuencia directa de la carga del electrón. El vector \mathbf{S} se puede escribir como $\mathbf{S} = -S\mathbf{m}$, donde S es el tamaño del espín molecular ($S = 2$ para típicos metales de transición [85]) y \mathbf{m} es un vector unitario que sigue la dirección y sentido de \mathbf{S} . De manera análoga, podemos escribir la magnetización como $\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}$, donde M_s es el tamaño del vector magnetización. Mediante la comparación de ambas definiciones y el uso de la Ec. (3) sigue que

$$M_s = \frac{\hbar \gamma_e S}{a_0^3}, \quad (4)$$

la cual se denomina *magnetización de saturación*. De lo anterior, es directo que $-\mathbf{S}/S = \mathbf{M}/M_s$. De esta manera, la descripción de los procesos magnéticos en esta tesis estarán dados por este campo de magnetización y sus energías involucradas serán función de ella. Como se mencionó anteriormente, la norma del parámetro de orden se conserva y entonces se cumple que $|\mathbf{M}| = \text{cte}$.

El estudio de propiedades magnéticas usando los supuestos enunciados anteriormente, se llama *micromagnetismo* o *aproximación al continuo* [29] y es una herramienta muy poderosa a la hora del calcular propiedades magnéticas de partículas con un gran número de momentos magnéticos. En particular, cuando una de las dimensiones de la muestra se encuentra en el rango de los nanómetros, se dice que esta es una *partícula nanométrica* y el estudio de sus propiedades pertenece al concepto de *nanomagnetismo*, donde la descripción micromagnética sigue siendo válida.

0.2. Espintrónica

Según el Diccionario Inglés de Oxford [63], la espintrónica es *una rama de la física relacionada con el almacenamiento y transferencia de información a través del espín de los electrones, además del uso de su carga eléctrica como en la electrónica convencional*. A pesar de que la definición está orientada al tratamiento de información, la espintrónica también ha atraído el interés de los investigadores de todo el mundo debido a los problemas fundamentales que surgen a partir ella [80,81].

El auge de la espintrónica comenzó con el descubrimiento de la Magnetoresistencia Gigante (GMR) a fines de los 80' [4]. En este fenómeno es la primera vez que se considera el espín del electrón como una variable que cambia las propiedades macroscópicas del sistema. A partir de ahí, diversos estudios asociados a los efectos que tiene el espín del electrón en las propiedades magnéticas, de transporte, termal, dinámicas, de relajación, etc. [80] han sido estudiados. De particular interés ha sido el estudio y comprensión de la interacción de los espines de los electrones de conducción con los espines de los electrones que dan la característica magnética al material, es decir, el paso de una corriente eléctrica a través de un material ferromagnético.

Cuando una corriente eléctrica atraviesa un material ferromagnético, este último actúa como polarizador generando así una corriente espín polarizada [43,65,73,80,85]. En este proceso hay una interacción entre los espines de la corriente aplicada y del material ferromagnético y, como veremos en detalle más adelante, esta interacción tiene variadas consecuencias en materiales ferromagnéticos que presentan inhomogeneidades en la magnetización.

A las diferentes formas geométricas que puede adquirir la magnetización se les denomina *texturas magnéticas*, las cuales pueden ser estabilizadas en función de los términos energéticos presentes en el sistema, y manipuladas a través de distintas excitaciones externas tales como gradientes de temperatura [32], ondas de espín [84], ondas acústicas [14], corrientes eléctricas [83] y campos magnéticos [6]. Algunas texturas magnéticas notables son: paredes de dominio, vórtices magnéticos, skyrmions magnéticos y puntos de Bloch, cuyas definiciones y características serán abordados en el Capítulo 1.

La inhomogeneidad propia de las texturas magnéticas permite al espín que se encuentra desalineado de la dirección de la polarización de la corriente ejercer un torque sobre el espín del electrón itinerante (o de conducción), y debido a la conservación del momento angular, existirá también un torque recíproco. El efecto neto de este fenómeno es el movimiento de texturas magnéticas producto de la aplicación de una corriente eléctrica. Este proceso es denominado Torque por Transferencia de

Espín [65,73,85] (STT) y ha sido uno de los tópicos más estudiados en la espintrónica. El STT sólo cobra sentido cuando el campo de magnetización es inhomogéneo en el espacio. Dicho de otra manera, estos torques son necesariamente proporcionales a variaciones de $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ y la magnetización debe ser espacio-dependiente para que el efecto del STT no sea trivial.

Según las energías involucradas en el sistema, geometría de la muestra, dimensionalidad y/o su temperatura, el campo $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ puede tener distintas formas y características. Desde un punto de vista fundamental, el estudio de texturas magnéticas alojadas en ferromagnetos lo podemos atacar desde dos enfoques: su estabilidad en función de la geometría y material donde ella se encuentra alojada y su dinámica en función del origen de ésta. Aquí estamos interesados en estudiar ambos, de tal manera de dar una descripción cualitativa y cuantitativa de la estabilidad y dinámica de distintas texturas magnéticas.

La estabilidad de texturas magnéticas alojadas en materiales ferromagnéticos es crucial para las potenciales aplicaciones que se han propuesto a partir de ellas. Por ejemplo, el movimiento controlado de paredes de dominio estabilizadas en un hilo ferromagnético a escala nanométrica es el ingrediente principal de la famosa Memoria tipo pista de carrera [54] (o *Racetrack memory*), donde el paso de subsecuentes paredes de dominio que se mueven mediante pulsos de corriente eléctrica a través de un lector, permitiría la lectura y/o escritura de bits de información en código binario.

Por otro lado, el cambio en la polarización de vórtices alojados en nanodiscos magnéticos ha sido también propuesto como lectura o escritura en código binario para el almacenamiento de información [51].

Los skyrmions magnéticos también han sido propuestos como potenciales dispositivos lógicos y de almacenamiento de información [25,60] debido a su tamaño pequeño y a la baja densidad de corriente necesaria para inducir su dinámica [60] y, como veremos en detalle más adelante, estos poseen una *protección* que les permite mantenerse estables incluso ante fluctuaciones térmicas o la aparición de impurezas o defectos en el material donde su dinámica es activada.

Basado en todo lo anterior, es que el estudio y comprensión de la estabilidad de distintos tipos de texturas se hace necesario para evaluar la factibilidad y promoción de nuevas tecnologías basadas en materiales ferromagnéticos. El estudio de la estabilidad de texturas magnéticas es un primer paso para la comprensión de fenómenos ligados a la espintrónica. El segundo paso necesario es entender la dinámica que emerge con estas texturas.

Como hemos dicho, el movimiento controlado de distintas texturas puede ser al-

canzado a través de diversas excitaciones externas. A pesar de que todos los métodos de manejo de la magnetización han concentrado interés en la comunidad científica, en esta tesis nos enfocamos sólo en el movimiento controlado de texturas magnéticas mediante pulsos de corriente eléctrica, cuyo origen es el STT.

El STT, y en general la interacción entre los momentos magnéticos de espín de los electrones de conducción y los electrones que aportan al magnetismo, es actualmente un tópico importante en la espintrónica no sólo debido a las potenciales aplicaciones derivados de este, sino también por la complejidad física de este proceso, el cual aún no se entiende completamente.

En términos generales, el STT puede ser derivado a través de argumentos de simetría o a partir de teorías microscópicas como el modelo $s - d$, cuyos alcances, aplicabilidad y desarrollo será expuesto en los siguientes capítulos.

Sin importar la teoría usada para explicar el STT, ésta debe contener algunos aspectos necesarios tales como la corriente de espín, la polarización de esta corriente, la corriente de carga y además, un término que de cuenta de un alineamiento local entre el espín de los electrones itinerantes y la magnetización; debe también existir un término *dissipativo* que describa a la componente del espín itinerante no alineada con la magnetización local. El primero es llamado término *adiabático* y es proporcional a la corriente aplicada y variaciones de la magnetización de la forma $\propto (\mathbf{j}_c \cdot \nabla) \mathbf{m}$; mientras que el segundo término es llamado usualmente *término no adiabático* el cual es perpendicular al término adiabático en la forma $\propto \times \mathbf{m} [(\mathbf{j}_c \cdot \nabla) \mathbf{m}]$ y fue deducido paralelamente en las referencias [73, 85] mediante distintas aproximaciones.

El origen del término no-adiabático aún no es claro y recientemente se ha atribuido a efectos de difusión de espín [2, 18], como veremos también en el Capítulo 4. La difusión de espín puede entenderse como sigue: consideremos un único espín de un electrón itinerante pasando a través de un ferromagneto polarizado en una dirección distinta a la de la polarización del espín. El espín del electrón itinerante tenderá a alinearse con la magnetización local a lo largo de una distancia específica, denominada longitud de difusión de espín. A lo largo de esta longitud, existe una componente del espín alineada con la magnetización, mientras que existe otra no alineada. Por sobre esta longitud, la parte no alineada del espín eventualmente *perderá su memoria*, lo que significa que pueden ocurrir distintos procesos que cambien su orientación, tales como *scattering* con la red, *scattering* del tipo spin-flip con otros espines e incluso un acoplamiento débil con la magnetización que no permita su alineamiento [2, 5, 18]. Todos estos procesos son de tipo difusivo, y como provienen de la parte no alineada en la interacción espín itinerante - magnetización, tienen relación con la no-adiabaticidad del STT [13].

Nuestro objetivo es obtener un entendimiento cualitativo y cuantitativo de la estabilidad de texturas magnéticas como función de los parámetros magnéticos del material, así como de la geometría de la muestra donde las texturas se encuentran alojadas. En particular, estamos interesados en estudiar la estabilidad de skyrmions y vórtices en cilindros magnéticos mediante el cálculo y la comparación de sus respectivas energías. Además, estudiaremos la dinámica de paredes de dominio y skyrmions inducida por la aplicación de una corriente eléctrica en sistemas con difusión de espín, cuya importancia radica en un mejor entendimiento del término no adiabático en el STT y sus consecuencias en la dinámica de las texturas.

0.3. Estructura de la tesis

Esta tesis se organiza como sigue: en el Capítulo 1 damos los fundamentos teóricos básicos que sostienen al estudio y fenómenos que surgen en los materiales de interés. En particular, explicaremos desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo los modelos que usaremos, así como también las aproximaciones y rango de validez de estos. En el Capítulo 2 usamos parte de los modelos desarrollados en el Cap. 1 para estudiar la estabilidad de skyrmions tipo Néel (un tipo especial de textura magnética) en nanodiscos ultra-delgados. De manera similar, en el Cap. 3 estudiamos los diagramas de fase magnéticos para nanodiscos de Cobalto como función de la anisotropía uniaxial y el campo magnético aplicado, con la intención de encontrar una región estable para aquellos skyrmions que pueden vivir en este sistema (skyrmions tipo Bloch). En el Capítulo 4 usamos un modelo semiclásico para describir la interacción entre texturas magnéticas alojadas en un metal ferromagnético y una corriente eléctrica circulando a través de él. Finalmente, en el Capítulo 4.4 damos una conclusión general de la tesis, resaltando los aspectos más importantes de ella, así como también su contribución a las áreas de interés.

Capítulo 1

Fundamento teórico

1.1. Energía magnética total

El propósito principal de esta tesis es describir la estabilidad y dinámica de distintas texturas magnéticas en materiales ferromagnéticos. La formación, estabilidad y propiedades dinámicas de estas inhomogeneidades de la magnetización dependen directamente de las energías involucradas en el sistema a estudiar. Estamos interesados en el límite clásico y continuo de la energía magnética total, y por lo tanto la naturaleza discreta de los momentos magnéticos será reemplazada por campos continuos, provistos que nos encontramos siempre muy por debajo de la temperatura de Curie T_c , a partir de la cual el orden magnético se pierde. El límite clásico puede ser alcanzado a través del promedio de operadores cuánticos. Un material ferromagnético típico posee las contribuciones energéticas que veremos a continuación.

1.1.1. Energía de intercambio

Es la responsable del orden magnético en los materiales ferromagnéticos. Su origen está relacionado con el solapamiento de las funciones de onda de dos electrones interactuantes a través de la interacción coulombiana y de la estadística que describe a estos. Es decir, esta energía proviene de considerar la interacción entre los electrones de átomos vecinos y el principio de exclusión de Pauli, el cual establece que dos fermiones no pueden estar en el mismo estado cuántico [61].

El origen de la energía de intercambio se puede entender como sigue: supongamos dos electrones interactuantes en las posiciones \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , respectivamente, cada uno con sus funciones de onda $\phi(\mathbf{r})$ que dependen tanto de la parte espacial como de la parte de espín a través de un producto.

La función de onda del conjunto de electrones será una combinación lineal de

ellas, y dado que los electrones son fermiones, el principio de exclusión de Pauli nos dice que dos de ellos no pueden estar en el mismo estado cuántico por lo que esta función de onda debe ser antisimétrica bajo el intercambio de partículas, es decir, si la parte espacial de la función de onda del conjunto es simétrica, entonces la parte de espín debe ser antisimétrica y viceversa. Estos dos posibles estados son los conocidos estados *singlete* y *triplete* [10, 61]. La diferencia de energía entre un estado singlete y triplete puede ser parametrizado usando $\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2$ [10], y luego el Hamiltoniano 'efectivo' del sistema será proporcional a $(E_S - E_T)\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2$, donde E_S (E_T) es la energía del estado singlete (triplete). La diferencia de estas energías es definida como la integral de intercambio J . Explícitamente

$$J = 2 \int \phi_1^*(\mathbf{r}_1)\phi_2^*(\mathbf{r}_2) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \phi_2(\mathbf{r}_1)\phi_1(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (1.1)$$

donde hemos asumido que el Hamiltoniano del sistema interactuante está dado por la interacción de Coulomb. El Hamiltoniano efectivo dependiente del espín es

$$\hat{H}_{\text{espin}} = -J\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2. \quad (1.2)$$

El estado singlete se favorece cuando los espines están antiparalelos, luego $E_S < E_T$ entonces $J < 0$. De manera análoga, el estado triplete se favorece cuando los espines están paralelos, entonces $E_T < E_S$ y $J > 0$.

La generalización del Hamiltoniano de dos espines para un sistema de muchos de ellos es el conocido Hamiltoniano de Heisenberg, Hamiltoniano de intercambio, y fue esta la explicación que él dio para la naturaleza del magnetismo [1, 10, 66], la cual se puede escribir en términos de vectores clásicos usando la Ec. (2) como

$$E_{\text{ex}} = - \sum_i^N \sum_j^z J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+j}, \quad (1.3)$$

donde los índices i y j corren hasta los N -sitios de la red y los z primeros vecinos, respectivamente.

La integral de intercambio es una magnitud ampliamente discutida y muy difícil de calcular [1], por lo que una buena simplificación y aproximación es asumirla como un parámetro J (con unidades de energía, en concordancia con la definición del vector de espín adimensional), cuya magnitud puede ser fiteada con experimentos y el signo depende de la naturaleza del material, esto es, $J_{ij} = J > 0$ para materiales ferromagnéticos y $J_{ij} = J < 0$ para materiales antiferromagnéticos. Así, el hamiltoniano de Heisenberg queda en la forma genérica como:

$$E_{\text{ex}} = -J \sum_{i>j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+j}. \quad (1.4)$$

El límite continuo de la energía de intercambio se puede obtener fácilmente notando que $(\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j) \cdot (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j) = S_i^2 + S_j^2 - 2\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_{i+j}$, luego la Ec. (1.4) puede ser reescrita como

$$E_{ex} = \frac{J}{2} \sum_{i>j} (-S_i^2 - S_j^2 + (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j) \cdot (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)) \quad (1.5)$$

Notar que los dos primeros términos de la Ec. (1.5) son términos constantes que sólo dependen de la norma de \mathbf{S} . Estos términos corresponden a la energía presente en el sistema cuando el material se encuentra en su estado saturado, y entonces nos centramos sólo en el último término.

Consideremos nuestro sistema parametrizado por un parámetro de red a_0 ; entonces multiplicando la Ec. (1.5) por a_0^3/a_0^3 podemos aproximar en el límite continuo $(\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j) \cdot (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)(a_0)^{-2} \approx \partial_l \mathbf{S} \cdot \partial_l \mathbf{S}$, donde se ha usado la convención de suma de Einstein (suma para el índice l). Así, la versión continua de la energía de intercambio en términos de la magnetización \mathbf{m} es:

$$E_{ex} = E_{ex}^0 + A \int_V d^3r \partial_i \mathbf{m} \cdot \partial_i \mathbf{m}, \quad (1.6)$$

donde E_{ex}^0 proviene de los términos constantes en (2.4), $A = JS^2z/2a_0$ es la constante de *rigidez* que parametriza la magnitud de la interacción de intercambio.

Un punto importante a considerar en la Ec. (1.6) es que el término $\partial_i \mathbf{m}$ es un tensor de orden 2, ya que es *el gradiente de un vector*, por lo tanto su cuadrado es la suma de los cuadrados del gradiente de cada componente. Luego:

$$\partial_i m_j \partial_i m_j = (\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2 = (\nabla \mathbf{m})^2, \quad (1.7)$$

que es la expresión más común en la literatura, y nuevamente se ha usado la notación de suma de Einstein.

Notar que la energía de intercambio es mínima para un estado ferromagnético homogéneo y entonces los materiales ferromagnéticos con magnetización inhomogénea (o que presentan texturas magnéticas) presentan un costo energético mayor. Un punto importante que debemos señalar es que esta energía es de corto alcance, ya que en la Ec. (1.3) asumimos que el acoplo J_{ij} considera sólo primeros vecinos, de tal manera que a pesar de poseer una gran magnitud (incluso hasta tres ordenes de magnitud más grande que la interacción dipolo-dipolo [1]), esta energía tiene incidencia en el orden magnético de los vecinos más cercanos.

1.1.2. Energía dipolar

La energía dipolar, o energía magnetostática proviene de las interacciones entre los dipolos magnéticos dentro de un material. La energía total debido a la interacción

entre dos dipolos magnéticos ubicados en los sitios r_j y r_k , respectivamente, es [10,34]

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{j \neq k} \frac{1}{r_{jk}^3} [\boldsymbol{\mu}_j \cdot \boldsymbol{\mu}_k - 3(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \mathbf{e}_{jk})(\boldsymbol{\mu}_k \cdot \mathbf{e}_{jk})], \quad (1.8)$$

donde $r_{jk} = |r_j - r_k|$ es la distancia entre los espines del sitio j y k y μ_0 es la permeabilidad del vacío, . El vector unitario \mathbf{e}_{jk} apunta desde el sitio j al sitio k . En la Ec. (1.8) el primer término favorece un ordenamiento antiferromagnético, mientras que el segundo término prefiere un ordenamiento ferromagnético de los dipolos sobre y a lo largo de una línea dada. Para un sistema de dimensión mayor a 1 esto implica que el sistema se dividirá en pequeños dominios con distinta orientación. En otras palabras, el balance entre la energía de intercambio y la energía dipolar es responsable de la formación de dominios magnéticos.

Los bordes que separan estos dominios (paredes de dominio) son costosos para la energía de intercambio, pero este costo energético sólo concierne a los espines cercanos a la pared debido a la naturaleza de corto alcance que posee esta energía. Por el contrario, todos los espines de un dominio dado pueden minimizar la energía dipolar ya que las interacciones dipolo-dipolo son de largo alcance y favorecen la cancelación de *cargas magnéticas* (o cierre de líneas de campo) en la superficie. Entonces, si el sistema es suficientemente grande, este siempre minimizará su energía mediante la formación de dominios magnéticos con el fin de anular cargas magnéticas superficiales producidas por dominios magnéticos adyacentes.

Por otro lado, la naturaleza de largo alcance de las interacciones dipolares tiene una importante consecuencia: cuando un sistema es lo suficientemente grande no es posible despreciar estas interacciones, entonces la energía dipolar depende realmente de la *forma* de la muestra del material magnético. La energía asociada a la forma de la muestra es usualmente llamada *anisotropía de forma*.

En esta tesis investigamos sistemas ferromagnéticos del orden de los nanómetros, por lo que calculamos explícitamente la energía dipolar desde el punto de vista micromagnético. Esta energía considera la interacción entre la magnetización macroscópica del material con el campo magnético generado por él mismo, usualmente denominado campo demagnetizante [1]. En el contexto micromagnético, la energía dipolar puede ser expresada como [1, 64]

$$E_{dip} = -\frac{\mu_0}{2} \int_V \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_d(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (1.9)$$

donde $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ es la magnetización de la muestra y $\mathbf{H}_d(\mathbf{r})$ es el campo demagnetizante. La energía dipolar está relacionada con la forma del sistema en estudio, así que es típicamente muy difícil de calcular, excepto para algunos casos con alta simetría.

El campo demagnetizante se puede obtener a partir de las Ecuaciones de Maxwell en ausencia de cargas y corrientes [34]:

$$\nabla \times \mathbf{H}_d = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_d = -\nabla \cdot \mathbf{M}, \quad (1.10)$$

donde usamos que el campo magnético $\mathbf{H} = \mathbf{H}_d$ está determinado únicamente por el campo demagnetizante. La ecuación de la izquierda en Ec. (1.10) nos permite escribir el campo demagnetizante en términos de un potencial demagnetizante (o magnetostático) U_d como:

$$\mathbf{H}_d = -\nabla U_d. \quad (1.11)$$

En efecto, sustituyendo este potencial en Ec. (1.10) encontramos una Ecuación de Poisson para el potencial magnetostático cuya fuente es una densidad de carga magnética $\rho_M = -\nabla \cdot \mathbf{M}$. Imponiendo las condiciones de borde apropiadas sobre la superficie de la muestra [1,34], el potencial magnetostático también presenta contribuciones superficiales a través de la definición de una densidad de carga magnética superficial $\sigma = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{n}}$, donde $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector unitario que apunta en la dirección normal a la superficie de la muestra.

La solución general de la Ecuación de Poisson para el potencial magnetostático generado por un cuerpo con volumen V y superficie S es [34,37]:

$$U_d(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}' + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^2\mathbf{r}'. \quad (1.12)$$

1.1.3. Energía de anisotropía

La energía de anisotropía puede tener múltiples contribuciones. Esta energía tiene relación con direcciones preferentes que tiene la magnetización para orientarse, es decir, existen direcciones espaciales en donde el gasto energético para magnetizar un cristal es menor o mayor que en otras direcciones. El hecho de que *cueste* magnetizar (o demagnetizar) una muestra según la dirección en que se lleve a cabo el proceso, da origen a efectos macroscópicos. Por ejemplo, las curvas de histéresis serán más anchas para materiales ferromagnéticos que presentan una alta anisotropía en una determinada dirección, mientras que en direcciones con anisotropías bajas, la curva de histéresis será más angosta debido a que el costo energético para invertir la magnetización en esa dirección es menor. Notar que esto es completamente diferente a la energía de intercambio la cual, debido a su forma cuadrática, es completamente isotrópica y entonces si todos los espines apuntan en una u otra dirección tiene el mismo costo energético.

Existen varios tipos de anisotropía según el sistema que se estudie, las más relevantes para los materiales usadas en esta tesis son: anisotropía magnetocristalina y anisotropía de forma [29], que como se mencionó anteriormente, es la energía dipolar.

1.1.3.1. Anisotropía magnetocristalina

Esta anisotropía tiene su origen en la interacción espín-órbita que presentan los electrones con los núcleos de los átomos constituyentes del material. Debido a que las órbitas electrónicas están ligadas a la estructura cristalográfica de la red, los espines prefieren alinearse en ciertas direcciones con el fin de minimizar la energía.

La anisotropía magnetocristalina es pequeña comparada con la energía de intercambio [1], sin embargo, como esta última es totalmente isotrópica, la dirección en que un material se magnetiza estará determinada sólo por las anisotropías magnetocristalina y de forma (que explicaremos más adelante).

Típicamente la energía de anisotropía magnetocristalina se escribe a partir de consideraciones fenomenológicas y se expresa mediante una suma de potencias que considere la simetría del cristal, y cuyos coeficientes son obtenidos a partir de experimentos. Cristales con simetrías específicas tienen expresiones bastante aceptadas [1] para la energía de anisotropía magnetocristalina, como veremos a continuación.

■ Anisotropía uniaxial

Para cristales hexagonales la energía de anisotropía es función del ángulo θ entre el eje c (el cual coincide con el eje z por simplicidad) del cristal y la dirección de la magnetización. Es un hecho experimental que la energía es simétrica respecto al plano ab , de tal manera que las potencias impares pueden ser descartadas. Escribiendo la magnetización en coordenadas esféricas tenemos que

$$\mathbf{m} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (1.13)$$

los primeros dos términos de la expansión son

$$E_{au} = -K_1 \int_V \cos^2 \theta d^3 \mathbf{r} + K_2 \int_V \cos^4 \theta d^3 \mathbf{r} = -K_1 \int_V m_z^2 d^3 \mathbf{r} + K_2 \int_V m_z^4 d^3 \mathbf{r}, \quad (1.14)$$

donde hemos usado que el eje z es paralelo al eje c cristalográfico. Las constantes K_1 y K_2 dependen de la temperatura y son extraídas de los experimentos. Por supuesto que la serie de potencia tiene términos de órdenes mayores, pero hasta ahora ningún material ferromagnético parece necesitarlos para su descripción [1]. De hecho, incluso la constante K_2 es a veces innecesaria. Si despreciamos K_2 , notamos que esta energía es mínima cuando $K_1 > 0$, tal que el eje z se dice que es un *eje fácil*, o cuando $K_1 < 0$ tal que el plano ab se dice que es un *plano fácil* y entonces el eje z es un *eje difícil*.

- **Anisotropía cúbica** Para cristales cúbicos la expansión debiese ser invariante al cambio de x por y , y por z y z por x cuando los ejes x , y y z están definidos a lo largo de los ejes cristalográficos. De nuevo las potencias impares no contribuyen y entonces el menor orden de la expansión que satisface los criterios de simetría mencionados anteriormente es $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2$, sin embargo esto es exactamente la norma al cuadrado de la magnetización, entonces es sólo una constante. El siguiente término en la expansión es entonces la expresión para la energía de anisotropía cúbica

$$E_{ac} = K_1 \int_V (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2) d^3\mathbf{r} + K_2 \int_V m_z^2 m_y^2 m_x^2 d^3\mathbf{r}. \quad (1.15)$$

Análogo a la anisotropía uniaxial, usualmente el término K_2 es despreciado por cumplirse que $K_2 \ll K_1$. La constante K_1 puede ser positiva o negativa, por ejemplo en el hierro $K_1 > 0$ lo que significa que los ejes fáciles están a lo largo de la dirección (100).

1.1.3.2. Anisotropía de forma

La anisotropía de forma, se relaciona con la preferencia que tienen los espines de un material a alinearse en una dirección determinada por la forma del material. Esta anisotropía no es más que la energía dipolar y la preferencia de los momentos magnéticos a orientarse en alguna dirección está dada por la interacción entre estos y el campo demagnetizante, sobre el cual se habló en la Sección 1.1.2. Por ejemplo, para una partícula esférica uniformemente magnetizada en ausencia de campo externo, la dirección de la magnetización será aleatoria y equiprobable en todas las direcciones. Sin embargo, si bajo las mismas condiciones ahora tenemos una partícula cilíndrica alargada, la magnetización preferirá alinearse con el eje del cilindro. Este es un efecto puramente geométrico y en este caso el campo demagnetizante generado al interior del cilindro, debido a las cargas magnéticas en las tapas de este, fuerza a los espines a alinearse con el eje de simetría.

La energía dipolar, o anisotropía de forma, se puede escribir para geometrías simétricas con volumen V como [1]

$$E_{dip} = \frac{1}{2} \mu_0 M_s^2 V (N_x m_x^2 + N_y m_y^2 + N_z m_z^2), \quad (1.16)$$

donde N_x , N_y y N_z son los llamados factores demagnetizantes. Los factores demagnetizantes dependen solamente de la geometría del sistema. Por ejemplo, para una esfera uniformemente magnetizada se tiene que $N_x = N_y = N_z = \frac{1}{3}$, lo que explicita que la orientación de la magnetización para ese caso es equiprobable. Para otras geometrías, por ejemplo un cilindro infinito a lo largo del eje z , se cumple que $N_z = 0$ y $N_x = N_y = \frac{1}{2}$. En general, el campo demagnetizante puede escribirse

como $\mathbf{H}_d = \mathbf{N}\mathbf{M}$, donde \mathbf{N} es un tensor que contiene a los factores demagnetizantes. Una propiedad importante de este tensor es que su traza es igual a 1 [1], lo cual facilita el cálculo en geometrías simétricas, como los casos mencionados anteriormente. Es importante señalar que, como esta es una anisotropía, usualmente puede ser incorporada en las constantes de anisotropía uniaxial o cúbica.

1.1.4. Energía de Zeeman

La energía total de la interacción de cada momento magnético $\boldsymbol{\mu}$ con un campo magnético externo \mathbf{H} está dado por [34]

$$E_z = -\mu_0 \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}, \quad (1.17)$$

donde N es la cantidad de sitios en la red. Al considerar muchos sitios en esta, la suma puede ser convertida en una integral y la distribución de momentos magnéticos puede ser modelada por un campo continuo de acuerdo al modelo de micromagnetismo visto en el capítulo de introducción. En el límite continuo, esta forma de energía es

$$E_z = -\mu_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} d^3r, \quad (1.18)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío. Como es de esperar, esta energía es mínima cuando la magnetización está alineada con el campo magnético externo.

1.1.5. Energía de Dzyaloshinskii-Moriya

La energía de Dzyaloshinskii-Moriya [17,49], o *interacción DM*, es una energía que proviene de consideraciones de simetría en un sólido y a veces es llamada Energía de intercambio anisotrópico o intercambio antisimétrico, porque acopla espines vecinos e induce una orientación preferencial de estos. Su origen está relacionado al quiebre de la simetría de inversión en algunos cristales cúbicos [10,31] y al acoplamiento espín-órbita. Dicho de otra manera, la interacción DM es producto de dos factores: 1) quiebre en la simetría de inversión atómica en un cristal y 2) fuerte acoplamiento espín-órbita en el átomo. La combinación de estos dos elementos tiene un efecto neto sobre la energía de un sistema de dos espines \mathbf{S}_1 y \mathbf{S}_2 interactuando, dado por la expresión [17,49]

$$E_{DM} = \mathbf{D} \cdot (\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2), \quad (1.19)$$

donde el vector \mathbf{D} da cuenta de la fuerza de la interacción, y es tal que se anula en presencia de simetría de inversión con respecto al centro entre los dos átomos. A partir de la Ec. (1.19) es posible notar que la energía DM es mínima cuando los espines forman un ángulo de 90° en un plano perpendicular al vector \mathbf{D} y cuya normal sea antiparalela a dicho vector, de tal manera de asegurar que la energía

sea negativa. La consecuencia principal de la competencia de esta energía con la de intercambio isotrópico es que produce una rotación en los espines sujetos a esta interacción, cuya amplitud depende de la magnitud de ambas interacciones. Así, la energía DM es mínima para configuraciones no colineales de la magnetización, favoreciendo la formación de texturas magnéticas.

Para que la energía DM tenga el efecto antes señalado, se deben cumplir los dos criterios enunciados en los párrafos anteriores. Estos dos ingredientes se pueden obtener de diversas maneras según la naturaleza cristalográfica del material, o induciendo alguno de estos de manera artificial. Por ejemplo, los llamados *materiales quirales* o *metales no centrosimétricos* tales como MnSi, $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Si}$ o FeGe [50] poseen un quiebre en la simetría de inversión cristalográfica debido a un átomo con un fuerte acoplamiento espín-órbita, como muestra la Fig. 1.1a. Este tipo de interacción DM es generalmente llamada **Energía DM del bulto** ya que el triángulo formado entre dos espines interactuantes más un átomo con un fuerte acoplamiento espín-órbita, quien además es responsable del quiebre en la simetría de inversión, ocurre dentro del mismo material, o sea, en el bulto.

Para láminas ultra delgadas, la energía DM del bulto no aparece pero sí es posible tener interacción DM interfacial [26]. El quiebre de la simetría de inversión se da de manera natural en la interfase, mientras que el alto acoplamiento espín-órbita está dado por átomos pesados pertenecientes a un metal adyacente a la lámina ferromagnética, como muestra la Fig. 1.1b. A este tipo de interacción DM se le denomina **Energía DM interfacial** y se logra típicamente mediante la deposición de un material ferromagnético sobre un metal pesado, por ejemplo, se han estudiado láminas de Cobalto con anisotropía fuera del plano depositadas sobre Platino (láminas de Co/Pt) de manera teórica [79], a través de simulaciones numéricas [60, 79] y experimentalmente [46] para mostrar que la energía DM interfacial debe ser considerada y de hecho, como será mostrado más adelante, tiene drásticas consecuencias en la estabilización de texturas magnéticas.

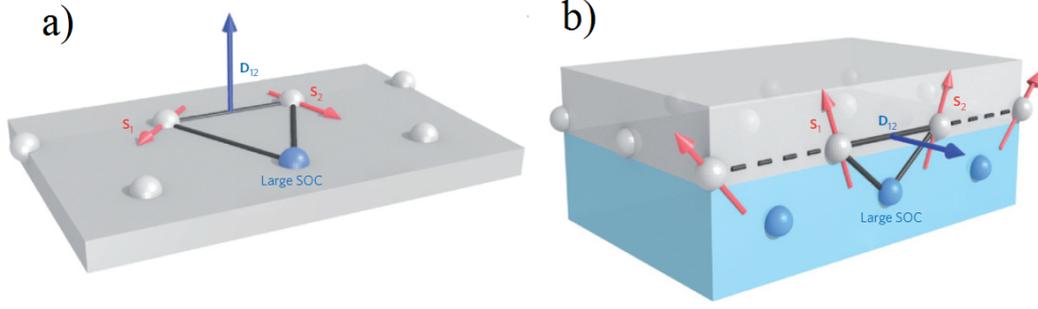


Figura 1.1: a) Energía DM del bulto: generación de la energía DM a través del triángulo formado por dos espines atómicos más un átomo con un alto acoplamiento espín-órbita, el cual además quiebra la simetría de inversión. b) Energía DM interfacial: la energía DM es generada a través del triángulo formado por dos espines atómicos de un material más un átomo con un fuerte acoplamiento espín-órbita ubicado en otro material adyacente. La interfase produce un quiebre en la simetría de inversión. Imagen extraída de la referencia [25]

En el límite continuo la energía DM en el bulto se escribe como la integral en el volumen V como [31,62]

$$E_{DM}^{bulto} = D \int_V \mathbf{m} \cdot (\nabla \times \mathbf{m}) d\mathbf{r}^3, \quad (1.20)$$

donde D determina la fuerza de la interacción DM y se conoce como *constante de la interacción DM*.

La expresión para la energía DM interfacial, considerando un sistema con espesor L a lo largo del eje z , en donde además hay un quiebre en la simetría de inversión en la misma dirección y cuyas variaciones espaciales a lo largo de dicho eje son despreciables, está dada por la integral sobre la superficie S como [58]

$$E_{DM}^{sup} = LD \int_S [(\mathbf{m} \cdot \nabla)m_z - m_z \nabla \cdot \mathbf{m}] d\mathbf{r}^2, \quad (1.21)$$

donde el espesor L debe ser pequeño comparado a las otras longitudes con el fin de considerar efectivamente una superficie. La suma de las expresiones para las energías de intercambio, dipolar, anisotropías y DM es la energía micromagnética total que será usada a lo largo de esta tesis.

1.2. Texturas magnéticas

Como ya se ha mencionado previamente, las texturas magnéticas corresponden a inhomogeneidades en la magnetización que muchas veces presentan características

de cuasi-partículas, es decir, se pueden considerar solitones de naturaleza magnética [48, 74], y su dinámica puede ser inducida por diversas excitaciones externas.

Las texturas magnéticas están íntimamente relacionadas con las energías presentes y la dimensionalidad del sistema. Estas aparecen usualmente en procesos de reversión de la magnetización [1] o como estados estables y metaestables en presencia de diversas contribuciones energéticas.

La aparición de texturas magnéticas algunas veces corresponde a un mínimo local de energía, mientras que en otras corresponden a un mínimo global. Por ejemplo, en el proceso de reversión magnética de un nanohilo, la nucleación y propagación de una textura, como puede ser una pared de dominio, no es el estado de mínima energía. El sistema busca minimizar su energía mediante la propagación y expulsión de la pared, puesto que su estado más estable será el estado ferromagnético homogéneo. Sin embargo, si se aplica un campo en la dirección opuesta a la dirección de propagación de la pared, esta puede ser anclada y estabilizada, lo cual no significa que este sea su estado de mínima energía. A estos estados se les atribuye el término *metaestable*.

Desde el punto de vista matemático, la descripción de una amplia variedad de texturas magnéticas, puede ser obtenida a través de un mismo método: **minimizar el funcional de energía micromagnética**:

$$\frac{\delta E[\mathbf{M}]}{\delta \mathbf{M}} = 0 \quad y \quad \frac{\delta^2 E[\mathbf{M}]}{\delta \mathbf{M}^2} > 0, \quad (1.22)$$

lo cual significa encontrar la función $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ que minimice la energía magnética total.

Para el caso de la aparición de texturas magnéticas, el campo \mathbf{M} dependerá necesariamente de la posición y entonces la derivada variacional que envuelve la Ec. (1.22) y la consiguiente ecuación diferencial se vuelve mucho más compleja. Sólo hay unas pocas situaciones en donde la Ec. (1.22) tiene solución analítica y entonces, para resolver el problema, un método alternativo es proponer un *ansatz* para la magnetización que depende de un conjunto de parámetros los cuales se pueden calcular a partir de la Ec. (1.22) una vez que dicho *ansatz* se reemplace allí. A continuación listamos las texturas magnéticas más usuales y damos un mayor énfasis a las que competen en esta tesis.

1.2.1. Paredes de dominio

Una pared de dominio es una textura que sirve de interfase entre dos dominios magnéticos. Como la separación entre estos no es abrupta, esta inhomogeneidad es una transición suave y su tamaño y características dependen de los parámetros

energéticos que hacen posible su existencia. Una pared de dominio es el resultado de minimizar el funcional de energía micromagnética $E[\mathbf{M}]$, el cual contiene a lo menos la energía de intercambio y anisotropía. Sin entrar en detalles del cálculo, podemos escribir la magnetización en coordenadas esféricas

$$\mathbf{m} = (\sin \Theta(\mathbf{r}) \cos \Phi(\mathbf{r}), \sin \Theta(\mathbf{r}) \sin \Phi(\mathbf{r}), \cos \Theta(\mathbf{r})), \quad (1.23)$$

donde \mathbf{r} es el vector posición. Considerando un sistema unidimensional infinitamente largo en la dirección x , la minimización de la energía (Ec. (1.22)) da [29]

$$\Theta(x) = 2 \arctan \left[\exp \left(\frac{x - x_0}{\Delta} \right) \right], \quad (1.24)$$

donde x_0 es la posición donde la pared se encuentra centrada y el parámetro $\Delta = \sqrt{A/K_u}$ es el ancho de la pared de dominio.

La coordenada $\Phi = 0$ obliga a los espines dentro de la pared a estar contenidos en el plano xz , es decir, la magnetización rota en el mismo plano de la pared de dominio. Este tipo de pared se denomina *Pared de dominio tipo Néel*.

Para el caso $\Phi = \pi/2$, la magnetización rota en el plano perpendicular al plano contenido por la pared, es decir, en el plano yz . A este tipo de pared se denomina *Pared de dominio tipo Bloch*. Ambas paredes se pueden ver en la Fig. 1.2.

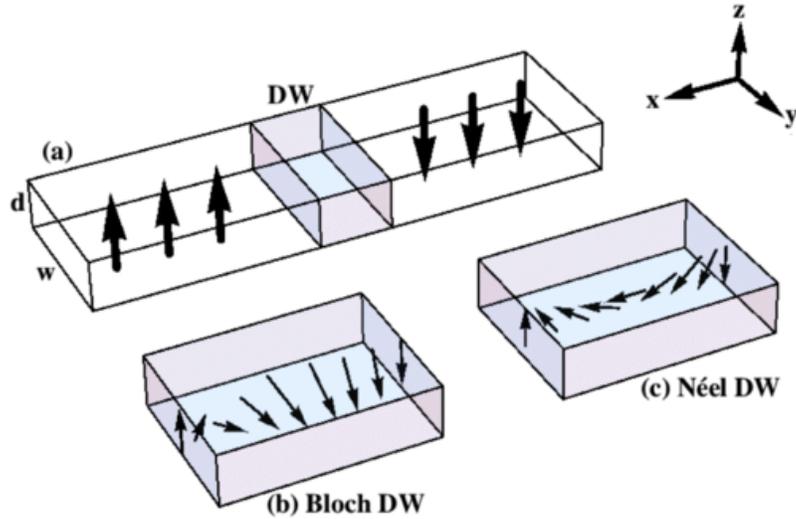


Figura 1.2: Esquema de las paredes de dominio tipo Bloch y Néel. En la pared tipo Bloch los espines dentro de ella rotan en el plano perpendicular al cual la contiene, mientras que en la tipo Néel lo hacen en el mismo plano. Imagen extraída de la referencia [15]

En general, a las paredes de dominio que son alojadas en sistemas unidimensionales se les conoce como *Paredes de dominio transversales*.

En sistemas de 2 o 3 dimensiones, otra clase de texturas magnéticas puede aparecer, además de las paredes de dominio transversal. Por ejemplo, paredes de dominio tipo vórtice pueden existir en cintas ferromagnéticas o en sistemas con geometría cilíndrica [?, 20]. En este tipo de texturas, la transición entre dos dominios magnéticos está dada por un vórtice magnético, caracterizado por una quiralidad y una polarización. Como se mencionó anteriormente, estas texturas aparecen usualmente en los procesos de reversión de la magnetización tanto en simetría cilíndrica como rectangular, como se muestra en la Fig. 1.3a y 1.3b, respectivamente, y no corresponden necesariamente al estado de mínima energía.

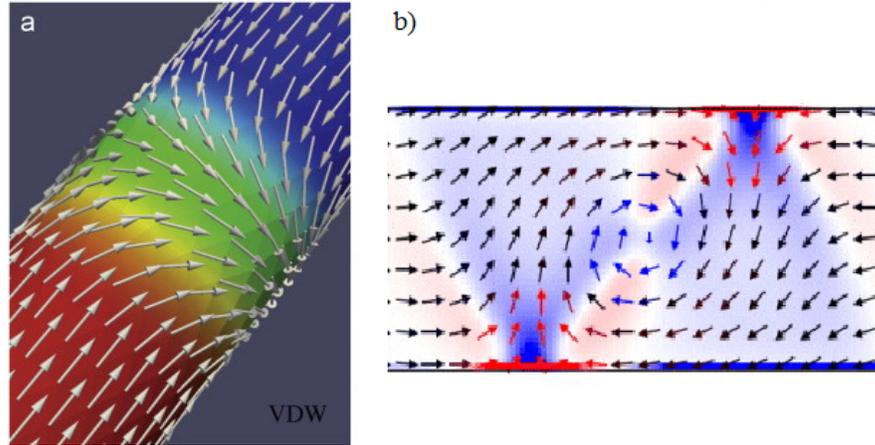


Figura 1.3: a) Pared de dominio tipo vórtice en un sistema cilíndrico y b) pared de dominio tipo vórtice en un sistema rectangular. Ambos corresponden a procesos de reversión de la magnetización. Imágenes extraídas de las referencias [42] y [36], respectivamente.

Además, este tipo de paredes de dominio no posee solución analítica y su estudio está restringido a soluciones numéricas o algunas soluciones fenomenológicas con parámetros minimizables [?, 38].

1.2.2. Vórtices magnéticos

Un vórtice magnético es una estructura que puede existir en una geometría cilíndrica y puede poseer un *core* apuntando en la dirección perpendicular al plano donde se encuentra alojado, mientras que los espines en el borde de este apuntan en la dirección tangencial al manto del cilindro, cerrándose sobre sí mismos, tal y como se muestra en las Figs. 1.4a, 1.4b y 1.4c.

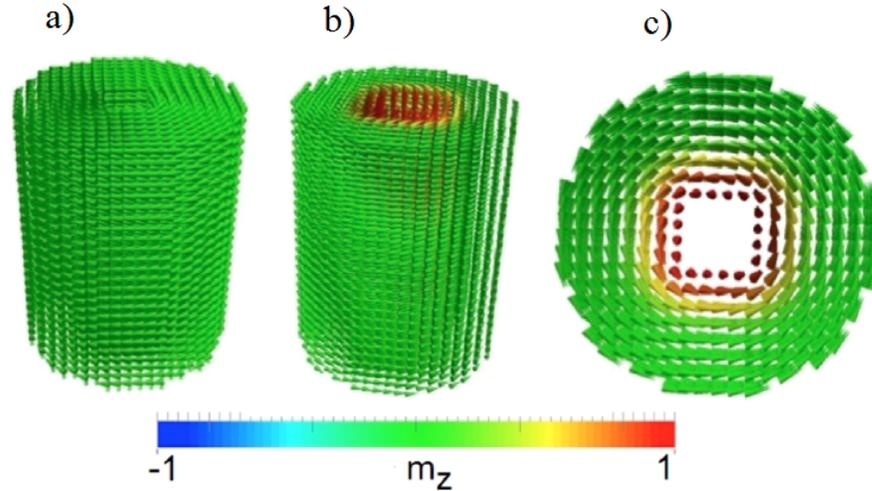


Figura 1.4: Estructura tipo vórtice alojado en un cilindro magnético. En a) la estructura es un vórtice perfecto, b) la estructura vórtice posee un *core* apuntando en la dirección $+z$ (polaridad positiva) y c) vista superior del vórtice en b). Imagen extraída de la referencia [56].

Para la formación de un vórtice es necesario que la energía micromagnética tenga a lo menos la contribución de intercambio y la dipolar. Un punto importante, es que una estructura vórtice perfecta (sin *core*, por ejemplo en un nano-cilindro) posee una energía dipolar mínima, ya que esta energía favorece el cierre de las líneas de campo (o anular cargas magnéticas).

Los vórtices magnéticos están caracterizados por una polarización, quiralidad y además por el tamaño de su *core*, el cual puede incluso subsistir en tubos cilíndricos [56]. Desde un punto de vista matemático, no hay una solución analítica para un vórtice magnético alojado en una partícula cilíndrica, sólo existen soluciones aproximadas o siguiendo el método variacional de minimizar un determinado parámetro en un *ansatz* apropiado [56, 78].

En este punto, es importante introducir algunas nociones básicas de topología para el estudio de texturas magnéticas. La idea es definir aspectos básicos acerca de la topología, los cuales son relevantes para la mejor comprensión de las texturas magnéticas.

La noción de topología que es de interés en este trabajo se puede definir como una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de cuerpos geométricos al ser sometidos a transformaciones continuas. Desde un punto de vista físico, una transformación que induzca un cambio en la estructura de una textura magnéti-

ca está sujeta a una discontinuidad en el campo de magnetización, esto implica una gran inyección de energía. Aquellas texturas que no pueden ser deformadas al estado homogéneo a través de una transformación continua se dice que están *protegidas topológicamente*, es decir, su deformación implica un gran gasto energético. Por ejemplo, si en un nanodisco hay una estructura tipo vórtice estable, para pasar de ese estado al estado homogéneo debe realizarse una inyección energética tal que supere la barrera de energía que soporta la protección topológica. Esta protección hace que los solitones magnéticos topológicos puedan, por ejemplo, evitar defectos en un dado material cuando su dinámica es activada o mantener su estabilidad en presencia de fluctuaciones térmicas.

Las texturas topológicas son caracterizadas por su carga topológica Q , dada por la expresión

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int dx dy \mathbf{m} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right), \quad (1.25)$$

la cual representa *cuántas veces el campo de magnetización da la vuelta completa a la esfera unitaria*. Por ejemplo, un vórtice posee una carga topológica $Q = 1/2$, lo cual significa que esta textura de espín cubre sólo la mitad de la esfera unitaria. Como la magnetización está normalizada, el vector \mathbf{m} vive en la esfera unitaria, así, esta última la podemos relacionar a las texturas topológicas. El *core* del vórtice corresponde a un polo de la esfera, mientras que el borde, donde los espines se encuentran en el plano y son perpendiculares al *core*, corresponde al Ecuador de la esfera. Las texturas magnéticas presentan una estabilidad topológica (su deformación está sujeta a una inyección energética que supere la barrera energética topológica) cuando su carga Q es un número entero. Para el caso del vórtice, su topología es no trivial cuando los espines del borde de éste se encuentran fijos. Así, las texturas magnéticas son fenómenos que no sólo son consecuencia de la minimización de la energía magnética, sino que también presentan importantes propiedades dadas por su naturaleza topológica.

1.2.3. Skyrmions magnéticos

Los skyrmions magnéticos poseen protección topológica y su carga es $Q = 1$, lo que indica que cubren completamente la esfera unitaria. La información de que la carga Q es igual a la unidad nos dice mucho acerca de los skyrmions por ejemplo, que son topológicamente estables.

Haciendo la analogía con el vórtice, la carga $Q = 1$ implica la existencia de un *core* que puede ser mapeado en un polo de la esfera unitaria, y a diferencia del vórtice, la cobertura total de esta implica que el otro extremo de la textura debe ser antiparalela al *core*, es decir, un skyrmion es una textura similar a un vórtice pero con sus espines del borde apuntando en la dirección opuesta al *core*. La transición

entre el *core* y el extremo de la textura puede ser hecha de dos maneras: a través de una transición suave con los espines siguiendo la dirección radial, o a través de una transición suave con los espines siguiendo la dirección azimutal. A los primeros se les llama **Skyrmions tipo Néel**, mientras que a los segundos se les llama **Skyrmions tipo Bloch**. Los nombres adoptados son heredados de las dos paredes de dominio señaladas en la Fig. 1.2. debido a que si se aplica un corte transversal a un skyrmion tipo Néel, habrá una estructura tipo pared de dominio del mismo nombre, y de manera análoga con los skyrmions tipo Bloch y las paredes de dominio con el mismo nombre. La estructura de los skyrmions tipo Néel y Bloch se muestra en la Fig. 1.5.

Los skyrmions magnéticos se pueden estabilizar de diversas maneras. Vamos a empezar describiendo el conocido skyrmion de Belavin y Polyakov [8]. En este trabajo los autores minimizan la energía micromagnética, la cual está compuesta sólo por el término de intercambio. Usando coordenadas esféricas para describir el campo \mathbf{M} y cilíndricas para las coordenadas espaciales, ellos concluyen que un ferromagneto (con energía de intercambio) isotrópico y que está contenido en un plano infinito, puede tener como solución metaestable un solitón topológico dado por la función

$$\Theta_{BP}(r) = 2 \arctan \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^q \right], \quad (1.26)$$

la cual describe efectivamente una función tal que $m_z = \cos \Theta$ tiene un máximo en $+1$ cuando $r = 0$ y decae hasta -1 cuando $r \rightarrow \infty$. El parámetro q es un entero y r_0 denota el tamaño del *core* del skyrmion.

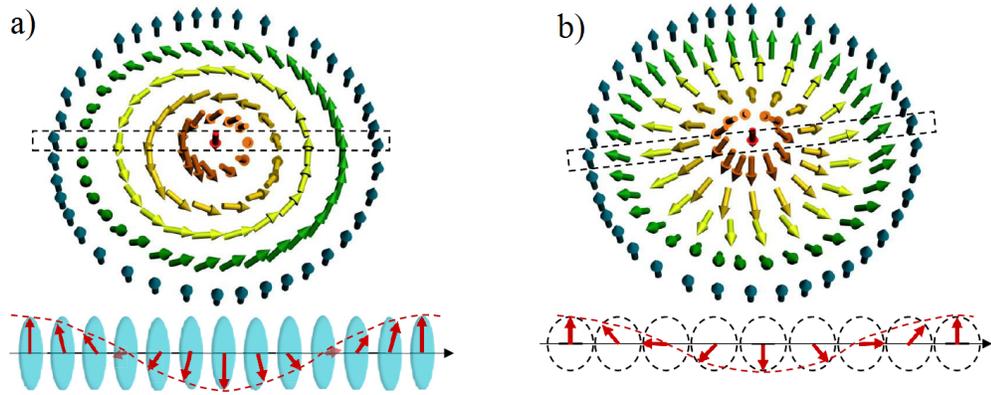


Figura 1.5: Representación de la magnetización de los skyrmions a) tipo Bloch y b) tipo Néel. Las figuras abajo de cada skyrmions corresponden a un corte transversal representado por la línea punteada en cada skyrmion y muestran la estructura pared de dominio tipo Bloch y Néel, respectivamente. Imagen extraída de la referencia [52].

Notar que el término *metaestable* señala al hecho de que en realidad la mínima

energía para un ferromagneto que posee sólo energía de intercambio es el estado homogéneo.

Otro mecanismo disponible para la obtención de skyrmions magnéticos es a través de la contribución de la energía dipolar. Si consideramos una lámina magnética delgada con anisotropía fuera del plano, la interacción dipolar favorecerá la magnetización en el plano, mientras que la anisotropía intentará magnetizar la muestra fuera del plano. Esta competencia resulta en líneas magnéticas periódicas, las cuales pueden convertirse en arreglos de skyrmions bajo la aplicación de un campo magnético perpendicular a la lámina [41, 57].

Finalmente, otra forma de estabilizar skyrmions magnéticos es a través de la energía DM que como ya hemos visto en la sección 1.1.5, puede tener dos versiones (bulto e interfacial), según el origen de ésta. En particular, se ha predicho y observado que en cristales no centrosimétricos los skyrmions tipo Bloch aparecen en forma de redes hexagonales [50] con DM en el bulto, la cual favorece entonces la generación de skyrmions tipo Bloch.

De manera análoga, los skyrmions tipo Néel han sido observados y estabilizados como objetos individuales en multi-capas ultra-delgadas [60, 72, 79]. Ese *sandwich* de láminas está compuesto por materiales ferromagnéticos y metales pesados con alto acoplamiento espín órbita, es decir, los ingredientes esenciales para la formación de DM interfacial. Como conclusión, los skyrmions tipo Néel son estabilizados por la energía DM interfacial, mientras que los skyrmions tipo Bloch son estabilizados en cristales no centrosimétricos con DM en el bulto.

No obstante lo anterior, trabajos recientes sugieren que las texturas tipo skyrmion pueden ser estados metaestables en sistemas que en principio se creía que no era posible. Por ejemplo, se ha predicho teóricamente la estabilización de skyrmions tipo Bloch en nanodiscos magnéticos y en ausencia de energía DM [11, 30, 57]. Además, se han observado skyrmions tipo Néel en nanodiscos de ferromagnetos suaves como Py (Permaloy) [9], rompiendo el paradigma de que los skyrmions pueden ser sólo estabilizados con altas anisotropías y/o con la energía de DM.

1.3. Dinámica de la magnetización

Podemos obtener la dinámica de la magnetización a partir de un análisis clásico. Sabemos que el torque que realiza un campo magnético externo sobre un momento magnético es de la forma $\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{ext}$ [34]. Usando $\mathbf{m} = -\gamma_e \mathbf{L}$ y a partir de la definición de torque, la cual establece que éste es la variación temporal del

momento angular orbital, tenemos que $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{T}$, es decir

$$\dot{\mathbf{L}} = -\frac{1}{\gamma_e} \dot{\mathbf{m}} = \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{ext} \rightarrow \dot{\mathbf{m}} = -\gamma_e \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{ext}. \quad (1.27)$$

La Ec. (1.27) describe la precesión de un espín alrededor de un campo magnético externo que ejerce un torque sobre él. Este es el punto central de la dinámica de la magnetización, la cual depende de todos los torques que sean ejercidos sobre ella.

La energía debido a la interacción entre la magnetización y un campo magnético externo es $H = -\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{ext}$ (ver Ec. (1.18)), entonces la Ec. (1.27) también se puede escribir como

$$\dot{\mathbf{m}}(t) = -\gamma_e \mathbf{m}(t) \times \left(-\frac{1}{M_s \mu_0} \frac{\partial H[\mathbf{m}(t)]}{\partial \mathbf{m}(t)} \right). \quad (1.28)$$

La ecuación anterior de un único espín precesando alrededor de un campo magnético externo puede ser generalizada permitiendo que la dirección de la magnetización dependa tanto del tiempo como del espacio. Con esta consideración, el Hamiltoniano en la Ec. (1.28) es reemplazado por el funcional de energía micromagnética E y la derivada parcial por una derivada funcional, de tal manera que la ecuación de movimiento es ahora

$$\dot{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t) = -\gamma_e \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{eff}, \quad (1.29)$$

donde hemos definido el campo efectivo

$$H_{eff} = -\frac{1}{M_s \mu_0} \frac{\delta E[\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)]}{\delta \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)} = \mathbf{H}_{ex} + \mathbf{H}_d + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_{DM} + \mathbf{H}_z \quad (1.30)$$

y hemos usado el hecho que $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_s \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$, además de definir los campos relacionados con las energías, por ejemplo, el campo $\mathbf{H}_{ex} = -\frac{1}{\mu_0 M_s} \delta E_{ex}[\mathbf{m}]/\delta \mathbf{m}$, y así sucesivamente con los otros términos energéticos. La Ec. (1.29) es llamada Ecuación de Landau-Lifshitz (ecuación LL).

Es posible mostrar que en la Ecuación LL la energía magnética es una constante de movimiento (porque es independiente del tiempo).

Termodinámicamente, la situación de equilibrio se obtiene cuando la magnetización se alinea con el campo magnético efectivo y la energía magnética es minimizada. Sin embargo, para una energía inicial dada, la situación de menor energía no se alcanza de manera dinámica ya que la energía magnética se conserva. Esta obstrucción se puede superar mediante la inclusión del llamado amortiguamiento de Gilbert [27], el cual es un término fenomenológico que fuerza a la magnetización a alinearse con el campo efectivo en un proceso que depende exponencialmente con el tiempo, lo

que sugiere añadir un término proporcional a $\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) = \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}$. Así, la ecuación LL incluyendo el amortiguamiento de Gilbert es

$$\dot{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t) = -\gamma_e \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \times \dot{\mathbf{m}}(\mathbf{r}, t), \quad (1.31)$$

la cual se conoce como *Ecuación de Landau-Lifshitz-Glibert* (Ecuación LLG). El parámetro α es adimensional y aún de origen controversial, sin embargo, los experimentos muestran que está en el rango $\alpha \approx 0,1 - 0,01$. En la Fig. 1.6 mostramos el comportamiento de la precesión de un espín en torno al campo efectivo \mathbf{H}_{eff} donde la flecha verde representa el término proporcional a α .

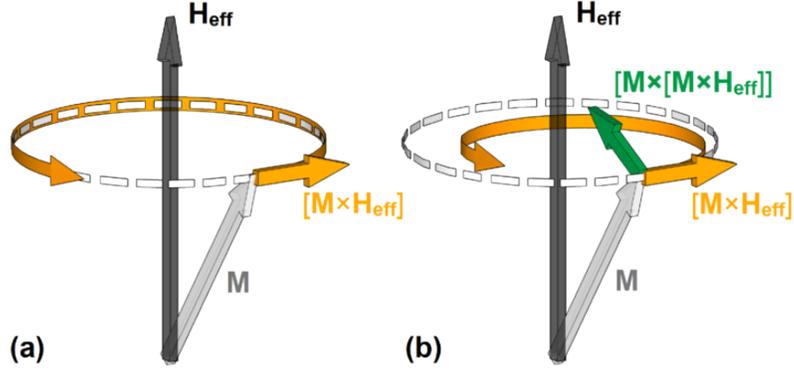


Figura 1.6: Ilustración de la precesión de la magnetización en torno al campo efectivo para a) un movimiento sin amortiguamiento y b) una precesión con amortiguamiento. Esta última sugiere que la magnetización eventualmente se alineará con el campo efectivo. La imagen fue extraída de la referencia [86].

La ecuación LLG será usada a lo largo de esta tesis para investigar tanto las propiedades estáticas como dinámicas de la magnetización.

1.3.1. Ecuación de Thiele

Uno de los objetivos de esta tesis es describir la dinámica de distintas texturas magnéticas en materiales ferromagnéticos debido a excitaciones externas. Una forma bastante difundida para describir la dinámica en estos sistemas es por medio de la llamada *Ecuación de Thiele* [74]. Esta ecuación es una representación de la Ec. LLG (Ec. (1.31)), pero con N grados de libertad rígidos ξ , llamados *coordenadas colectivas*, y que son impuestos arbitrariamente. Es decir, si \mathbf{m} es la magnetización que describe a una textura magnética, esta puede ser escrita como

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_N, t). \quad (1.32)$$

Por ejemplo, en una pared de dominio propagándose a lo largo de un sistema, las distintas coordenadas colectivas ξ 's pueden corresponder a su velocidad de propagación $v = v(t)$, a su velocidad de rotación $\phi = \phi(t)$, al ancho de la pared $\Delta = \Delta(t)$

y en general a los grados de libertad suficientes para describir de la manera más exacta la dinámica de la textura.

Típicamente, cuando las excitaciones externas para inducir la dinámica de estas texturas son lo suficientemente bajas tal que no son deformadas en el proceso, sólo un grado de libertad es necesario para describir su dinámica, éste corresponde a su posición en el espacio: $\mathbf{r}(t)$. A medida que la excitación crece en magnitud, nuevos grados de libertad deben añadirse al tratamiento, ya sea su velocidad angular, ancho de pared, etc. La ecuación de Thiele sin disipación ($\alpha = 0$) se puede obtener a partir de la variación de la acción magnética [3] luego de parametrizar la magnetización en términos de las coordenadas colectivas. La disipación se puede incluir mediante el funcional de disipación de Rayleigh [28] en términos de la magnetización dependiente de las coordenadas colectivas.

Para el caso de interés en esta tesis, las excitaciones externas que inducen la dinámica serán consideradas de tal manera que la posición de la textura sea la coordenada colectiva suficiente para describir su dinámica y así su movimiento sea un movimiento rígido. A este tipo de movimiento se le denomina *movimiento estacionario* ya que sus otros grados de libertad no adquieren dependencia temporal.

Por ejemplo, para una pared de dominio, tanto su ancho como su velocidad de rotación son constantes en el tiempo y por lo tanto su único grado de libertad relevante es su posición $\mathbf{r}(t)$.

La ecuación de Thiele en el límite estacionario se obtiene directamente a partir de la Ec. (1.31). Notamos que, aplicando $\times \mathbf{m}$ por la derecha de esta ecuación, se puede reescribir como:

$$\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} + \alpha \dot{\mathbf{m}} = -\gamma_e \mathbf{H}_{eff,\perp}, \quad (1.33)$$

donde usamos que $\mathbf{m} \cdot \dot{\mathbf{m}} = 0$ debido a que la norma de \mathbf{m} es fija, y $\mathbf{H}_{eff,\perp}$ denota la componente del campo efectivo que es perpendicular a la magnetización, ya que es ésta la que hace un torque no nulo sobre ella. Ahora usamos la coordenada colectiva $\mathbf{r}(t)$ para parametrizar la magnetización de manera tal que el movimiento de la textura se lleve a cabo con velocidad constante, es decir, $\mathbf{m}(\mathbf{r}(t)) = \mathbf{m}(\mathbf{r}_0 - \mathbf{v}_d t)$, donde \mathbf{r}_0 denota la posición inicial de la textura y \mathbf{v}_d es su velocidad de propagación. La derivada temporal de la magnetización es sencillamente

$$\dot{\mathbf{m}} = \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} \frac{dz(t)}{dt} = -(\mathbf{v}_d \cdot \nabla) \mathbf{m}. \quad (1.34)$$

Las Ecs. (1.33) y (1.34) en términos de sus componentes, permiten reescribir la Ec. LLG de la siguiente forma

$$v_d \epsilon_{ijk} m_j \partial_l m_k + \alpha v_d \partial_l m_i = \gamma_e H_{eff,\perp,i}. \quad (1.35)$$

El movimiento estacionario se puede obtener proyectando la ecuación anterior con el operador de traslación actuando a la magnetización $\partial_\beta m_i$ [22], donde $\partial_\beta \equiv \frac{\partial}{\partial r_\beta}$ siendo $\beta = x, y, z$. Así:

$$v_d \epsilon_{ijk} m_j \partial_l m_k \partial_\beta m_i + \alpha v_d \partial_l m_i \partial_\beta m_i = \gamma_e H_{\text{eff}\perp, i} \partial_\beta m_i, \quad (1.36)$$

Integrando la Ec. anterior en todo el dominio del espacio obtenemos, finalmente, la Ecuación de Thiele [74]

$$\mathbf{G}\mathbf{v}_d + \alpha \mathbf{D}\mathbf{v}_d = -\mathbf{F}, \quad (1.37)$$

donde hemos definido los tensores

$$G_{l\beta} = \int_V \mathbf{m} \cdot (\partial_l \mathbf{m} \times \partial_\beta \mathbf{m}) d^3 r, \quad (1.38)$$

$$D_{l\beta} = \int_V \partial_l \mathbf{m} \cdot \partial_\beta \mathbf{m} d^3 r, \quad (1.39)$$

$$\mathbf{F} = -\gamma_e \int_V \nabla (\mathbf{H}_{\text{eff}\perp} \cdot \mathbf{m}) d^3 r. \quad (1.40)$$

El tensor \mathbf{G} se denomina *tensor girotrópico* ya que favorece el movimiento en la dirección perpendicular a la de propagación de la textura. Este efecto se puede asociar a una Fuerza de Magnus [67].

Para el caso de paredes de dominio este tensor es cero debido a que el movimiento se desarrolla en una dimensión, mientras que para el movimiento de texturas en dos dimensiones se espera que sea distinto de cero. El tensor \mathbf{D} se denomina *tensor disipativo* ya que es proporcional a los términos disipativos en la Ec. (1.37) y como veremos más adelante, también es proporcional a la disipación en el torque por transferencia de espín. Finalmente, la fuerza \mathbf{F} es debida a las energías involucradas en el sistema y toma en cuenta principalmente efectos de borde, aplicación de un campo magnético, impurezas, etc.

Como la Eq. LLG (Eq. (1.31)) es una ecuación que presenta los torques que se ejercen sobre la magnetización, en principio podríamos además añadir una suma de todas las contribuciones $\sum_i \mathbf{t}_i(\mathbf{m}, \partial_\mu \mathbf{m}, \partial_\mu^2 \mathbf{m}) = \boldsymbol{\tau}$ que aportan a los torques sobre la magnetización, (aparte del torque que realiza el campo efectivo y el torque relacionado al amortiguamiento) los cuales podrían depender de la magnetización, de derivadas de ella e incluso derivadas de orden superior. Así, podemos escribir la Ec. de Thiele de una manera más general en la forma

$$\mathbf{G}\mathbf{v}_d + \alpha \mathbf{D}\mathbf{v}_d + \mathcal{T}(\mathbf{m}, \partial_\mu \mathbf{m}, \partial_\mu^2 \mathbf{m}) = -\mathbf{F}, \quad (1.41)$$

donde el índice $\mu = 0, 1, 2, 3$ denotando $\mu = 0$ para derivadas temporales y el resto para derivadas espaciales. El tensor \mathcal{T} es entonces

$$\mathcal{T} = \int_V \tau(\mathbf{m}, \partial_\mu \mathbf{m}, \partial_\mu^2 \mathbf{m}) \partial_\beta \mathbf{m} d^3 r \quad (1.42)$$

1.4. Metales ferromagnéticos

El modelo de Heisenberg visto en la Sec. 1.1.1 explica de buena manera el origen del magnetismo y las características que poseen algunos materiales ferromagnéticos, sin embargo, los materiales de interés en nuestro trabajo son, además de ferromagnéticos, conductores de electricidad. La naturaleza metálica de los materiales como el Ni, Co o Fe nos lleva a hacernos la pregunta acerca de cómo se comporta un material ferromagnético cuando una corriente eléctrica circula por él o cómo es la física de los materiales que son ferromagnéticos pero además conductores. Revisaremos en este apartado, por tanto, las nociones que nos serán útiles para la descripción de metales ferromagnéticos.

En primera instancia debemos introducirnos en la teoría relacionada a los orbitales atómicos. No es el propósito de esta tesis realizar los cálculos de manera explícita, de tal manera que sólo nos enfocaremos a los conceptos básicos y necesarios para comprender el comportamiento de los metales ferromagnéticos, citando apropiadamente las fuentes bibliográficas a las que podrá referirse el lector interesado en los detalles del cálculo.

Es un resultado conocido de la mecánica cuántica que la parte radial de las funciones de onda de un electrón, $P_{nl}(r)$, sujeto a un potencial que considera tanto la interacción con el núcleo del átomo como entre electrones depende de los números cuánticos n y l , donde $n > 0$ y $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ [10,61,66]. Estos números determinan la forma y el tamaño de los orbitales atómicos y la notación usual es:

- $l = 0$, orbitales s
- $l = 1$, orbitales p
- $l = 2$, orbitales d
- $l = 3$, orbitales f

En la Fig. 1.7 se muestra la función de distribución de probabilidad radial, o densidad de carga $P_{nl}^2(r)$, como función de la distancia r desde el centro de un átomo de un metal de transición $3d$ (donde la notación usada es la usual nl). A partir de esta figura podemos extraer algunas conclusiones que son fundamentales para nuestro propósito. Primero, tanto los electrones $4s$ como $4p$ tienen mayor probabilidad de encontrarse más lejos del núcleo que un electrón $3d$. Segundo, los electrones $4s$ y $4d$, si bien poseen mayor probabilidad de estar más lejos del núcleo, poseen también una probabilidad no nula de encontrarse a la misma distancia del centro atómico

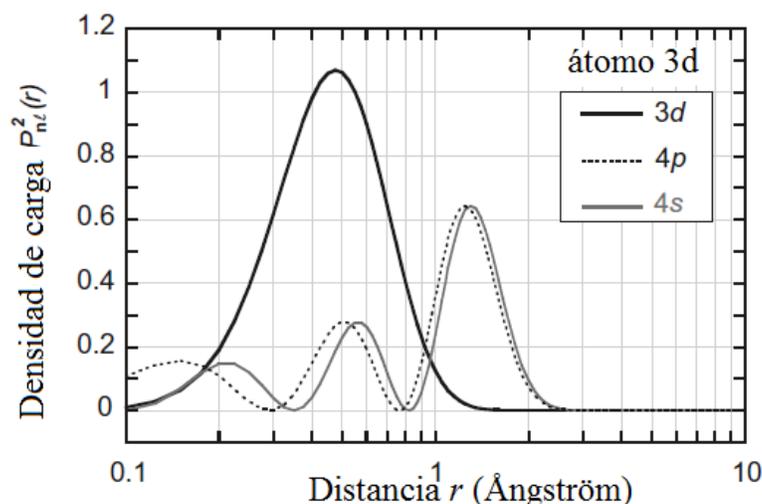


Figura 1.7: Densidad de carga $P_{nl}^2(r)$ para un átomo de un metal de transición $3d$ como función de la distancia r el núcleo del átomo. En la imagen se ve claramente el carácter localizado de los electrones $3d$, mientras que los $4p$ y $4s$ son más deslocalizados. Imagen extraída de [66]

que los electrones $3d$. Como resultado, los electrones $3d$ adquieren un carácter de *localizados*, mientras que los electrones de los orbitales $4p$ y $4s$ tienen un carácter de *deslocalizados* asumiendo el rol de *itinerantes*, lo cual implica que son responsables del transporte eléctrico. Las propiedades magnéticas de los metales de transición $3d$ están principalmente localizadas en las subcapas $3d$, mientras que los electrones s y p sólo aportan alrededor del 10 % del magnetismo [66].

Notar que mientras más localizadas son las funciones de onda de los electrones, menor es la interacción de intercambio con los átomos vecinos, ya que el solapamiento de estas es mucho menor. Esto conlleva a que la temperatura de Curie T_c de materiales con átomos cuyos electrones son muy localizados (por ejemplo tierras raras) sea menor, ya que se necesita una menor energía térmica para perder el orden magnético.

Por lo tanto, para metales de transición como el Co, Fe, y Ni, la localización de los electrones $3d$ es suficientemente alta como para generar un momento magnético medible, pero lo suficientemente baja como para que sus funciones de onda se solapen entre vecinos. Esta premisa es la base para comprender el magnetismo en metales.

Dos son los modelos que usualmente se usan para describir metales ferromagné-

ticos y sus propiedades de transporte, los cuales revisaremos brevemente a continuación.

1.4.1. Modelo de Stoner

Este modelo [10, 45] también se conoce como modelo de electrones libres y se basa en el hecho que los metales ferromagnéticos tienen una estructura de bandas determinada por el espín del electrón. En particular establece que la magnetización en el material es debido a la separación espontánea de las bandas para los electrones con *espín hacia arriba* y *espín hacia abajo* en una cantidad Δ , donde Δ es la diferencia de energía entre las bandas. El modelo de Stoner puede entenderse como sigue:

Supongamos un metal no magnético. Sabemos que la densidad de estados de electrones con espín hacia arriba y hacia abajo deben ser iguales. Por supuesto, si aplicamos un campo magnético, la población de espines alineados con el campo crecerá, mientras que los espines antiparalelos disminuirán. Los materiales ferromagnéticos experimentan el mismo comportamiento en las densidades de estados para espines hacia arriba y abajo, pero de manera espontánea. A la banda de electrones con mayor población se denomina *banda de mayoría*, mientras que la otra se denomina *banda de minoría*.

La pregunta a responder es ¿Cómo un sistema puede minimizar su energía haciéndose ferromagnético? Supongamos que tomamos un pequeño número de electrones cercanos al nivel de Fermi de la banda con espines hacia abajo y los ubicamos en la banda con espines hacia arriba, como muestra la Fig. 1.8, y sea ΔE_K el cambio en la energía cinética para llevar a cabo esta acción. Este incremento en energía no permite una transición de fase espontánea, por lo tanto hay otro término que debe considerarse: una disminución en la energía debido a la interacción de los espines con el campo molecular.

Un campo molecular es un campo magnético efectivo que siente un espín dado, debido a todos los otros espines en el sólido. La energía potencial asociada al alineamiento de los espines con este campo es $-\Delta E_P$, y es negativo ya que produce una disminución en la energía. Notar que esta interacción es como la energía de intercambio vista en la sección 1.1.1. Para que exista una transición de fase debe ocurrir entonces que

$$\Delta E = \Delta E_K - \Delta E_P < 0. \quad (1.43)$$

Es posible mostrar que $\Delta E = (1/2)g(E_f)(\delta E)^2(1 - Ug(E_f))$ [10], donde $g(E_f)$ es la densidad de estados electrónicos evaluados en la energía de Fermi y considerada como electrones libres o casi libres, δE es la diferencia de energía entre los electrones con espín arriba y abajo en el nivel de Fermi (ver Fig. 1.8) y U , un parámetro que toma en consideración la energía de intercambio entre espines a través del campo

molecular. La condición dada en la Ec. (1.43) se satisface para

$$Ug(E_f) > 1, \quad (1.44)$$

el cual es conocido como el **criterio de Stoner** para el ferromagnetismo.

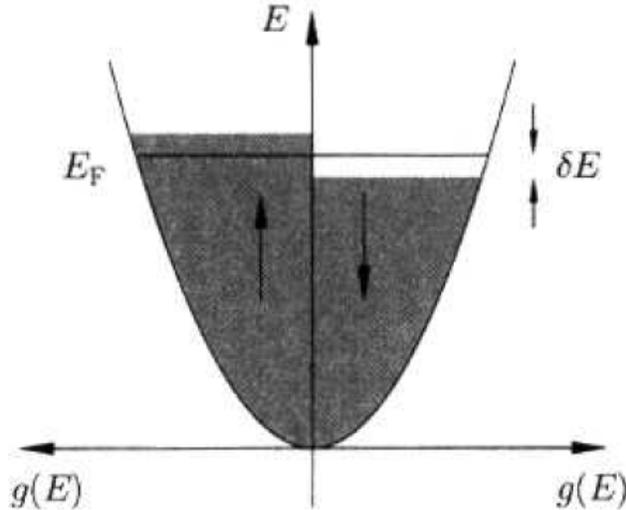


Figura 1.8: Densidad de estados para electrones con espines arriba y abajo. A la banda con espines hacia abajo se le han sustraído electrones para ser ubicados en la banda con espines hacia arriba, lo que produjo una disminución de su energía en una cantidad δE . Imagen extraída de [10].

El modelo de Stoner da un cuadro cualitativo acerca del magnetismo en metales, y en particular el criterio en la Ec. (1.44) se satisface para una densidad de estados alta en el nivel de Fermi y para una energía de intercambio, parametrizada por U , que sea también considerable. Este modelo considera que los electrones son libres, o casi libres, lo cual se manifiesta en la relación de dispersión usada para calcular las densidades de estado. En metales es usual considerar a los electrones como si estuviesen libres, ya que los responsables del transporte eléctrico se encuentran al borde de la esfera de Fermi [45].

Por último, es importante señalar que el modelo de Stoner falla al calcular temperaturas de Curie de metales ferromagnéticos, principalmente porque en materiales reales las interacciones coulombianas entre los electrones no pueden despreciarse, y la interacción de intercambio entre ellos tiene un efecto sobre la dinámica de estos, tal que los electrones no se comportan como electrones libres. Incorporar estas interacciones hace el problema mucho más complejo por lo que usualmente se usa la Teoría de la Densidad Funcional para aproximar resultados [10, 45, 66]. A pesar de

lo anterior, el modelo de Stoner es siempre una buena aproximación para dar una descripción general de los metales ferromagnéticos.

1.4.2. Modelo s-d

El modelo s-d parte de la premisa de que los electrones de la subcapa s son deslocalizados y responsables del transporte eléctrico, mientras que los de la subcapa d son más localizados y responsables de gran parte del magnetismo del material. El modelo considera que los espines de estos electrones pueden interactuar entre ellos, lo que implica la inclusión de un nuevo término en el hamiltoniano del sistema. Definiendo el espín del electrón de la subcapa d como el espín molecular localizado $\hat{\mathbf{S}}$ y considerando que el momento angular de espín de los electrones de conducción se puede representar a través de las matrices de Pauli, el modelo s-d introduce el término de interacción de la forma [18, 85]

$$\hat{H}_{sd} = -J_{sd}\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.45)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ es el vector de Pauli, esto es, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \sigma_1\hat{\mathbf{x}} + \sigma_2\hat{\mathbf{j}} + \sigma_3\hat{\mathbf{z}}$ siendo σ_i las matrices de Pauli y J_{sd} denota la fuerza del acoplamiento entre los espines s y d , la cual es del orden de 1 eV para metales de transición [85]. La forma del Hamiltoniano s-d, Ec. (1.45), es de una interacción tipo intercambio (ver Ec. (1.4)), es decir, los espines se acoplan debido al solapamiento de sus funciones de onda.

Con el fin de simplificar el tratamiento de la interacción s-d, podemos hacer algunas consideraciones respecto a los tiempos característicos que involucran a los espines s y d . Por ejemplo, el tiempo de precesión característico del espín de un electrón de conducción alrededor de la magnetización local es del orden de $\hbar/\Delta_{ex} \approx 10^{-15}$ s, donde $\Delta_{ex} = SJ_{sd}$. Además, el tiempo en que un espín s invierte su orientación es caracterizado por τ_{sf} , llamado *tiempo de espín-flip*, el cual es del orden de los 10^{-12} s [85]. El proceso de espín-flip tiene origen en el scattering de los electrones con interfaces, impurezas, otros electrones o con la red cristalina [44]. Si consideramos que en este proceso, luego de cada colisión el electrón invierte su espín, entonces τ_{sf} denota el tiempo entre colisiones. Notar que debido a la conservación del momento angular, la inversión del espín de un electrón da lugar a la emisión o absorción de excitaciones elementales con espín igual a 1, tales como magnones o fonones según sea el origen del scattering y el sistema en estudio [69].

Por otro lado, los procesos relacionados a la dinámica de los espines localizados d ocurren en tiempos del orden del inverso de la frecuencia de Larmor $f_L = \gamma B/(2\pi)$ [34]. Como típicamente los experimentos se realizan con campos magnéticos del orden entre los mT y T, entonces la frecuencia de Larmor toma valores entre $10^7 - 10^{10}$ Hz, luego la dinámica de la magnetización estará determinada por tiempos entre

$10^{-8} - 10^{-11}$ s. Como resultado, la dinámica de la magnetización es aproximadamente tres órdenes de magnitud más lenta que la de los electrones itinerantes y entonces puede ser considerada estática desde el punto de vista del electrón de conducción. Esto permite modelar las propiedades de transporte de espín semiclassicalmente considerando una textura magnética descrita por el vector clásico \mathbf{M} que cumple $\mathbf{M}/M_s = -\mathbf{S}/S$ mediante la definición dada en la Ec. (3); mientras que la representación del momento angular de espín de los electrones itinerantes $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, debe ser descrito como un operador puramente cuántico [85]. Con todas las consideraciones dadas anteriormente, la Ec. (1.45) se puede escribir ahora como

$$\hat{H}_{sd} = \Delta_{ex} \mathbf{m} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1.46)$$

y ahora \mathbf{m} es un vector clásico. El modelo s-d lo usaremos para describir el paso de una corriente eléctrica a través de un material ferromagnético en el Capítulo 4.

Cabe destacar que el modelo s-d no es apropiado para materiales donde los electrones que contribuyen tanto a la magnetización como a la conducción eléctrica son los mismos. Sin embargo, el modelo s-d sí es conveniente como punto de partida para descripciones cualitativas de la interacción entre la magnetización y el transporte eléctrico, incluso en situaciones donde no es estrictamente válida. A pesar de lo anterior, tanto el modelo de Stoner como el modelo s-d pueden ser muy útiles para ilustrar conceptos físicos, y más importante aún, para describir fenómenos derivados de la naturaleza magnética y conductora de un material, por ejemplo, el torque por transferencia de espín, del cual hablaremos también en el Capítulo 4.

Capítulo 2

Estabilidad de skyrmions tipo Néel en nanodiscos ultra-delgados considerando interacciones de Dzyaloshinskii-Moriya y dipolar

2.1. Resumen

En este trabajo investigamos la estabilidad de skyrmions tipo Néel (NS, por sus siglas en inglés) confinados en nanodiscos ultra-delgados, como función de sus parámetros magnéticos. Para ello, consideramos la energía total del sistema dada por las contribuciones de la energía de intercambio, anisotropía uniaxial, energía DM y energía dipolar. Con el fin de obtener resultados analíticos para la energía magnética total, hemos propuesto una generalización del conocido skyrmion de Belavin y Polyakov [8], el cual es solución del problema de un ferromagneto isotrópico bidimensional. Nuestros resultados muestran que el considerar o no la energía dipolar tiene consecuencias apreciables sobre el radio del skyrmion y su estabilidad. Finalmente, hemos comparado nuestros resultados con simulaciones micromagnéticas, encontrando buen acuerdo entre ellos. Estos resultados fueron publicados en [79].

2.2. Descripción analítica

Estamos interesados en estudiar skyrmions tipo Néel confinados en nanodiscos ultra-delgados de espesor L y radio R . La magnetización de un skyrmion tipo Néel se puede escribir como $\mathbf{m} = m_z(r)\hat{\mathbf{z}} + m_r(r)\hat{\mathbf{r}}$, donde $\hat{\mathbf{r}}$ y $\hat{\mathbf{z}}$ son los vectores unitarios en coordenadas cilíndricas y hemos considerado que la dirección z está a lo largo del eje de simetría del nanodisco. En particular, hemos propuesto un *ansatz* general

para la componente z de la magnetización del skyrmion tipo Néel de la forma:

$$m_z(r) = \frac{1 - (r/R_s)^n}{1 + (r/R_s)^n}, \quad (2.1)$$

donde R_s corresponde al radio del skyrmion, el cual se define como el valor de r tal que $m_z = 0$; y n satisface $n \geq 2$ donde $n = 2$ corresponde al skyrmion de Belavin y Polyakov [8]. La Ec. (2.1) toma valores entre $+1$ y -1 , caracterizando un skyrmion con su *core* apuntando en la dirección $+z$, mientras que su extremo posee espines apuntando en la dirección $-z$.

Provistos de que el vector \mathbf{m} está normalizado, la componente r de la magnetización es $m_r(r) = C\sqrt{1 - m_z^2(r)}$, con $C = \pm 1$ siendo un parámetro que determina la dirección en la cual se produce la transición entre el *core* de éste y el borde de la nanoestructura.

Para ilustrar el *ansatz* propuesto, la Fig. 2.1 muestra la magnetización de un NS confinado en un nanodisco de $R = 40$ nm obtenido a partir del modelo teórico propuesto. La Fig. 2.1a muestra el perfil de la componente z de la magnetización para distintos n , con $R_s = 20$ nm. Por otro lado, la Fig. 2.1b muestra una gráfica de la Ec. (2.1) para diferentes radios del skyrmion R_s , con $n = 10$. De manera más ilustrativa, Fig. 2.1c muestra un NS con $C = +1$, mientras que la Fig. 2.1d con $C = -1$.

A partir de la propuesta en Eq. (2.1), podemos calcular la carga topológica (o número skyrmiónico, ver Ec. (1.25)) con el fin de verificar que nuestro modelo representa efectivamente un skyrmion. Esta se define como

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int dx dy \mathbf{m} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right), \quad (2.2)$$

la cual debería ser cercana a 1 para un skyrmion y -1 para un antiskyrmion, tal y como fue definido en la sección 1.2. Usando el modelo para m_z propuesto en la Ec. (2.1) y definiendo $\delta = R_s/R$, encontramos que $Q = 1/(1 + \delta^n) \approx 1$, ya que para un skyrmion se cumple que $0 < R_s \ll R$ y entonces $\delta^n \approx 0$. Es interesante mencionar que el modelo propuesto en la Ec. (2.1) es una generalización del skyrmion de Belavin y Polyakov [8] ($n = 2$).

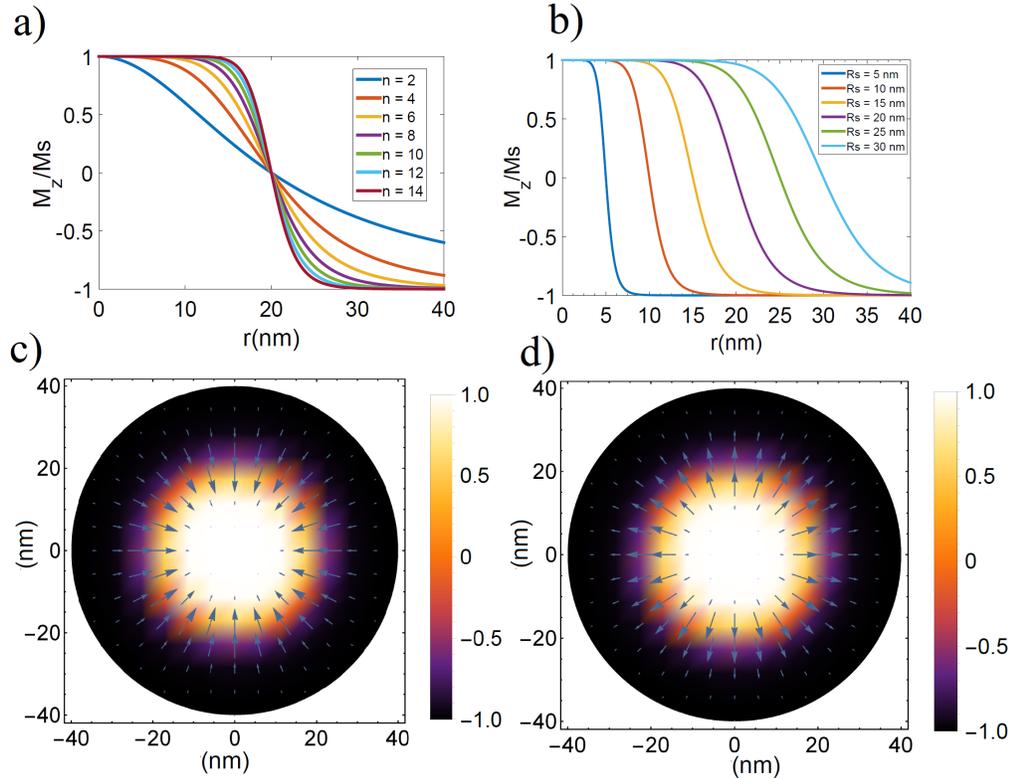


Figura 2.1: Perfil de un skyrmion tipo Néel confinado en un nanodisco de 40 nm obtenido a través de la expresión analítica 2.1 para a) distintos exponentes n con $R_s = 20$ nm y b) distintos valores de R_s con $n = 10$. c) y d) muestran el perfil para quiralidad con $C = -1$ y $C = +1$, respectivamente. En estas figuras $m_r(r)$ es representado por flechas, mientras que $m_z(r)$ está representado como una densidad de colores según la barra a la derecha.

La Ec. (2.1) es motivada por el hecho de que la estabilidad de un skyrmion tipo Néel en láminas delgadas no sólo depende de la energía de intercambio, sino que además depende fuertemente de la interacción DM y la anisotropía uniaxial del sistema. Entonces, es natural pensar que nuestro parámetro n en la Ec. (2.1) depende, en principio, de las energías involucradas en el sistema. En el caso particular $n = 2$, corresponde a considerar sólo la energía de intercambio.

Para encontrar el valor adecuado de n , según las energías consideradas, vamos a comparar nuestro modelo analítico con simulaciones micromagnéticas. Una vez que fijemos el mejor n para nuestro modelo, estudiaremos la estabilidad de skyrmions tipo Néel confinados en un nanodisco mediante el cálculo de la energía total del sistema, para luego minimizarla respecto al radio del skyrmion R_s . El cálculo explícito de cada una de las energías puede ser encontrado en el Apéndice A. La energía total

del sistema será

$$E_{tot} = E_{ex} + E_u + E_{DM} + E_d, \quad (2.3)$$

donde la energía de intercambio E_{ex} es

$$E_{ex} = A \int_V [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] d^3r. \quad (2.4)$$

Reescribiendo la Ec. (2.4) en coordenadas cilíndricas e integrando la parte angular y en z obtenemos

$$E_{ex} = A2\pi L \int_0^R \left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial r} \right)^2 \frac{1}{1 - m_z^2} + \frac{1 - m_z^2}{r^2} \right] r dr. \quad (2.5)$$

Integrando para nuestro modelo de m_z (Ec. (2.1)), la energía de intercambio es entonces:

$$E_{ex} = 2\pi AL \frac{4 + n^2}{n(1 + \delta^n)}, \quad (2.6)$$

y recordamos que $\delta = R_s/R$.

La energía de anisotropía uniaxial E_u está dada por la Ec. (1.14). Sin embargo, como en el presente trabajo estamos interesados en comparar nuestros resultados con simulaciones micromagnéticas, usaremos una representación alternativa dada por

$$E_u = K_u \int_V (1 - m_z^2) d^3r, \quad (2.7)$$

que es la expresión usada en las simulaciones. El término constante $K_u V$ sólo renormaliza el punto cero de la energía y, en principio, puede absorberse dentro de E_u . El reemplazo del modelo 2.1 en la Ec. (2.7) da

$$E_u = K_u V - \frac{K_u V}{n(1 + \delta^{-n})} \left\{ n(n + \delta^{-n}) + 8 - 8(1 + \delta^{-n}) {}_2F_1\left(1; \frac{2}{n}; \frac{2+n}{n}; -\delta^{-n}\right) \right\}, \quad (2.8)$$

donde $V = \pi R^2 L$ es el volumen del nanodisco y ${}_2F_1(a; b; c; z)$ es la función hipergeométrica.

La energía E_{DM} corresponde a la energía de Dzyaloshinskii-Moriya, la cual depende de la simetría cristalográfica de los átomos que componen la muestra, así como también del tamaño de ésta. Para nuestro caso, en nanodiscos ultra-delgados, la energía DM es la versión interfacial cuya expresión está dada por la Ec. (1.21). Escribiendo la expresión en coordenadas cilíndricas e integrando en la coordenada angular obtenemos:

$$E_{DM} = -2\pi L D \int_0^R \left(m_z m_r - r \frac{\partial_r m_z}{m_r} \right) dr. \quad (2.9)$$

Reemplazando el modelo 2.1 en la Ec. (2.9) obtenemos

$$E_{\text{DM}} = -2C D \frac{V}{R} \frac{\delta^{-n/2}}{n} \left\{ \frac{4}{1 + \delta^{-n}} - \frac{\delta^{-n}}{3n + 2} (n^2 - 4) {}_2F_1\left(1; \frac{3}{2} + \frac{1}{n}; \frac{5}{2} + \frac{1}{n}; -\delta^{-n}\right) \right. \\ \left. + (n - 2) \left[1 + {}_2F_1\left(1; \frac{1}{2} + \frac{1}{n}; \frac{3}{2} + \frac{1}{n}; -\delta^{-n}\right) \right] \right\}. \quad (2.10)$$

Finalmente, la última contribución a la energía total del sistema es la energía dipolar E_d , cuya forma general está dada por:

$$E_d = \frac{\mu_0 M_s}{2} \int_V (\mathbf{m} \cdot \nabla U) dV, \quad (2.11)$$

con el potencial magnetostático U definido como [1]:

$$4\pi U(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') - \nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')), \quad (2.12)$$

donde la función de Green es:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1}. \quad (2.13)$$

Luego de expandir la función de Green en coordenadas cilíndricas para encontrar una expresión para el potencial (2.12) y reemplazar en la Ec. (2.11), obtenemos que la energía dipolar es (ver Apéndice A.4)

$$E_d = \mu_0 \pi M_0^2 \int_0^\infty dk \{ g_{0,z}^2(k) [1 - e^{-kL}] + g_{1,r}^2(k) [kL + e^{-kL} - 1] \}, \quad (2.14)$$

donde hemos definido las funciones

$$g_{\nu,z}(k) = \int_0^R dx x J_\nu(kx) m_z(x) \quad (2.15)$$

$$g_{\nu,r}(k) = \int_0^R dx x J_\nu(kx) m_r(x). \quad (2.16)$$

Aquí $J_\nu(z)$ corresponde a la función de Bessel de primera especie y orden ν . En principio, reemplazando nuestro modelo en las Ecs. (2.15) - (2.16) podemos tener una expresión para la energía dipolar. Sin embargo, la integración debe hacerse de manera numérica y entonces no es posible dar una expresión explícita. La energía total del sistema es la suma de las expresiones (2.6), (2.8), (2.10) y (2.14).

2.3. Ejemplo de aplicación de nuestro modelo: Nanodiscos ultra delgados de Co/Pt

En esta sección vamos a aplicar los resultados obtenidos a partir del cálculo de las energías involucradas, a un sistema en particular donde es posible estabilizar

skyrmions tipo Néel.

Ya hemos obtenido una expresión analítica para la energía total de un skyrmion tipo Néel confinado en un nanodisco con radio R y espesor L , la cual depende del parámetro n y del radio del skyrmion R_s . Con el fin de encontrar el mejor n que describa un skyrmion de este tipo para las energías consideradas en el apartado anterior, vamos a ajustar nuestros resultados con aquellos obtenidos en nanodiscos ultra-delgados de Co/Pt mediante simulaciones numéricas [60].

La razón por la cual hemos considerado este tipo de sistemas es que, como vimos en la sección 1.2.3, los skyrmions tipo Néel son estabilizados con la energía DM interfacial, la cual está presente en sistemas ultra-delgados a través de un *sandwich* entre láminas ferromagnéticas y metales pesados, tal y como el sistema Co/Pt.

De esta manera, consideramos nanodiscos con $R = 40$ nm, $L = 0.4$ nm, $A = 15$ pJ/m y $M_s = 582$ kA/m, mientras que los parámetros magnéticos D y K_u fueron dejados como parámetros libres para encontrar la región de estabilidad para el skyrmion. Estos parámetros fueron usado en el trabajo numérico de la referencia [60]. En este punto es importante considerar que la quiralidad del skyrmion está dada por la Ec. (2.10), donde el producto CD aparece. Es fácil notar que para $D > 0$ el skyrmion con $C = 1$ exhibirá menor energía que un skyrmion con quiralidad $C = -1$. De esta manera, desde ahora consideraremos sólo skyrmions con $C = 1$.

En la Fig. 2.2 comparamos la energía de un skyrmion tipo Néel confinado en un nanodisco ultra delgado de Co/Pt como una función del radio del skyrmion R_s para diferentes valores de n . La columna izquierda (Fig. 2.2a, b y c) muestra la energía total para diferentes valores de D (con $K_u = 0.8$ MJ/m³), mientras que la columna derecha (Fig. 2.2d, e y f) muestra la energía total para diferentes valores de K_u (con $D = 5.5$ mJ/m²). La línea punteada horizontal representa la energía de la configuración ferromagnética fuera del plano. A partir de la Fig. 3.2 podemos concluir que la estabilidad de los skyrmions tipo Néel depende fuertemente de los parámetros magnéticos considerados.

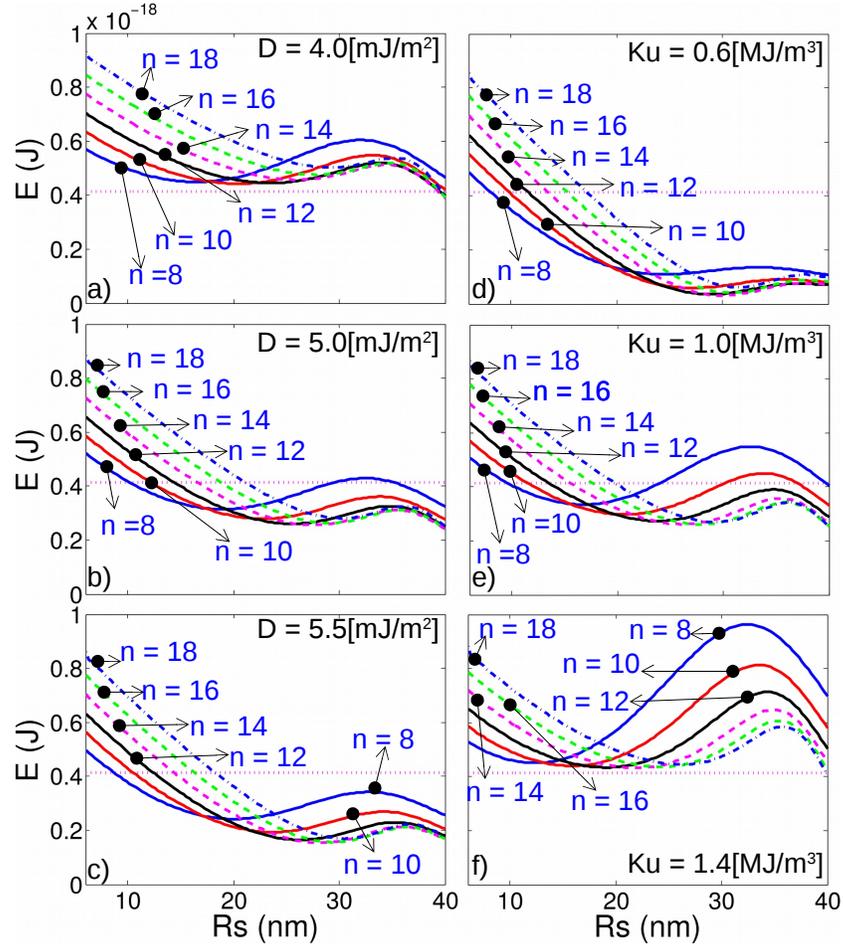


Figura 2.2: Energía de un skyrmion tipo Néel como función de su radio R_s para diferentes valores de n . Las figuras en la columna izquierda consideran $K_u = 0.8$ MJ/m³ para diferentes valores de D , mientras que las figuras de la columna derecha consideran $D = 5.5$ mJ/m² para diferentes valores de K_u . La línea punteada horizontal representa la energía de la configuración ferromagnética fuera del plano

Por ejemplo, la Fig. 2.2a muestra que, para $D = 4.0$ mJ/m² y $K_u = 0.8$ MJ/m³, no es posible estabilizar un NS, ya que la configuración ferromagnética fuera del plano exhibe una menor energía sin importar el valor de n usado. Sin embargo, al aumentar D (ver Fig. 2.2b y c) encontramos que los skyrmions tipo Néel son energéticamente más favorables que el estado ferromagnético fuera del plano. Es interesante notar que la energía del NS exhibe un comportamiento no-monotónico con n , decreciendo a medida que n aumenta hasta cierto valor, luego del cual comienza a aumentar la energía (ver por ejemplo el caso de $n = 18$). Análogamente, la Fig. 2.2f muestra que para $D = 5.5$ mJ/m² y $K_u = 1.4$ MJ/m³ no es posible estabilizar un NS, ya que la configuración ferromagnética fuera del plano exhibe siempre la menor energía, para todos los n usados. Sin embargo, disminuyendo el valor de K_u

(ver Fig. 2.2d y e) encontramos que el NS es energéticamente más favorable.

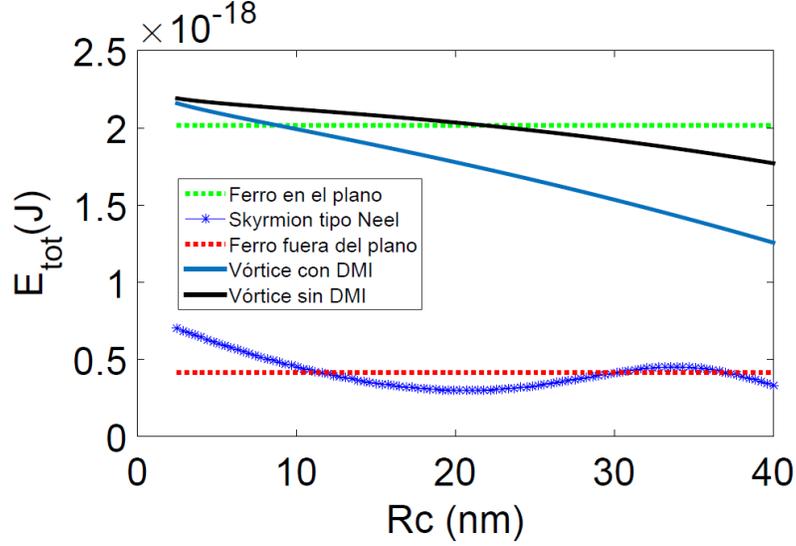


Figura 2.3: Energía total de posibles configuraciones magnéticas presentes en un nanodisco magnético como función del radio característico de cada una (ver texto principal), para $K_u = 1.0$ MJ/m³ y $D = 5.5$ mJ/m². La configuración vórtice con *core* se obtuvo a partir del modelo que propusimos en [56] y para el NS usamos $n = 10$.

Es importante señalar que hasta ahora sólo hemos comparado la energía de un NS con la de la configuración ferromagnética fuera del plano. Esto no es al azar, ya que otras configuraciones magnéticas posibles en un nanodisco, con los parámetros geométricos y magnéticos escogidos, presentan siempre una energía mayor que el estado ferromagnético fuera del plano y un NS. Como ilustración de esto, en la Fig. 2.3 mostramos la energía total de posibles configuraciones magnéticas presentes en un nanodisco como función de su parámetro minimizable, esto es, R_c corresponde al radio del *core* del vórtice, R_v , o del skyrmion, R_s , según corresponda. Las configuraciones ferromagnéticas homogéneas no dependen de este radio, y por lo tanto, son constantes en el gráfico. La Fig. 2.3 se obtuvo analíticamente para $K_u = 1.0$ MJ/m³ y $D = 5.5$ mJ/m² (mismos parámetros que Fig. 2.2e) cuyos detalles del cálculo se encuentran en el Apéndice A.

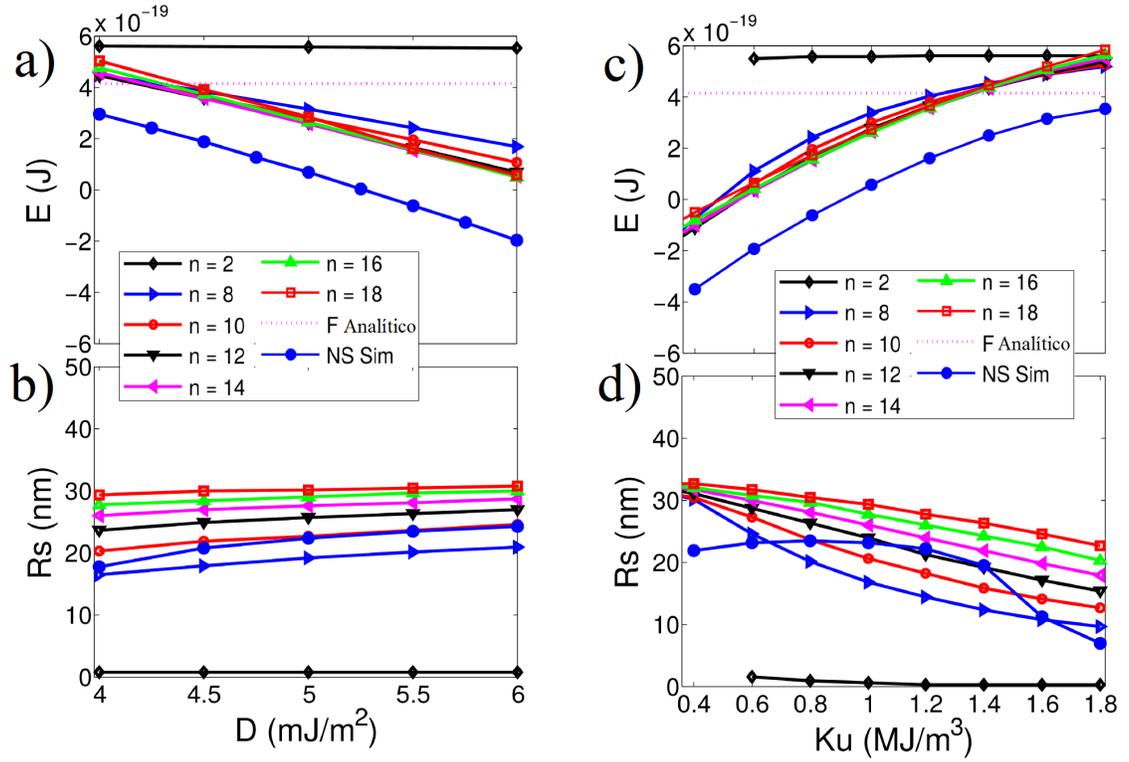


Figura 2.4: Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) para diferentes valores de n como función de D , para $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$. Energía (c) y radio del skyrmion R_s para diferentes valores de n como función de K_u , para $D = 5.5 \text{ mJ/m}^2$. Los círculos azules corresponden a simulaciones micromagnéticas según [60].

A partir de esta figura (Fig. 2.3), notamos que la configuración ferromagnética fuera del plano y la energía de un skyrmion tipo Néel son siempre menor a las otras configuraciones. Así, es necesario comparar solamente las energías de estas dos configuraciones.

Hasta aquí hemos concluido que la energía del skyrmion sigue un comportamiento no-monotónico con el parámetro n , pero aún sin definir un valor adecuado que describa, al menos de buena forma, resultados que se encuentran en la literatura [60]. Nuestro análisis continúa con el cálculo analítico de la energía total E y radio R_s del skyrmion que minimiza su energía, como función de los parámetros D (ver Fig. 2.4a y b) y K_u (ver Fig. 2.4c y d). La idea entonces es comparar estos resultados analíticos con simulaciones micromagnéticas [60] y obtener el mejor valor de n para el modelo propuesto.

A partir de la Fig. 2.4 podemos ver que para $n > 8$ el modelo analítico reproduce bastante bien el comportamiento obtenido de las simulaciones micromagnéticas,

excepto para valores de n muy grandes. En particular, encontramos que $n = 10$ es el que mejor se ajusta al comportamiento del radio del skyrmion R_s como función de los parámetros D y K_u (ver en particular Fig. 2.4b), por lo tanto, de ahora en adelante usaremos $n = 10$ en nuestro modelo.

Una vez que ya hemos fijado el mejor valor de n , estudiamos el rango de valores de K_u y D para los cuales un NS es estable en un nanodisco magnético de Co/Pt. Una contribución importante a la estabilidad de skyrmions en nanodiscos delgados, es la contribución de la energía dipolar. Debido a la naturaleza no local de ésta, la dificultad de cálculo y costo computacional es mayor y entonces usualmente se interpreta como una anisotropía que renormaliza K_u , o sencillamente se desprecia para láminas delgadas debido a la compensación de cargas magnéticas en las tapas y la ausencia de éstas en los bordes. Sin embargo, un trabajo numérico reciente [7] mostró que el considerar o no la energía dipolar puede tener dramáticas consecuencias en el diagrama de fase magnético que considera skyrmions en nanodiscos.

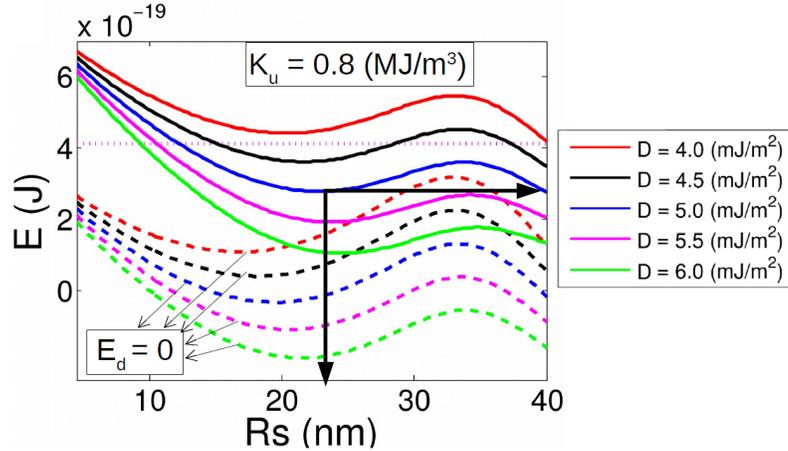


Figura 2.5: Energía de un NS como función de R_s , una constante de anisotropía $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$ y diferentes valores de la constante de Dzyaloshinskii-Moriya D . La línea sólida considera la energía dipolar, mientras que la punteada no. La línea punteada horizontal representa el estado ferromagnético fuera del plano.

En la Fig. 2.5 mostramos la energía de un NS (para $n = 10$, $C = 1$, $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$) como función de su radio R_s para $D = 4.0, 4.5, 5.0, 5.5$ y 6.0 mJ/m^2 (curvas roja, negra, rosada y verde, respectivamente).

Las líneas sólidas consideran la energía dipolar, mientras que las punteadas no la consideran. A partir de esta figura, podemos concluir que la energía dipolar dada por la Ec. (2.14) no puede ser despreciada como fue hecho en estudios previos [58, 59], y debe ser considerada para el cálculo de la energía total de un NS.

La Fig. 3.5 también muestra que $D = 4.0 \text{ mJ/m}^2$ (línea roja sólida) no es suficiente para obtener un NS en el nanodisco, para este valor particular de $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$.

Es interesante notar que los skyrmions tipo Néel son estables sólo para $D > 5.0 \text{ mJ/m}^2$, ya que en particular para $D = 5.0 \text{ mJ/m}^2$ con $R_s \approx 24 \text{ nm}$, el estado NS es un mínimo local, tal y como muestra la flecha en la figura. Es posible notar que cuando $R_s = R$, el estado skyrmion se convierte en un estado ferromagnético homogéneo, y entonces la curva negra ($D = 4.5 \text{ mJ/m}^2$) es un estado metaestable (mínimo local), y para $D = 4.0 \text{ mJ/m}^2$ el estado ferromagnético fuera del plano es energéticamente más favorable.

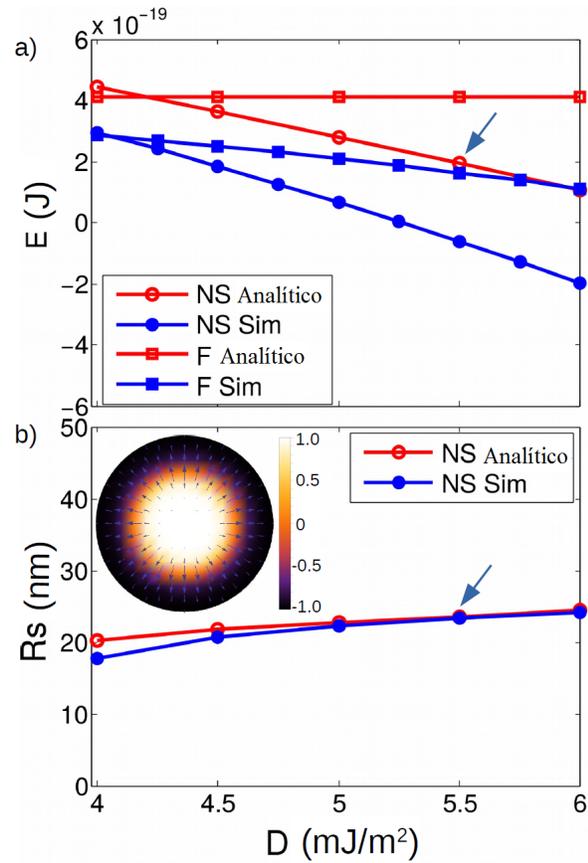


Figura 2.6: Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) como función de D , para $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$. Los símbolos rojos y abiertos corresponden a resultados analíticos obtenidos para $n = 10$, mientras que los símbolos azules y sólidos corresponden a simulaciones micromagnéticas [60]. El perfil de la magnetización mostrado como un inserto en la figura (b) corresponde a la configuración que es señalada con flechas.

En la Fig. 2.6 mostramos la energía $E(a)$ y radio del skyrmion $R_s(b)$ como función de D para $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$. Los símbolos abiertos denotan los resultados analíticos obtenidos para $n = 10$, mientras que los sólidos corresponden a simulaciones micromagnéticas. En particular para la Fig. 2.6a, los cuadrados corresponden a la configuración ferromagnética fuera del plano y los círculos representan el estado NS. A partir de esta figura podemos ver que las energías obtenidas de los cálculos analíticos y de las simulaciones micromagnéticas muestran un comportamiento similar y son del mismo orden de magnitud.

A partir de las simulaciones numéricas podemos obtener, para $K_u = 0.8 \text{ MJ/m}^3$, un NS desde $D = 4.0 \text{ mJ/m}^2$ en adelante, mientras que a partir de nuestro modelo teórico obtenemos un NS a partir de $D \approx 4.2 \text{ mJ/m}^2$ (valor similar al numérico). Para $D > 6.0 \text{ mJ/m}^2$ las simulaciones relajan a una configuración con múltiples dominios. Es importante destacar que los valores de la constante D que estabilizan un NS en nuestro modelo, son mayores al valor crítico $D_c = 4\sqrt{AK_u}/\pi = 4.4106 \text{ mJ/m}^2$ [58], valor sobre el cual el estado ferromagnético homogéneo es desestabilizado, y entonces skyrmions o estados cicloides (texturas tipo rayas y periódicas [60]) pueden proliferar [58].

Por otro lado, en la Fig. 2.6b observamos un excelente acuerdo entre el radio del skyrmion R_s obtenido mediante simulaciones micromagnéticas y cálculos analíticos, validando así nuestro *ansatz* propuesto para un NS con las energías previamente consideradas. En particular, observamos que el radio del skyrmion decrece levemente a medida que D disminuye.

Finalmente, en la Fig. 2.7 mostramos la energía $E(a)$ y el radio del skyrmion $R_s(b)$ como función de K_u para $D = 5.5 \text{ mJ/m}^2$. Los símbolos rojos corresponden a los resultados analíticos para $n = 10$, mientras que los azules a las simulaciones micromagnéticas. En la Fig. 2.7a los cuadrados representa la configuración ferromagnética fuera del plano mientras que los círculos a un NS.

De esta figura vemos que tanto los resultados analíticos como los numéricos muestran el mismo comportamiento y están en el mismo orden de magnitud. De las simulaciones micromagnéticas obtenemos que, para $D = 5.5 \text{ mJ/m}^2$, un NS es estable para valores de $K_u < 1.4 \text{ MJ/m}^3$, mientras que en nuestro modelo teórico obtenemos un NS para $K_u < 1.3 \text{ MJ/m}^3$. Es importante notar que para $K_u < 0.4 \text{ MJ/m}^3$ las simulaciones relajan a una configuración de múltiples dominios. Por otro lado, en la Fig. 2.7b podemos observar que, a pesar de que los valores del radio del skyrmion obtenidos tanto analíticamente como mediante simulaciones numéricas están en el mismo orden de magnitud, también es cierto que el ajuste entre las curvas es peor al obtenido en la Fig. 2.6b. De hecho, en nuestro modelo el radio del skyrmion aumenta para $K_u < 1.0 \text{ MJ/m}^3$.

Un punto importante a considerar es que los resultados obtenidos de las simulaciones micromagnéticas tienen siempre menor energía que aquellos obtenidos mediante cálculos analíticos (ver Figs. 2.6 y 2.7). Esto se debe a que nuestro modelo asume un *ansatz* para la magnetización del skyrmion que fuerza a los espines localizados en el borde del nanodisco a apuntar en la dirección antiparalela al eje de este ($-z$), mientras que en las simulaciones ellos tienden a apuntar en la dirección radial, como se muestra en la Fig. 2.8. Esto es una consecuencia directa de la minimización de la energía DM, la cual entrega un carácter quiral a la textura, y también a los efectos de borde (confinamiento) [58]. A pesar de estas limitaciones, el modelo analítico muestra un muy buen acuerdo con las simulaciones.

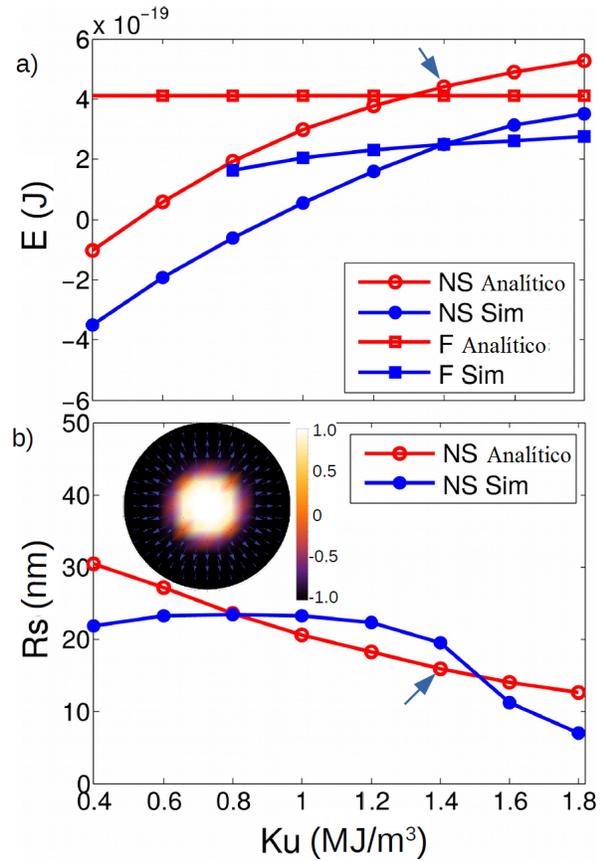


Figura 2.7: Energía (a) y radio del skyrmion R_s (b) como función de K_u , para $D = 5.5$ mJ/m². Los símbolos rojos y abiertos corresponden a resultados analíticos obtenidos para $n = 10$, mientras que los símbolos azules y sólidos corresponden a simulaciones micromagnéticas [60]. El perfil de la magnetización mostrado como un inserto en la figura (b) corresponde a la configuración que es señalada con flechas.

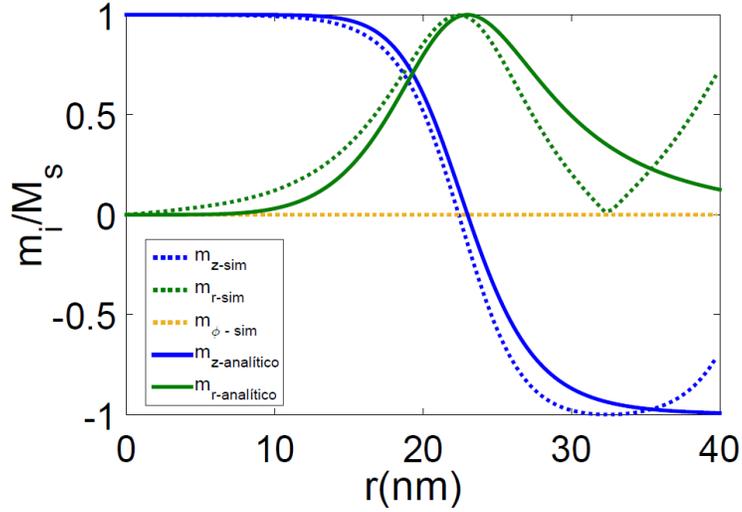


Figura 2.8: Promedio de las componentes de la magnetización como función de la coordenada radial. Las líneas sólidas fueron obtenidas con nuestro modelo de m_z para $n = 10$, mientras que las líneas punteadas fueron obtenidas mediante simulaciones micromagnéticas.

2.4. Conclusiones

En conclusión, a través de un modelo continuo para el ferromagnetismo, fuimos capaces de obtener una expresión analítica para las energías de un NS aislado y alojado en un nanodisco magnético. La ventaja principal de utilizar una teoría continua es la obtención de fórmulas explícitas para cada una de las energías involucradas en el sistema y, en particular, para la energía dipolar, la cual había sido despreciada, aproximada como una anisotropía de forma o calculada a través de simulaciones numéricas en trabajo previos.

Nuestro detallado análisis permite mostrar cuáles son las energías responsables de la estabilización de un NS en el sistema y geometría utilizada. En particular, tanto la energía DM como la de anisotropía uniaxial son cruciales para la estabilización de estas texturas, ya que al variar los parámetros relativos a dichas energías el NS puede convertirse en un estado ferromagnético homogéneo o pasar a estados quirales tipo *stripes*.

Un punto importante en nuestro trabajo fue la obtención analítica de la energía dipolar, la cual es de forma general para un NS y depende exclusivamente del ansatz propuesto, dejando libertad a futuros trabajos para la utilización de algún ansatz más específico que contenga simetría azimutal. De manera particular, para la geometría y parámetros magnéticos usados en la referencia [60], mostramos que el cálculo

completo de la energía dipolar debe ser considerado para estudiar la estabilización de un NS.

Como nuestro ansatz presenta al radio del skyrmion R_s como parámetro minimizable, nuestro modelo permite predecir el valor de éste, encontrando buen acuerdo con simulaciones micromagnéticas. En particular, mostramos que el radio del skyrmion disminuye a medida que la constante de anisotropía aumenta, y que éste además es sensible a la incorporación de la energía dipolar calculada analíticamente, es decir, el radio del skyrmion puede ser manipulado como función de las energías asociadas en el sistema.

Finalmente, nuestro modelo podría ser de utilidad para futuros trabajos teóricos y experimentales, considerando que éste puede ser aplicado a otros sistemas incluso con la incorporación de otro ansatz. En este sentido, nuestro trabajo es general y permite establecer una referencia para la nucleación, estabilización y observación de skyrmions de manera experimental.

Capítulo 3

Diagrama de fase $K_u - B$ numérico y analítico para nanoestructuras de Cobalto: región de estabilidad para un skyrmion tipo Bloch

3.1. Resumen

En este capítulo calculamos las energías correspondientes a distintas fases magnéticas presentes en un cilindro ferromagnético mediante cálculos analíticos y simulaciones micromagnéticas. A partir de la comparación de estas energías, es posible construir un diagrama de fase como función de la anisotropía uniaxial de la muestra y el campo magnético externo. Con el fin de testear nuestros resultados, analizamos los diagramas de fases para nanodiscos de Cobalto con 240 nm de diámetro y 70 nm de espesor, con un eje de fácil magnetización paralelo al eje del disco, y con un campo magnético aplicado en la misma dirección o perpendicular a este eje. A partir de estos diagramas hemos obtenido las regiones de estabilidad para skyrmions tipo Bloch (Sk), vórtice con *core* (VC) y la configuración ferromagnética homogénea (F), la cual puede apuntar en cualquier dirección ψ respecto al eje del disco. Nuestros resultados entregan una potencial ruta para controlar la formación y estabilidad de un skyrmion tipo Bloch en un nanodisco ferromagnético para diferentes constantes de anisotropía y campos magnéticos. Los resultados de este capítulo han sido publicados en [57].

3.2. Modelo analítico

En el capítulo de fundamentos teóricos hemos visto que existen dos tipos de skyrmions que han sido observados en los experimentos: Skyrmions tipo Néel y skyrmions

tipo Bloch. Los últimos no requieren de la energía DM para ser estabilizados, por lo que nosotros proponemos que pueden ser estabilizados incluso en metales de transición, donde hasta ahora no han sido observados.

Debido a la simetría cilíndrica de la nanoestructura, conviene expresar el campo \mathbf{m} en términos de coordenadas cilíndricas, esto es $\mathbf{m}(\mathbf{r}) = m_r(\mathbf{r})\hat{\mathbf{r}} + m_\phi(\mathbf{r})\hat{\boldsymbol{\phi}} + m_z(\mathbf{r})\hat{\mathbf{z}}$. Un skyrmion tipo Bloch se diferencia de uno Neél porque no presenta componente magnética en la dirección radial, luego la magnetización posee solamente componentes en $\hat{\mathbf{z}}$ y $\hat{\boldsymbol{\phi}}$, de la misma manera que un vórtice magnético, de hecho, los skyrmions tipo Bloch son usualmente llamados *skyrmions tipo vórtice*. Como la norma de la magnetización es 1, se cumple que $m_\phi = \sqrt{1 - m_z^2}$.

Consideramos una nanoestructura cilíndrica de radio R y espesor L con una anisotropía uniaxial a lo largo del eje de simetría (eje z) y que además está bajo la acción de un campo magnético externo \mathbf{B} aplicado en un ángulo θ respecto al eje z , como se muestra en la Fig. 3.1. La energía total de esta nanoestructura será:

$$E = \int_V \left(-K_u m_z^2 + \frac{\mu_0}{2} M_s \mathbf{m} \cdot \nabla U_d + A \sum_{i=x,y,z} (\nabla m_i)^2 - M_s \mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \right), \quad (3.1)$$

Donde el primer, segundo, tercer y cuarto término corresponden a la energía de anisotropía uniaxial, energía dipolar, energía de intercambio y energía de Zeeman debido a la aplicación de un campo magnético, respectivamente. En la Ec. (3.1) U_d es el conocido potencial magnetostático definido en la Ec. (2.12) del Capítulo 2.

Estamos interesados en obtener diagramas de fase que muestren la región de estabilidad para las siguientes configuraciones: skyrmion (Sk), ferromagnética homogénea (F) y vórtice con *core* (VC). Estas configuraciones son las que están presentes en este tipo de nanoestructuras, y que además, han sido obtenidas a través de simulaciones micromagnéticas. Para la obtención de los diagramas, calcularemos la energía de cada una de las configuraciones mencionadas y compararemos sus energías con el fin de obtener la más estable para un rango de parámetros dados.

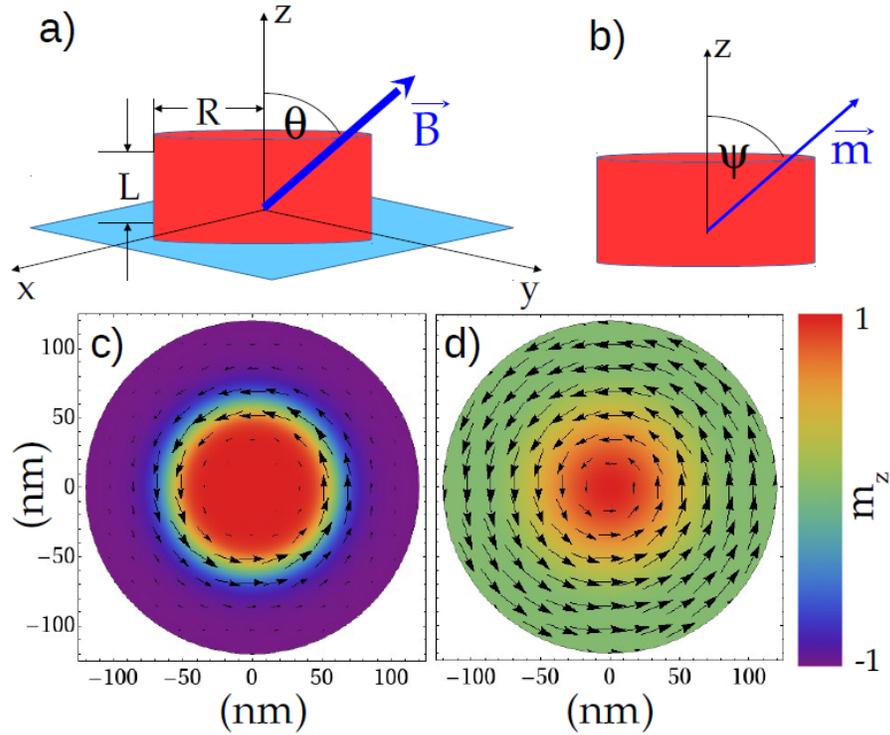


Figura 3.1: a) Parámetros geométricos de la nanoestructura investigada bajo la acción de un campo magnético \mathbf{B} . Configuraciones magnéticas estudiadas: b) Estado ferromagnético homogéneo formando un ángulo ψ con respecto al eje z , c) skyrmion tipo Bloch ($R_s = 60$ nm, $n = 10$) y d) vórtice con *core* ($R_v = 90$ nm).

3.2.1. Configuración skyrmion (Sk)

Para la descripción de la configuración tipo skyrmion usamos la expresión general para la componente z de la magnetización propuesta en el Capítulo 2, dada por la Ec. (2.1):

$$m_z^{(Sk)}(r) = \frac{1 - (r/R_s)^n}{1 + (r/R_s)^n}, \quad (3.2)$$

la cual fue usada en la referencia [30] con $n = 2$ para estudiar la estabilidad de skyrmions tipo Bloch en nanodiscos magnéticos con anisotropía perpendicular en ausencia de campo magnético externo y energía DM. Es importante señalar que en la referencia [11] se ha estudiado un sistema similar al nuestro, pero usando otro tipo de material y sin incluir un campo magnético externo. Además, también estamos interesados en comparar nuestros resultados con simulaciones micromagnéticas.

En la Fig. 3.1c mostramos el perfil de la magnetización de un skyrmion en una

nanoestructura de radio $R = 120$ nm obtenido a partir de la Ec. (3.2) para $n = 10$ y $R_s = 60$ nm. La componente m_z se muestra como una densidad de colores, mientras que la componente m_ϕ se representa con flechas.

3.2.2. Configuración ferromagnética homogénea (F)

Aquí se considera una competencia entre la anisotropía uniaxial (la cual favorece que la magnetización apunte en el eje z) y el campo magnético externo, el cual forma un ángulo θ con el eje z , como se muestra en la Fig. 3.1a. Hemos usado una configuración ferromagnética homogénea cuya dirección puede apuntar en un ángulo ψ con respecto al eje z , como se muestra en la Fig. 3.1b.

$$\mathbf{m}^{(F)} = \cos \psi \hat{\mathbf{z}} + \sin \psi \hat{\mathbf{r}} \quad (3.3)$$

3.2.3. Configuración vórtice con *core*

Finalmente, también hemos investigado la configuración vórtice con *core* o núcleo, para lo cual hemos usado el modelo de Ritz previamente estudiado en las referencias [39, 56]:

$$m_z^{(VC)} = \begin{cases} [1 - (r/R_v)^2]^2, & 0 \leq r \leq R_v \\ 0, & \text{otro} \end{cases} \quad (3.4)$$

donde $m_r = 0$ y $m_\phi = \sqrt{1 - m_z^2}$ debido a la normalización de \mathbf{m} . R_v corresponde al tamaño del *core* del vórtice. En la Fig. 4.1d mostramos el perfil de la magnetización de un vórtice con *core*, en una nanoestructura con $R = 120$ nm y $R_v = 90$ nm.

Para obtener la configuración de mínima energía para un conjunto de parámetros geométricos (R y L) y magnéticos dados (A , M_s , K_u y \mathbf{B}) dados, calculamos la energía magnética total para cada una de las configuraciones consideradas, para lo cual reemplazamos los *ansatzs* correspondientes (Ecs. (3.2) - (3.4)) dentro de la Ec. (3.1), y luego minimizamos con respecto a R_s , ψ y R_v , respectivamente. En el caso del skyrmion hemos escogido $n = 10$, de manera análoga al Capítulo 2.

3.2.4. Simulaciones micromagnéticas

También estamos interesados en validar nuestros resultados analíticos, para esto hemos investigado la configuración de mínima energía de un nanodisco de Cobalto de radio $R = 120$ nm y longitud $L = 70$ a través de simulaciones micromagnéticas [16]. La razón para investigar este tipo de material es que, a la fecha, no hay reportes de skyrmions tipo Bloch estabilizados en metales de transición. Por otro

lado, en nuestro sistema estamos considerando anisotropía uniaxial, la cual generalmente se simula como si la estructura de cobalto fuera monocristalina con una anisotropía efectiva apuntando en alguna dirección preferencial, la cual para nuestro caso, deberá ser en el eje de simetría de la nanoestructura [12, 24, 35, 47, 53]. Hemos usado $M_s = 1.4 \times 10^6$ A/m, constante de rigidez $A = 3 \times 10^{-11}$ J/m y un amortiguamiento de Gilbert $\alpha = 0.5$ [40]. Un punto importante respecto a la aproximación que estamos haciendo, es que esta también se puede extender al caso de nanodiscos multicapa de $(\text{Co/Pd})_n$ a través de la aproximación de medio continuo [82], donde los parámetros magnéticos son corregidos según leyes de escalamiento apropiadas para considerar determinado número de multicapas como si fuera una sola con parámetros efectivos.

Adicionalmente, nuestras simulaciones se llevaron a cabo de la siguiente manera: partimos con cuatro posibles estados iniciales, configuración tipo skyrmion, vórtice con *core* y configuración ferromagnética homogénea fuera del plano y en el plano, los cuales relajaron (minimizando su energía) como función de los parámetros B y K_u , para finalmente comparar sus energías entre las distintas configuraciones finales a la cual el sistema evolucionó. Con el fin de obtener resultados en un tiempo razonable, la discretización del sistema fue $3 \times 3 \times 5$ nm³. Los diagramas de fase que se muestran en la siguiente sección fueron obtenidos a partir de las ecuaciones presentadas en la Sección 3.2, sin embargo, algunos de esos puntos fueron también obtenidos a través de simulaciones micromagnéticas, como veremos en detalle.

3.2.5. Resultados y diagramas de fase

Las ecuaciones presentadas en la Sección 3.2 son bastante generales y permiten calcular la energía total en un nanodisco magnético con diferente geometría y parámetros magnéticos. Como un ejemplo, y mediante la comparación de las curvas de energía de las distintas configuraciones magnéticas, hemos obtenido los diagramas $K_u - B$ para nanoestructuras de cobalto ($M_s = 1,4 \times 10^6$ A/m y $A = 3 \times 10^{-11}$) de radio $R = 120$ nm y espesor $L = 70$ nm, en el rango de $0 \leq K_u \leq 2$ MJ/m³ y $0 \leq B \leq 0,5$ T para $\theta = 90^\circ$ y $\theta = 0^\circ$. De manera representativa, en la Fig. 3.2 mostramos las curvas de energía para las distintas configuraciones magnéticas como función de sus parámetros minimizables para $K_u = 1,5$ MJ/m³ y $B = 0,2$ T aplicado en la dirección $\theta = 0^\circ$. Notar que, como la inclusión de un campo magnético externo en esta dirección rompe la simetría de inversión, luego la energía correspondiente a los distintos estados magnéticos no es invariante al cambio $z \rightarrow -z$ como se ve en la Fig. 3.2a. De hecho, esto se hace evidente en la asimetría respecto al ángulo de $\psi = 90^\circ$ que se evidencia en la Fig. 3.2b. En particular, la Fig. 3.2 muestra que el estado más favorable es el estado ferromagnético homogéneo apuntando en la dirección $+z$, es decir, para $\psi = 0^\circ$.

Los diagramas obtenidos mediante la comparación de las energías de cada estado se muestran en las Fig. 3.3 y 3.4, donde hemos llamado F_{0-30} , F_{30-60} y F_{60-90} a la configuración ferromagnética homogénea con $0^\circ \leq \psi \leq 30^\circ$, $30^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ y $60^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$, respectivamente. Las líneas de transición entre dos configuraciones magnéticas se obtuvieron analíticamente usando pasos de 0.01 T y 0.1 MJ/m³ para B y K_u , respectivamente.

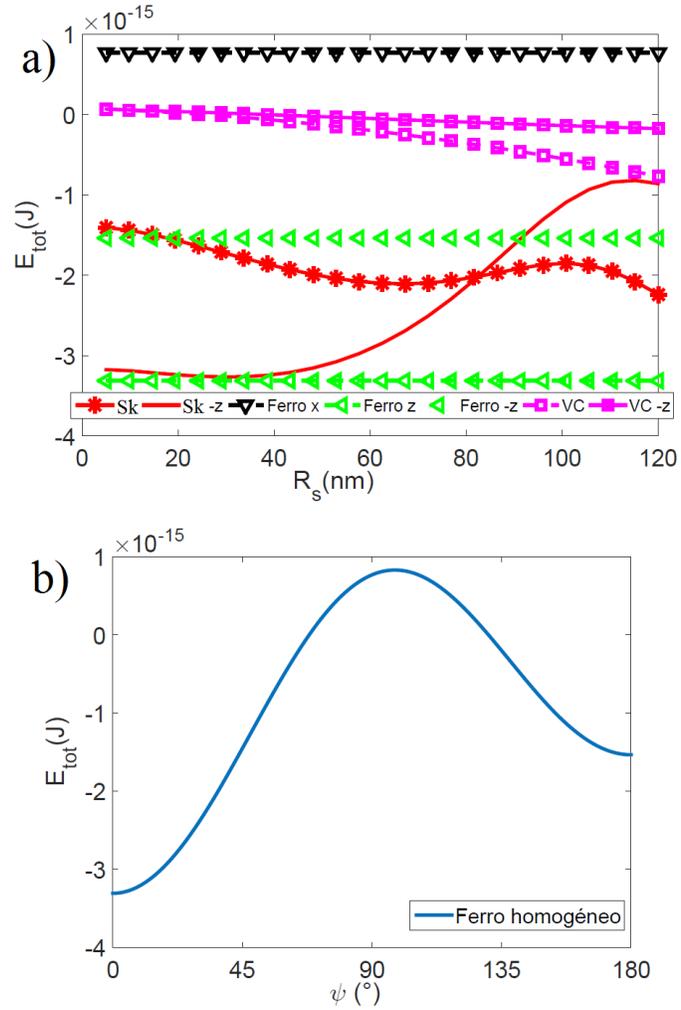


Figura 3.2: Energía de las distintas configuraciones magnéticas como función de sus parámetros minimizables. a) Energías de las configuraciones Sk con *core* apuntando en la dirección $+z$ (línea roja con asterisco) y $-z$ (línea roja continua); ferromagnética homogénea en la dirección $+z$ (línea verde punteada con triángulos) y $-z$ (triángulos verdes); vórtice con *core* apuntando en la dirección $+z$ (línea rosada segmentada con cuadrados) y $-z$ (línea rosada continua con cuadrados); y ferromagnética homogénea apuntando en el eje x (línea negra segmentada con triángulos invertidos). b) Energía de la configuración ferromagnética homogénea como función del ángulo ψ que forma la magnetización con el eje de simetría.

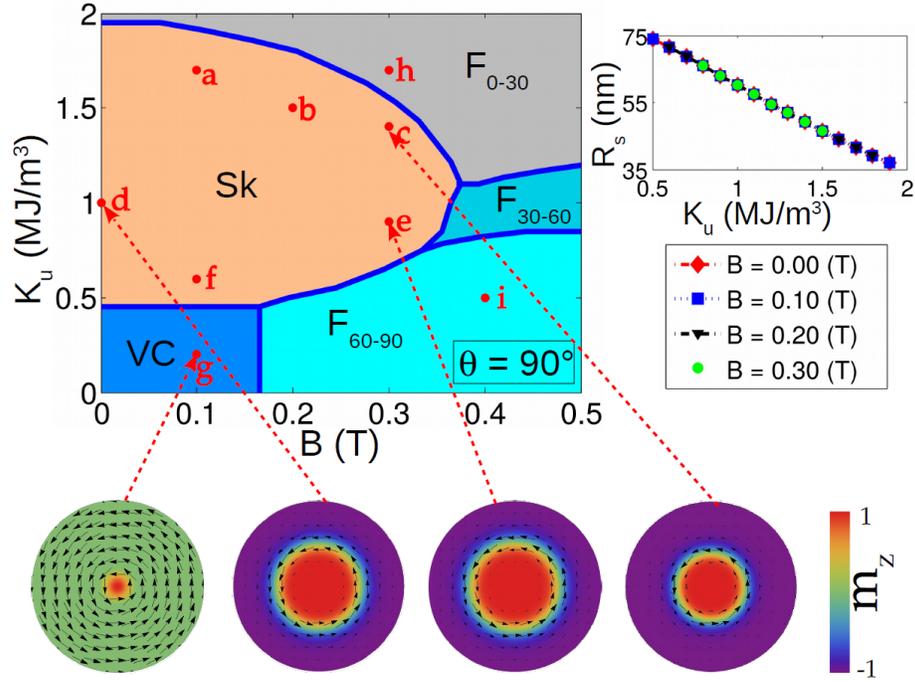


Figura 3.3: Diagrama $K_u - B$ para una nanoestructura de cobalto cuando el campo magnético es aplicado en el plano ($\theta = 90^\circ$). Los nueve puntos marcados a, b, c, d, e, f, g, h e i fueron obtenidos también a través de simulaciones micromagnéticas, cuyas imágenes son mostradas en la Fig. 3.5, mientras que las 4 imágenes de la nanoestructura que se muestran en la parte de abajo corresponden a las configuraciones de mínima energía (en c, d, e y f) obtenidas a partir de resultados analíticos.

A partir de la Fig. 3.3 se puede ver que cuando el campo magnético está aplicado en el plano ($\theta = 90^\circ$), para valores de $K_u < 0,5\text{MJ/m}^3$ y $B < 0,17$ T, la nanoestructura de cobalto presenta una configuración vórtice con *core*, mientras que, si la anisotropía aumenta, aparece una fase de skyrmion tipo Bloch y es estable incluso para campos magnéticos cercanos a 0.35 T. Además, debido a la competencia entre el campo magnético externo (que favorece la magnetización en el plano) y la anisotropía uniaxial (que favorece la magnetización fuera del plano), aparece una configuración ferromagnética homogénea y estable, cuya magnetización apunta en todo el rango del ángulo ψ , esto es, $0 \leq \psi \leq 90^\circ$.

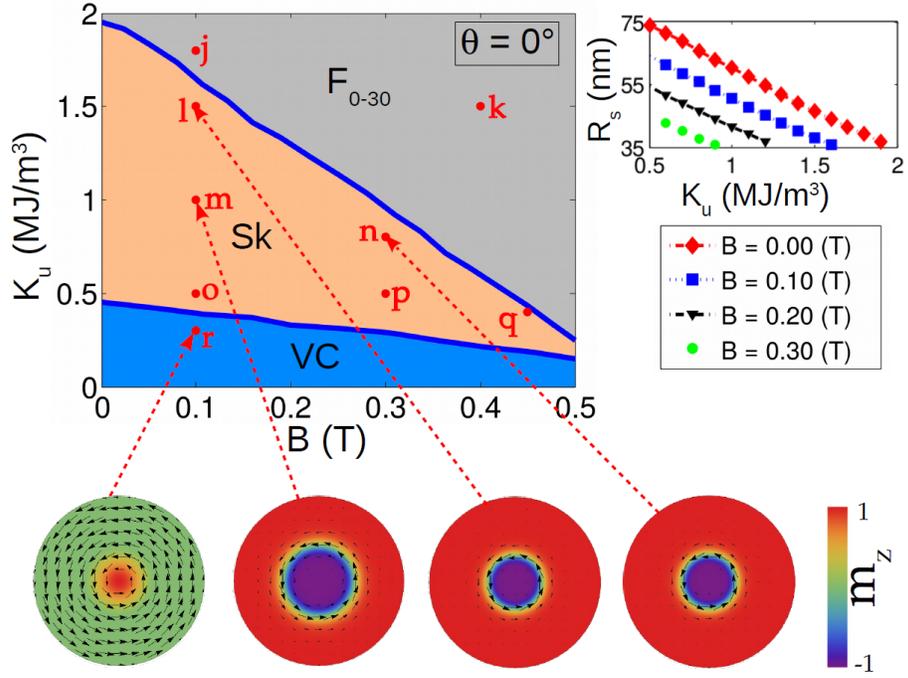


Figura 3.4: Diagrama $K_u - B$ para una nanoestructura de cobalto cuando el campo magnético es aplicado fuera del plano ($\theta = 0^\circ$). Los nueve puntos marcados j, k, l, m, n, o, p, q y r fueron obtenidos también a través de simulaciones micromagnéticas, cuyas imágenes son mostradas en la Fig. 3.5, mientras que las 4 imágenes de la nanoestructura que se muestran en la parte de abajo corresponden a las configuraciones de mínima energía (en r, m, l y n) obtenidas a partir de resultados analíticos.

Por otro lado, en la Fig. 3.4 analizamos la situación cuando el campo magnético externo apunta en la misma dirección que la anisotropía uniaxial (eje z). En este caso, y a pesar de que la fase VC está aún presente sólo para valores pequeños de anisotropía, ahora es estable para todo el rango de valores de campo magnético estudiado. Si incrementamos el valor de la anisotropía, aparece una región amplia de la fase Sk, cubriendo también el rango entero de valores de campo magnético estudiado. Es importante mencionar que cuando $\theta = 0^\circ$, el estado ferromagnético de menor energía ocurre siempre para $\psi = 0^\circ$, el cual se favorece tanto por el término de Zeeman como por la anisotropía.

A partir de ambos diagramas podemos destacar que para $K_u = 0$ la fase Sk nunca es estable, sin importar si el campo magnético es aplicado en la dirección $\theta = 0^\circ$ o $\theta = 90^\circ$.

Los insertos en las Fig. 4.3 y 4.4 corresponden al comportamiento del radio del skyrmion como función de la anisotropía para distintos valores de campo magnético.

Tanto para $\theta = 90^\circ$ como $\theta = 0^\circ$ el radio del skyrmion decrece a medida que K_u aumenta, sin embargo, para el primer caso las curvas son independientes del campo magnético, mientras que para el segundo caso ellas varían con el campo magnético. De hecho, R_s disminuye a medida que B aumenta debido a que el *core* del skyrmion apunta siempre en la dirección opuesta al campo magnético, con el fin de minimizar su energía. En efecto, hemos calculado la energía para ambas polarizaciones del *core* encontrando que la fase Sk de la Fig. 3.4 corresponde siempre a skyrmions con *core* apuntando en la dirección $-z$ (ver código de colores de m_z en las Figs. 3.4 y 3.5). Para el caso donde $\theta = 90^\circ$ las energías para ambas polarizaciones del *core* es la misma, lo cual es un resultado esperado considerando que al aplicar el campo magnético en el plano, este no rompe la simetría de inversión debido a la simetría azimutal del sistema.

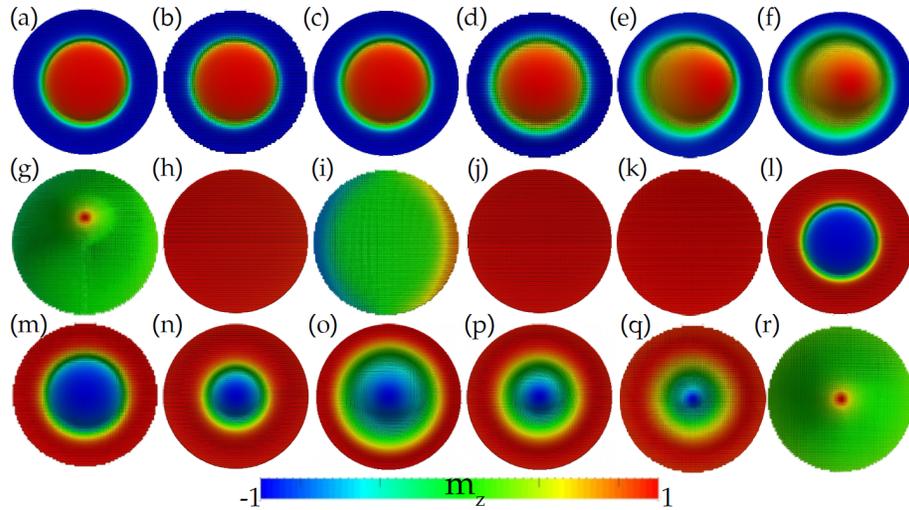


Figura 3.5: Imágenes de los estados magnéticos estables obtenidos a través de las simulaciones micromagnéticas para los 18 puntos marcados de las Figs. 4.3 y 4.4: a, b, c, d, e, f, g, h, e i para $\theta = 90^\circ$; j, k, l, m, n, o, p, q y r para $\theta = 0^\circ$. Se puede ver que nuestros resultados analíticos y numéricos tienen excelente acuerdo.

Un punto importante respecto a las configuraciones magnéticas que consideramos en este trabajo, es que a partir de las simulaciones micromagnéticas, y para los parámetros magnéticos y geométricos usados, hemos obtenido sólo las configuraciones propuestas teóricamente y no hemos observado fases más complejas como sistemas helicoidales. Adicionalmente, se debe mencionar que los resultados numéricos que obtuvimos a partir de simulaciones micromagnéticas (Fig. 3.5) para los puntos rojos marcados en los diagramas de fase, tienen un extraordinario acuerdo con nuestros resultados analíticos, lo cual valida nuestro modelo y análisis desarrollado a lo largo de este trabajo.

Finalmente, la Fig. 3.5g muestra un estado VC con el *core* desplazado respecto de su centro, lo cual podría reducir levemente la energía de esta configuración. Esta ruptura en la simetría azimutal está fuera de los objetivos de este trabajo.

3.2.6. Conclusiones

En conclusión, mediante el uso de un modelo simple para la teoría continua del ferromagnetismo, fuimos capaces de calcular las energías correspondientes a las distintas fases magnéticas presentes en un nanodisco magnético, y así construir un diagrama de fase $K_u - B$ para nanopartículas de cobalto con determinada geometría con el fin de predecir los rangos de estabilidad de las distintas fases consideradas.

Usando los respectivos ansatz variacionales para las tres fases magnéticas que hemos considerado, nuestro análisis permite predecir cuál es el radio del vórtice para determinado rango de parámetros, así también cuál es el radio del skyrmion en un determinado rango de parámetros y finalmente, cuál es el ángulo en que la fase ferromagnética homogénea apuntará como función de las energías involucradas.

El ángulo ψ para la fase ferromagnética considerado en nuestro trabajo, complementa y generaliza trabajos previos que han considerado estados ferromagnéticos homogéneos en nanodiscos. Nuestro modelo predice un comportamiento esperado: para el caso $\theta = 90^\circ$ y grandes valores de campo magnético, el ángulo ψ se aproxima a θ , mientras que para grandes valores de K_u , el ángulo ψ se aproxima a cero. Por otro lado, para $\theta = 0^\circ$, el ángulo ψ siempre presenta valores cercanos a cero debido a que tanto \mathbf{B} como K_u favorecen el estado ferromagnético homogéneo fuera del plano.

Por otro lado, hemos encontrado que la región vórtice con *core* está presente en ambos casos estudiados ($\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$) y lo más importante, es que esta configuración se favorece para campos y anisotropía nulos, lo cual reafirma conclusiones previas acerca de las energías responsables de su estabilización, es decir, tanto la energía de intercambio como la dipolar son las responsables de ésta.

Lo más relevante en nuestro trabajo es la estabilización de la fase skyrmion tipo Bloch, la cual es producto de la competencia de las energías de intercambio, dipolar, anisotropía y Zeeman. Esto se hace evidente al notar que no hay fase skyrmion para campos y anisotropía nulos. Además, el radio de los skyrmions que obtuvimos es sensible a los valores de anisotropía considerados, mostrando que, análogo al caso de los skyrmion tipo Néel, a mayor valor de K_u , menor es el radio del skyrmion.

En particular, cuando $\theta = 90^\circ$ notamos que el skyrmion presenta una polaridad positiva (core apuntando en $+z$), mientras que para $\theta = 0^\circ$, el core adquiere polaridad negativa (core apuntando en $-z$). Es decir, nuestro modelo predice que es

posible controlar la polaridad del skyrmion solamente variando la dirección del campo magnético aplicado.

Con el fin de validar nuestros resultados, los hemos comparado con simulaciones micromagnéticas y encontramos un buen acuerdo entre ellas, al menos al nivel de cuál es la fase de mínima energía para determinados parámetros.

Finalmente, nuestro trabajo abre la puerta a la estabilización de skyrmions magnéticos en nanodiscos de Cobalto con anisotropía fuera del plano, o aún más, en ferromagnetos convencionales como Níquel, Hierro, o aleaciones como Permaloy.

Capítulo 4

Movimiento estacionario de skyrmions y paredes de dominio bajo espín-torques difusivos

4.1. Resumen

En este capítulo estudiamos el rol de la difusión de espín de los electrones de conducción cuando interactúan con texturas magnéticas cuya variación espacial es del orden de la longitud de precesión de espín λ_{ex} . Los efectos de la difusión se reflejan en cuatro torques adicionales que deben ser añadidos a la ecuación de Landu-Lifshitz-Gilbert. Con el fin de estudiar la dinámica de las texturas magnéticas bajo el efecto de estos torques, hemos derivado la ecuación de Thiele en el límite de movimiento estacionario y comparamos los resultados con el límite no difusivo. Cuando consideramos corrientes homogéneas, estos torques incrementan la velocidad longitudinal de paredes de dominio transversal de ancho Δ en un factor $(\lambda_{ex}/\Delta)^2(\alpha/3)$, con α siendo el amortiguamiento magnético. En el caso de un skyrmion aislado cuyo radio del *core* es r_0 , estas nuevas contribuciones tienden a incrementar el efecto Magnus en una cantidad proporcional a $(\lambda_{ex}/r_0)^2(1 + 2\alpha\beta')$, con β' siendo el parámetro no adiabático. Los resultados de este capítulo fueron publicados en [18].

4.2. Modelo de relajación de espín y espín-torques difusivos

Como vimos en la Sección 0.1, los fenómenos magnéticos tienen origen cuántico, sin embargo, el límite clásico se puede estudiar definiendo el valor de expectación de los operadores de espín de la forma $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\mathbf{S}}(\mathbf{r}, t) \rangle$ y luego $\mathbf{m} = -\mathbf{S}/S$, siendo $\hat{\mathbf{S}}$ el operador cuántico que describe el espín localizado y S su magnitud correspondiente.

Nuestro interés se centra en comprender el comportamiento de un metal de transición al cual se le aplica una corriente eléctrica considerando distintas fuentes de relajación del proceso, las cuales denominaremos como *difusivas*. Para dar una descripción del problema, usamos el modelo s-d que vimos en la Sección 1.4. El hamiltoniano $s - d$ es:

$$\hat{H}_{sd} = \Delta_{ex} \mathbf{m} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (4.1)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ es el vector de Pauli, siendo σ_i las matrices de Pauli para los electrones itinerante.

La dinámica de la magnetización está bien descrita a partir de la Ec. LLG (Ec. (1.31)), sin embargo, la dinámica de los espines de los electrones de conducción debe ser tratada con más cuidado. Vamos a definir la densidad de espín de los electrones itinerantes como $\mathbf{s} = \mu_B \langle \hat{\boldsymbol{\sigma}} \rangle$ y entonces queremos conocer cómo es la evolución temporal de \mathbf{s} . La dinámica de la densidad de espín \mathbf{s} se puede obtener a través de la Ec. de Schrödinger [19] y está dada por

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{J} = -\frac{1}{\tau_{ex}} \mathbf{s} \times \mathbf{m}, \quad (4.2)$$

donde $\tau_{ex} = \hbar S / (2\Delta_{ex})$ y $\mathcal{J} = \langle \hat{\mathcal{J}} \rangle$ es el tensor corriente de espín, sobre el cual hablaremos más adelante. La Ec. (4.2) tiene la forma de una ecuación de continuidad con fuentes, lo cual significa que la corriente de espín \mathcal{J} es una cantidad que no se conserva (a diferencia de la corriente de carga) [43, 68]. Este resultado es análogo a considerar el acoplamiento espín-órbita en el sistema, ya que esta interacción es de la forma $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$, la cual acopla dos operadores de momento angular, de la misma manera que el modelo s-d (Ec. (1.45)). En otras palabras, la corriente de espín no se conserva en presencia de acoplamiento espín-órbita o al considerar acoplamiento entre electrones s y d . En rigor, los términos tipo fuente a la derecha de la Ec. (4.2) representan cualquier tipo de interacción que ejerza un torque sobre la densidad de espín \mathbf{s} y corresponden a términos de *relajación*, ya que permiten que \mathbf{s} se alinee con \mathbf{L} , \mathbf{S} o según sea la interacción que permite la relajación. En particular en la Ec. (4.2), el término τ_{ex} corresponde al tiempo en que la densidad de espín \mathbf{s} se alinea con la magnetización \mathbf{m} y es típicamente $\approx 1-10$ fs [85].

En la Ec. (4.2) el tensor (de segundo orden) \mathcal{J}^{kl} especifica tanto la dirección k del flujo de espines, así como su polarización en la dirección l . Luego, \mathcal{J} está contraído con el operador ∇ .

El tensor corriente de espín lo podemos escribir explícitamente usando la aproximación adiabática [65, 73, 85], la cual esencialmente considera que, debido a las diferencias en las escalas temporales de los espines s y d , el espín itinerante se alinea

completamente con la magnetización local, de tal manera que la corriente de espín \mathcal{J} y la corriente de carga j_c son proporcionales a un factor de polarización P , esto es:

$$\mathcal{J}^l \approx -\frac{\hbar P S^l}{2e} \mathbf{j}_c, \quad (4.3)$$

donde P denota la tasa de espines polarizados en la dirección de los espines de la *mayoría* (ver modelo de Stoner en Sec. 1.4.1). Notar que en la Ec. (4.3) hemos usado la notación *negrita* para las componentes espaciales del tensor corriente de espín, mientras que la dirección de la polarización de espín la hemos escrito explícitamente como la componente l del tensor. Esta suposición nos permite escribir, a primer orden, la corriente de espín como un producto entre la corriente de carga y la corriente de espín como

$$\mathcal{J}_0 = \mathbf{v}_s \otimes \mathbf{M}, \quad (4.4)$$

donde \otimes denota el producto directo (o producto de Kronecker) y podemos escribir $\mathbf{v}_s = -b_J \mathbf{u}_s$, donde sigue que $b_J = \mu_B P G_0 E / M s_e$, siendo G_0 la conductividad eléctrica, E el campo eléctrico aplicado (hemos usado la Ley de Ohm $j_c = G_0 E$) y \mathbf{u}_s la dirección de la corriente aplicada. En metales ferromagnéticos de transición, la velocidad b_J es $\approx 10^2$ m/s [2, 85]. Con todas las consideraciones hechas hasta aquí, la Ec. de continuidad (4.2) se puede escribir ahora como [23, 85]

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{J} = -\frac{1}{\tau_{ex}} \mathbf{s} \times \mathbf{m} + \Gamma(\mathbf{s}). \quad (4.5)$$

Notar que, según lo discutido anteriormente, el término $\Gamma(\mathbf{s})$ corresponde a términos de relajación tales como scattering con la red, scattering con impurezas, scattering tipo spin-flip, etc., además del torque que ejerce \mathbf{m} sobre \mathbf{s} . Nuestro objetivo es encontrar el torque que ejerce \mathbf{s} sobre \mathbf{m} para luego estudiar su dinámica mediante la incorporación de este torque en la Ec. LLG. A pesar de que la aproximación adiabática nos permitió escribir una forma explícita para la corriente de espín, es natural pensar que en el proceso de interacción entre los espines s y d el alineamiento no es perfecto debido a que estos espines no están aislados, luego, distintos mecanismos de relajación afectan a este alineamiento. Para tomar en consideración este proceso que denominamos *no adiabático*, debemos considerar una pequeña variación de la densidad de espín \mathbf{s} y de la corriente de espín \mathcal{J} respecto al equilibrio.

Para obtener \mathbf{s} a partir de la Ec. (4.5) vamos a escribir la densidad de espín como:

$$\mathbf{s} = n_s \mathbf{m} + \delta \mathbf{s}, \quad (4.6)$$

donde n_s es la densidad de espín en equilibrio ($n_s \approx 10^{-2} M_s$), mientras que $\delta \mathbf{s}$ denota la densidad de espín fuera del equilibrio (desalineada de \mathbf{m}). A la cantidad $\delta \mathbf{s}$ se le llama comúnmente acumulación de espín ya que emerge de un proceso fuera

del equilibrio [43]. La separación en dos términos en la Ec. (4.6) permite enfocarnos en buscar una solución para $\delta\mathbf{s}$, ya que es esta la componente que hace un torque efectivo con \mathbf{m} . La diferencia en los tiempos característicos entre \mathbf{s} y \mathbf{m} implica que sólo una parte del espín de los electrones itinerantes se alinee con la magnetización local adiabáticamente, la cual es representada por el primer término de la Ec. (4.6). La desviación de este proceso adiabático se representa entonces por $\delta\mathbf{s}$ [85], la denominada contribución no-adiabática, que es consecuencia directa de la diferencia de tiempo en los procesos de relajación de espín.

Siguiendo a [85] y [55] vamos a usar una aproximación simple para el término de relajación escribiendo $\langle\Gamma(\mathbf{s})\rangle = \delta\mathbf{s}/\tau_{sf} + \mathbf{m} \times (\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m})/\tau_\phi$, donde τ_{sf} es el tiempo de relajación de espín-flip (≈ 0.1 -1 ps) que experimentan los electrones de conducción al dispersarse con otros electrones o interfaces produciendo un cambio en su orientación, y τ_ϕ toma en consideración el desfase entre \mathbf{m} y \mathbf{s} [55]. El torque producido por este último término puede ser visto como una renormalización del efecto de espín-flip ($\propto \delta\mathbf{s}$) debido a la unitariedad de \mathbf{m} . Reemplazando la Ec. (4.6) y $\langle\Gamma(\mathbf{s})\rangle$ en la Ec. (4.5), obtenemos la ecuación de continuidad para la densidad de espín de los electrones itinerantes:

$$\frac{\partial\mathbf{s}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{J} = -\frac{1}{\tau_{ex}}\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} - \frac{\delta\mathbf{s}}{\tau_{sf}} - \frac{1}{\tau_\phi}\mathbf{m} \times (\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}). \quad (4.7)$$

Análogamente, para considerar la contribución no adiabática en la corriente de espín, la podemos escribir como

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 + \delta\mathcal{J}. \quad (4.8)$$

Cualitativamente, \mathcal{J}_0 es la contribución adiabática y es identificada como la parte de la corriente de espín cuya polarización es paralela con \mathbf{m} , mientras que $\delta\mathcal{J}$ denota la parte fuera del equilibrio. La contribución de menor orden \mathcal{J}_0 es la responsable del conocido torque por transferencia de espín en el límite adiabático [85].

Con el fin de resolver la Ec. (4.7) en forma cerrada para la densidad de espín fuera del equilibrio $\delta\mathbf{s}$, vamos a suponer que la parte no-adiabática de la corriente de espín se escribe como $\delta\mathcal{J} = -D_0\nabla\delta\mathbf{s}$ [55,85], donde D_0 es la constante de difusión de espín, cuyo valor es $\approx 10^{-2}\text{m}^2/\text{s}$ [2,85]. Esta definición asume implícitamente que la distancia en que la componente no-adiabática del espín \mathbf{s} se alinea con \mathbf{m} es distinta de cero, y está relacionada entonces con la difusión de espín. Considerando una corriente eléctrica sin variación espacial, la divergencia de la corriente de espín está dada por:

$$\nabla \cdot \mathcal{J} = \nabla \cdot (\mathbf{v}_s \otimes \mathbf{M} - D_0\nabla\delta\mathbf{s}) = (\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{M} - D_0\nabla^2\delta\mathbf{s}. \quad (4.9)$$

Insertando las Ecs. (4.9) y (4.6) en (4.7) encontramos que:

$$D_0\nabla^2\delta\mathbf{s} - \frac{1}{\tau_{ex}}\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} - \frac{\delta\mathbf{s}}{\tau_{sf}} - \frac{1}{\tau_\phi}\mathbf{m} \times (\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}) = \mathcal{D}\mathbf{m}, \quad (4.10)$$

donde hemos definido \mathcal{D} (en unidades de magnetización sobre tiempo) como

$$\mathcal{D} = (n_s \partial_t + M_s \mathbf{v}_s \cdot \nabla). \quad (4.11)$$

Notar también que hemos despreciado el término proporcional a la derivada temporal de la densidad de espín fuera del equilibrio (estado estacionario) $\partial_t \delta \mathbf{s} = 0$. Usando el hecho de que \mathbf{m} es ortogonal a $\delta \mathbf{s}$ (Ver Ec. (4.6)), la Ec. (4.10) se reduce a:

$$\delta \mathbf{s} = \tau_{ex} \mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m} + \xi \delta \mathbf{s} \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \nabla^2 \delta \mathbf{s} \times \mathbf{m}, \quad (4.12)$$

donde hemos definido $\xi = \tau_{ex} \left(\frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{\tau_\phi} \right)$ y $\lambda_{ex} = \sqrt{D_0 \tau_{ex}}$ como la longitud de precesión de espín. Nuestro objetivo es encontrar $\delta \mathbf{s}$ sin despreciar completamente el término difusivo ($\propto \lambda_{ex}^2$) que está relacionado con la longitud de difusión de espín-flip de la forma $\lambda_{ex} = \lambda_{sf} \sqrt{\tau_{ex} / \tau_{sf}}$. El término difusivo se ha despreciado en trabajos anteriores [73, 85] debido a que ellos consideran que la longitud de precesión de espín λ_{ex} es mucho menor a la longitud característica de distintas texturas magnéticas (ancho de pared de dominio, radio del core de un vórtice o skyrmion, etc.). De hecho, el formalismo desarrollado por Zhang y Li [85] no es apropiado para describir la dinámica de la magnetización inducida por una corriente eléctrica cuando $\mathbf{M}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ tiene variaciones espaciales bruscas (por ejemplo, *cores* localizados). Así, cuando la longitud de precesión de espín (la cual se relaciona con la difusión de espín) es menor (pero no mucho menor) a la longitud característica de la textura, es posible mantener el término proporcional a λ_{ex}^2 en la Ec. (4.10) y entonces incorporar los efectos difusivos en la dinámica de la magnetización. Por ejemplo, en NiFe $\lambda_{ex} \approx 1$ nm y el ancho típico de paredes de dominio Δ tiene valores que van desde 5 – 20 nm [75] hasta unos cuantos cientos de nanómetros [76].

Consideramos el caso donde $\lambda_{ex}^2 \nabla^2 \leq 1$, es decir, para una textura de orden Δ , este límite es equivalente a $\lambda_{ex} \leq \Delta$. Es importante mantener presente este límite porque si $\lambda_{ex} \ll \Delta$ entonces volvemos al límite de Zhang and Li [85], y si $\lambda_{ex} > \Delta$ entonces la Ec. (4.10) no la podemos resolver en forma cerrada ya que no es posible realizar la expansión en un parámetro pequeño.

La forma en que podemos resolver la Ec. (4.10) es realizando una recursión con el fin de aislar la densidad de espín fuera del equilibrio $\delta \mathbf{s}$ hasta obtener orden lineal en $\xi \lambda_{ex}^2 \nabla^2$. Este límite deja en evidencia el rango de validez de nuestro formalismo. Al aislar $\delta \mathbf{s}$ (detalles del cálculo se pueden encontrar en el Anexo B) encontramos:

$$\delta \mathbf{s} = \mathcal{C} \mathbf{m} + \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} \left[-\nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} + \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}) + \tilde{\xi} (\nabla^2 \mathcal{D} \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \right], \quad (4.13)$$

donde hemos definido

$$\mathcal{C} \mathbf{m} = \tilde{\tau}_{ex} (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m} - \xi \mathcal{D} \mathbf{m}), \quad (4.14)$$

y las tildes representan una multiplicación por el factor $1/(1 + \xi^2)$.

Debido a que $|\mathbf{m}| = 1$, las derivadas temporales y espaciales se encuentran en un plano perpendicular a \mathbf{m} , tal que $\mathbf{m} \cdot \mathcal{D}\mathbf{m} = 0$ [37]. El tercer término de la Ec. (4.13) puede en realidad tener términos que no son ortogonales a \mathbf{m} , produciendo una renormalización de n_s pero sin ejercer torque sobre la magnetización. El torque que ejerce \mathbf{s} ($\delta\mathbf{s}$) sobre \mathbf{m} es entonces:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\tau_{ex}} \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} + \frac{1}{\tau_\phi} \mathbf{m} \times (\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}). \quad (4.15)$$

Luego de algo de álgebra (ver apéndice C), el torque es $\mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_D$, donde hemos definido

$$\mathbf{T}_0 = \frac{-1 - \xi\chi}{1 + \xi^2} \mathcal{D}\mathbf{m} + \frac{\chi - \xi}{1 + \xi^2} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}, \quad (4.16)$$

con $\chi = \tau_{ex}/\tau_\phi$. Notar que este torque se reduce al torque usual derivado por Zhang y Li [85] en el límite $\tau_\phi \rightarrow \infty$. El torque difusivo tiene cuatro contribuciones $\mathbf{T}_D = \sum_i \mathbf{T}_i$. Explícitamente (el primero y tercero fueron encontrados en la referencia [2]):

$$\mathbf{T}_1 = \tilde{\lambda}_{ex}^2 (1 + \tilde{\xi}\chi) \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}), \quad (4.17)$$

$$\mathbf{T}_2 = \tilde{\lambda}_{ex}^2 (\tilde{\xi} - \chi) \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{T}_3 = -\tilde{\lambda}_{ex}^2 \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m}), \quad (4.19)$$

$$\mathbf{T}_4 = \tilde{\lambda}_{ex}^2 \tilde{\xi} \chi \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m}) \times \mathbf{m}. \quad (4.20)$$

El operador diferencial \mathcal{D} presente en los torques, involucra derivadas temporales que renormalizan la razón giromagnética y el damping de Gilbert (ver ecuación de LLG 1.31) [70]. En metales de transición esta renormalización puede ser despreciada de tal manera que $\mathcal{D}\mathbf{m} = M_s(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m}$. Así, los torques ahora son:

$$\mathbf{T}_0 = -M_s [\alpha_0 (\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m} + \beta (\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m} \times \mathbf{m}], \quad (4.21)$$

donde $\alpha_0 = (1 + \xi\chi)/(1 + \xi^2)$ y $\beta = (\xi - \chi)/(1 + \xi^2)$ y hemos llamado β a al factor que precede el segundo término de la Ec. (4.21) en analogía con [73], el cual representa uno de los términos no-adiabáticos. Los torques que provienen de la difusión son:

$$\mathbf{T}_1 = M_s \alpha_1 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m} \times \mathbf{m}], \quad (4.22)$$

$$\mathbf{T}_2 = M_s \alpha_2 \mathbf{m} \times \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m} \times \mathbf{m}], \quad (4.23)$$

$$\mathbf{T}_3 = -M_s \alpha_3 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m}], \quad (4.24)$$

$$\mathbf{T}_4 = M_s \alpha_4 \mathbf{m} \times \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{m}], \quad (4.25)$$

donde $\alpha_1 = \tilde{\lambda}_{ex}^2(1 + \tilde{\xi}\chi)$, $\alpha_2 = \tilde{\lambda}_{ex}^2(\chi - \tilde{\xi})$, $\alpha_3 = \tilde{\lambda}_{ex}^2\tilde{\xi}$, y $\alpha_4 = \tilde{\lambda}_{ex}^2\chi\tilde{\xi}$. Hasta ahora los torques difusivos de las Ecs. (4.22)-(4.25) son completamente generales y en principio aportan a la dinámica de cualquier textura, o en general, de cualquier \mathbf{m} que no sea colineal con \mathbf{s} . A pesar de que los torques son similares en su forma funcional, ellos difieren en los parámetros. Por ejemplo \mathbf{T}_1 es un torque puramente difusivo que sobrevive incluso en el caso que los parámetros no-adiabáticos sean $\chi = \xi = 0$. Por otro lado \mathbf{T}_4 es un torque que depende puramente de los parámetros no-adiabáticos, el cual puede ser despreciado cuando el desfase de espín es pequeño ($\tau_\phi \rightarrow \infty$).

Con el fin de estudiar los efectos de estos torques sobre la dinámica de texturas magnéticas, exploramos su impacto en la ecuación de Thiele.

4.3. Efectos sobre la dinámica: Ecuación de Thiele para el movimiento estacionario de texturas bidimensionales

Como ya se discutió en la Sec. 1.3.1, la ecuación de Thiele es una muy buena aproximación para estudiar la dinámica de texturas magnéticas bajo la acción de campos magnéticos o corrientes eléctricas. El límite de movimiento estacionario se puede alcanzar para campos y corrientes tan bajas como para considerar que la textura en estudio se deforma sólo levemente, lo suficientemente poco como para considerarla rígida, ni que adquiere otro grado de libertad más allá del traslacional. En nuestro caso, consideraremos paredes de dominio, skyrmions y vórtices que pueden ser descritos por su posición $\mathbf{r}(t)$ sin sufrir ningún tipo de deformación y además sólo considerando el grado de libertad traslacional.

Para estudiar la dinámica de la magnetización uno debe introducir los torques de las ecuaciones Ecs. (4.22)-(4.25) en la ecuación LLG:

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma_e \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{M} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} + \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_D. \quad (4.26)$$

El campo magnético efectivo contiene toda la información respecto de las propiedades del material y su geometría, tales como energía de intercambio, interacción dipolar, anisotropías, etc. La Ec. (4.26) sin el término \mathbf{T}_D es equivalente al resultado presentado por Thiaville *et al.* [73] y Zhang y Li [85] en sus respectivos trabajos. Usando el *ansatz* apropiado para el límite de movimiento estacionario $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_d t)$, donde \mathbf{v}_d representa la velocidad de desplazamiento de la textura, e insertando las Ecs. (4.22)-(4.25) en 1.35, la ecuación LLG puede entonces

ser escrita como:

$$\begin{aligned} \gamma \mathbf{H}_{\text{eff},\perp} = & \mathbf{m} \times ((\alpha_0 \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_d) \cdot \nabla) \mathbf{m} + ((\beta \mathbf{v}_s - \alpha \mathbf{v}_d) \cdot \nabla) \mathbf{m} + \\ & \alpha_1 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{m} \times \mathbf{m}] \times \mathbf{m} + \alpha_2 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{m} \times \mathbf{m}] - \alpha_3 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{m}] \times \mathbf{m} \\ & \alpha_4 \nabla^2 [(\mathbf{v}_s \cdot \nabla) \mathbf{m}]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Al proyectar la Ec. (4.27) en el generador del modo traslacional [22], es decir, multiplicar la Ec. (4.27) por $\partial_\beta m_\alpha$ e integrar en el espacio, obtenemos cuatro torques difusivos que son lineales en la velocidad del electrón de la forma $\tau_{i,\alpha}(\partial_\beta m_\alpha) = v_{sl} T_{l\beta}^i$ (con $i = 1, 2, 3, 4$) que son añadidos al torque por transferencia de espín usual y al término β . Después de integrar en el espacio bidimensional la ecuación LLG se convierte en:

$$\mathbf{G}(\alpha_0 \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_d) + \mathbf{D}(\beta \mathbf{v}_s - \alpha \mathbf{v}_d) + \mathcal{T} \mathbf{v}_s = \mathbf{F}, \quad (4.28)$$

con los tensores $G_{l\beta} = \int d^2 r \mathbf{m} \cdot (\partial_l \mathbf{m} \times \partial_\beta \mathbf{m})$, $D_{l\beta} = \int d^2 r (\partial_l \mathbf{m} \cdot \partial_\beta \mathbf{m})$, y $\mathcal{T} = \alpha_1 \mathcal{T}^1 + \alpha_2 \mathcal{T}^2 + \alpha_3 \mathcal{T}^3 + \alpha_4 \mathcal{T}^4$ (el superíndice denota enumeración y no potencia), donde

$$\mathcal{T}_{l\beta}^1 = - \int d^2 r \nabla^2 (\partial_l \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \cdot (\partial_\beta \mathbf{m} \times \mathbf{m}), \quad (4.29)$$

$$\mathcal{T}_{l\beta}^2 = \int d^2 r \nabla^2 (\partial_l \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \cdot \partial_\beta \mathbf{m}, \quad (4.30)$$

$$\mathcal{T}_{l\beta}^3 = \int d^2 r (\nabla^2 (\partial_l \mathbf{m}) \times \partial_\beta \mathbf{m}) \cdot \mathbf{m}, \quad (4.31)$$

$$\mathcal{T}_{l\beta}^4 = \int d^2 r \nabla^2 (\partial_l \mathbf{m}) \cdot \partial_\beta \mathbf{m}, \quad (4.32)$$

y el vector $\mathbf{F} = -\gamma \int d^2 r \nabla (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff},\perp})$ es una fuerza de anclaje debido a (posibles) impurezas o efectos de borde. En un sistema invariante traslacional (consideramos un plano infinito y sin impurezas) \mathbf{F} desaparece y todas las contribuciones que actúan como fuerzas son los términos proporcionales a \mathbf{v}_s . El tensor \mathbf{G} es conocido como el tensor girotrópico. Este es diferente de cero y antisimétrico para el caso de texturas bidimensionales con dependencia en x e y , tales como paredes de dominio tipo vórtice, *cores* de vórtices y skyrmions; y es idénticamente cero en paredes que tienen una dependencia trivial en una de las direcciones espaciales, tales como las paredes de dominio transversal. La ecuación de Thiele se puede resolver explícitamente para $\mathbf{F} = 0$ en la forma $\mathbf{v}_d = \mathbf{V} \mathbf{v}_s$ donde el tensor \mathbf{V} es:

$$\mathbf{V} = (\mathbf{G} + \alpha \mathbf{D})^{-1} (\alpha_0 \mathbf{G} + \beta \mathbf{D} + \mathcal{T}). \quad (4.33)$$

En la siguiente sección evaluaremos cómo la difusión de espín modifica el torque por transferencia de espín para distintas texturas magnéticas, tratando de mantener el análisis tan general como sea posible.

4.3.1. Pared de dominio transversal

Las paredes de dominio transversales son texturas donde la magnetización en la interfase entre dos regiones asintóticas (dos dominios magnéticos) permanece en un plano definido, caracterizado por un ángulo azimutal constante. En principio, en el límite estacionario la velocidad v de la pared de dominio para cualquier tipo de pared es $v_{d,\parallel} = (\beta/\alpha)v_s$ [73], y entonces los esfuerzos han estado centrados en medir esta razón. En general, el término β contribuye a la no-adiabaticidad y depende de la textura magnética. Claudio-González *et al.* [13] estudiaron el origen del incremento de la no-adiabaticidad considerando efectos de la difusión de espín. Más recientemente, Akosa *et al.* [2] estudiaron la difusión de espín en el movimiento de paredes de dominio bajo pulsos de corriente eléctrica y ellos encontraron solo dos nuevos torques que deben ser añadidos a la ecuación LLG. Esto nos ayuda a entender el rol de la difusión de espín en la dinámica de texturas magnéticas. Si tomamos una pared de dominio transversal genérica variando sólo a lo largo del eje x , la solución más simple de la Ec. (4.28) se encuentra al darse cuenta que los tensores de los torques difusivos tienen sólo componentes en xx . Entonces, aplicando una corriente en el eje x , la solución para la velocidad de la pared es simplemente

$$\mathbf{v}_d = \left(\frac{\beta}{\alpha} + \kappa \right) v_s \hat{\mathbf{x}}, \quad (4.34)$$

donde $\kappa \equiv \mathcal{T}_{xx}/(\alpha D_{xx})$ cumple el rol de una corrección a la velocidad estacionaria que usualmente se encuentra en el límite sin deformación ni rotación de la textura, es decir, antes del límite de Walker donde $\Phi(t)$ adquiere dependencia temporal [77].

Con el fin de calcular explícitamente el parámetro κ , debemos dar una forma funcional para \mathbf{m} . La pared de dominio transversal más simple es una pared tipo Néel. Si escogemos la variación de la magnetización a lo largo de un único eje, entonces podemos elegir el plano de la magnetización como $\Phi(\mathbf{x}) = 0$ y entonces la pared tipo Néel a lo largo del eje x puede ser expresada como la función de prueba de Walker [1] mediante la Ec. (1.24). Reemplazando en la Ec. (4.34), podemos mostrar que los únicos torques que contribuyen a la corrección son \mathcal{T}_{xx}^1 y \mathcal{T}_{xx}^4 . En otras palabras, la corrección es de origen puramente difusivo a primer orden (los términos proporcionales a la no-adiabaticidad son cuadráticos en $\xi\chi$). Para paredes de dominio transversales, encontramos explícitamente (despreciando términos de segundo orden):

$$\kappa = \frac{1}{3\alpha} \left(\frac{\lambda_{ex}}{\Delta} \right)^2. \quad (4.35)$$

Podemos ver que para paredes tipo Néel la corrección es inversamente proporcional al cuadrado del ancho de la pared de dominio y más importante para materiales cuyas paredes son más pequeñas que la longitud de precesión de espín. A partir del término κ , es evidente que esta corrección aumenta la no-adiabaticidad del sistema, puesto

que cuando la longitud característica de la textura es pequeña comparada a λ_{ex} , los espines de los electrones de conducción no pueden seguir adiabáticamente a la magnetización local, resultando en un aumento en la no-adiabaticidad. Nuestro resultado está en completo acuerdo con [2, 13]. Este aumento en la no-adiabaticidad puede, de hecho, ser muy significativo para paredes de dominio pequeñas y longitudes de precesión de espín largas (por ejemplo, para ferromagnetos débiles). El mismo cálculo puede hacerse para paredes de dominio tipo Bloch fijando $\Theta(x) = 2 \arctan \left[\exp \left(\frac{x}{\Lambda} \right) \right]$ y $\Phi(x) = \pi/2$, encontrando exactamente el mismo resultado. Estos resultados completan trabajos previos donde se predijo que la no-adiabaticidad (término β) depende de la acumulación de espín ($\delta\mathbf{s}$) y tendría influencia sobre la velocidad de las paredes de dominio. Se pueden realizar simulaciones numéricas para testear estos resultados en paredes más complejas.

4.3.2. Skyrmion

Para simplificar nuestro análisis, definimos las densidades de torque $\boldsymbol{\tau}_i$ como $\boldsymbol{\mathcal{T}}^i = \int \boldsymbol{\tau}^i d^2x$, donde los $\boldsymbol{\mathcal{T}}^i$ son aquellos que aparecen en las Ecs. (4.29) - (4.32). Vamos a considerar el caso particular de un skyrmion de Belavin-Polyakov (skyrmion BP, ver Ec. (1.26)) [8] en el cual $\Theta_{BP}(r) = 2 \arctan [(r/r_0)^q]$, y $\Phi(\mathbf{x}) = p\phi + \gamma$ donde r_0 es el tamaño del *core* del skyrmion y q y p son enteros. La carga topológica skyrmiónica es $Q = pq$. Podemos calcular explícitamente las funciones para las densidades de torque en la ecuación de Thiele. El caso más simple $q = p = 1$ nos da la misma función $f(r)$ para todas las densidades de torque

$$f(r) = \frac{1}{r_0^4} \frac{32}{\left(1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)^4}, \quad (4.36)$$

entonces $\boldsymbol{\tau}^1 = -\boldsymbol{\tau}^4 = f(r)\mathbb{I}$, y $\boldsymbol{\tau}^2 = \boldsymbol{\tau}^3 = f(r)R_{\pi/2}$, donde \mathbb{I} es la matriz identidad de 2×2 y $R_{\pi/2}$ es la matriz antisimétrica de 2×2 , siendo $R_\phi = ((\cos \phi, -\sin \phi), (\sin \phi, \cos \phi))$ la matriz de rotación bidimensional. Integrando en el dominio bidimensional $\int f(r)rdrd\phi = 32\pi/(3r_0^2)$ encontramos fácilmente la expresión para los torques en el caso de un skyrmion de BP:

$$\boldsymbol{\mathcal{T}} = \frac{32\pi}{3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{ex}}{r_0}\right)^2 \begin{pmatrix} 1 & -\beta' \\ \beta' & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.37)$$

donde hemos definido $\beta' = (2\tilde{\chi} - \xi)$. De este resultado podemos ver que la difusión de espín tiene doble efecto en la dinámica de skyrmions: primero un aumento (término diagonal proporcional a la longitud de precesión de espín) del efecto disipativo del tensor \mathbf{D}

$$\mathbf{D} = 4\pi \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.38)$$

más una reducción (término antidiagonal) del efecto girotrópico proveniente del tensor \mathbf{G} :

$$\mathbf{G} = 4\pi \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.39)$$

Con estos resultados podemos calcular explícitamente la matriz $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_{\lambda_{ex}}$ de la Ec. (4.33) con

$$\mathbf{V}_0 = \frac{1}{1 + \alpha^2} \begin{pmatrix} \alpha_0 + \alpha\beta & \alpha_0\alpha - \beta \\ \beta - \alpha_0\alpha & \alpha_0 + \alpha\beta \end{pmatrix}, \quad (4.40)$$

$$\mathbf{V}_{\lambda_{ex}} = \frac{8}{3(1 + \alpha^2)} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{ex}}{r_0} \right)^2 \begin{pmatrix} \alpha - \beta' & -(1 + \alpha\beta') \\ 1 + \alpha\beta' & \alpha - \beta' \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

En ausencia de difusión de espín ($\mathcal{T} = 0$) podemos ver a partir de la Ec. (4.40) que para $\alpha_0 = 1$ (es decir, cuando el término $\xi\chi$ se desprecia) y $\alpha = \beta$, implica que $\mathbf{v}_d = \mathbf{v}_s$ de la misma manera que en paredes de dominio transversales. Esto significa que en este caso la textura se mueve en la misma dirección y con la misma magnitud que la rapidez efectiva del electrón. Cuando consideramos la difusión de espín podemos observar que el rol de la diferencia $\alpha - \beta'$ es diferente en la matriz de difusión de espín (Ec. (4.41)) comparada con la matriz sin difusión (Ec. (4.40)). Por ejemplo, incluso en el llamado límite galileano $\alpha = \beta'$ tenemos una contribución al efecto Magnus (contribución a la velocidad perpendicular del skyrmion). Esto se puede ilustrar fácilmente escogiendo un pulso de corriente eléctrica en la dirección x y escribiendo la velocidad de la textura usando las Ecs. (4.40) y (4.41), encontrando

$$\frac{v_{\parallel}}{|v_s|} = \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[\alpha_0 + \alpha\beta + \frac{8}{3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{ex}}{r_0} \right)^2 (\alpha - \beta') \right], \quad (4.42)$$

$$\frac{v_{\perp}}{|v_s|} = \frac{1}{1 + \alpha^2} \left[\beta - \alpha_0\alpha + \frac{8}{3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{ex}}{r_0} \right)^2 (1 + \alpha\beta') \right]. \quad (4.43)$$

Es interesante notar que mientras la corrección en la velocidad paralela es proporcional a la diferencia $(\alpha - \beta')$ (y entonces no es necesariamente positiva), la corrección en el término perpendicular es proporcional al término $(1 + \alpha\beta')$, el cual es siempre positivo y, por lo tanto, siempre contribuye al incremento del efecto Magnus, al menos en el caso genérico donde $\beta' > 0$ ($2\tilde{\xi} > \chi$).

Con el fin de tener una idea más precisa del comportamiento de las velocidades transversales y longitudinales, usamos parámetros aproximados para skyrmions encontrados en Iwasaki *et al.* [33] para skyrmions en MnSi y representados en la dependencia de las velocidades con λ_{ex} en la Fig. 4.1 para dos diferentes valores de χ . De la figura se desprende que hemos encontrado un significativo aumento de la

velocidad perpendicular a medida que incrementa la longitud de precesión de espín λ_{ex} (o equivalentemente, a medida que se reduce el tamaño del skyrmion) y entonces, una mayor deflexión del centro del skyrmion. En otras palabras, el ángulo de Hall definido como $\Theta_H = v_{\perp}/v_{\parallel}$ [33, 62] es más grande para valores más altos de β' y λ_{ex} . Notar que la Fig. 4.1c muestra el caso para $(\alpha = \beta)$, donde la velocidad perpendicular es nula para $\lambda_{ex} = 0$, lo cual está en perfecto acuerdo con los resultados obtenidos en trabajos previos. En este caso, la velocidad perpendicular casi no depende del parámetro ξ debido a que para estos valores particulares de α y β se cumple que $\alpha\beta \ll 1$ y entonces no aportan significativamente a la velocidad transversal (ver Ec. (4.43)).

Finalmente, esperamos efectos similares para vórtices magnéticos. La principal dificultad para este tipo de textura es la ausencia de soluciones analíticas sin singularidades en las derivadas, como la solución de Usov [78] u otras soluciones por parte [39].

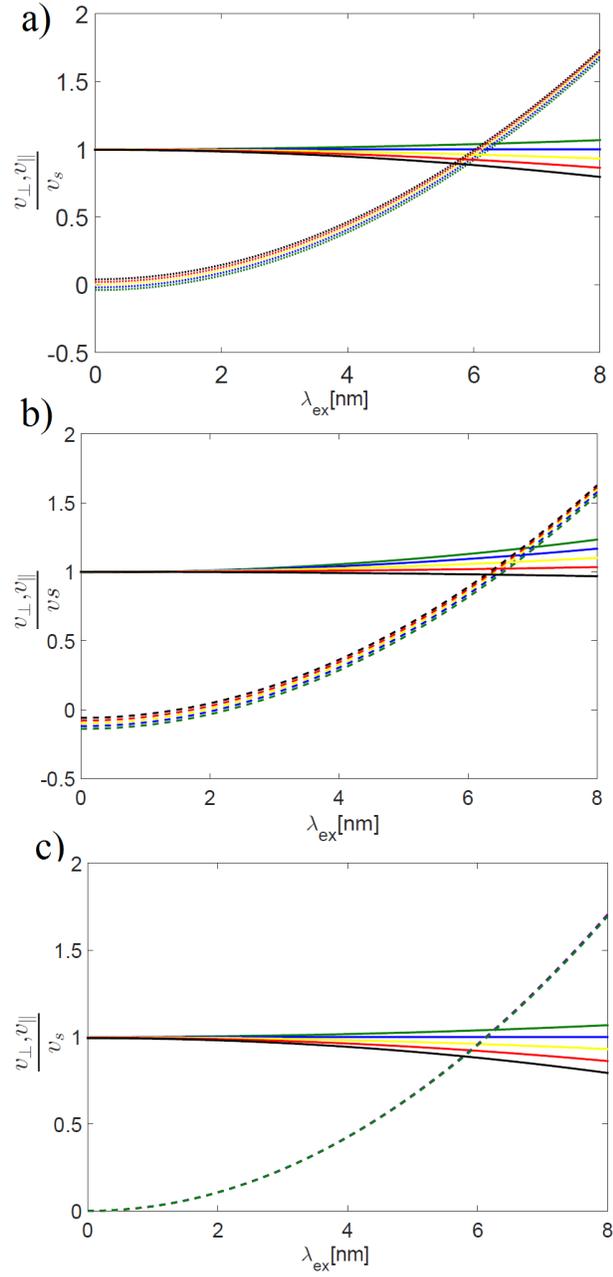


Figura 4.1: Dependencia de la velocidad longitudinal (líneas sólidas) y transversal (línea punteada) de un skyrmion BP, como función de la longitud de precesión de espín λ_{ex} para (a) $\chi = 0$, (b) $\chi = 0.1$, y (c) $\chi = 0$ y $\alpha = \beta$. Con los parámetros $\alpha = 0.04$, $r_0 = 10$ nm y diferentes valores de $\xi = 0, 0.5\alpha, \alpha, 1.5\alpha, 2\alpha$ (líneas verde, azul, amarilla, roja y negra respectivamente). La velocidad está dada en unidades de la velocidad efectiva del electrón v_s

4.4. Conclusiones y perspectivas

En conclusión, a través del modelo $s - d$ fuimos capaces de describir la dinámica de la magnetización inducida por pulsos de corriente eléctrica.

En particular, debido a las escalas temporales de los espines s y la magnetización, es posible establece un límite semiclásico para estudiar la dinámica de ambos separadamente. Esto nos permite describir la dinámica de la magnetización a través de la conocida ecuación LLG mediante la inclusión de los torques provenientes de la teoría.

Nuestro análisis es análogo a lo realizado por Zhang y Li [85], pero sin despreciar completamente los términos relativos a la difusión de espín. Al considerarlos, nuestro trabajo predice la aparición de nuevos torques que deberían ser tomados en cuenta al momento de estudiar la dinámica de texturas magnéticas localizadas en el espacio.

Hemos testeado nuestros resultados en paredes de dominio y skyrmions magnéticos. Para las primeras, encontramos que la difusión de espín contribuye a los torques que provienen de la parte fuera del equilibrio con la magnetización (término β [73]), lo que implica un incremento en la velocidad de propagación.

Para el caso de skyrmions magnéticos la difusión de espín aporta tanto a la velocidad paralela como a la velocidad transversal a la dirección de la corriente eléctrica. Un punto importante referido a esto es que, considerando la difusión de espín, la velocidad transversal es siempre distinta de cero, lo cual implica que el efecto Magnus (o efecto Hall) de skyrmion estará siempre presente, a diferencia del límite $\alpha = \beta$ sin difusión, donde el efecto Magnus es suprimido.

Nuestros resultados podrían ser testeados experimentalmente midiendo las velocidades de paredes de dominio y skyrmions. De hecho, como los valores experimentales de la constante de difusión pueden ser encontrados en la literatura [5], nuestros resultados podrían ayudar a determinar los valores exactos de los parámetros no-adiabáticos β o la constante de desfase de espín χ .

Conclusión general

En esta tesis investigamos tanto las propiedades estáticas como dinámicas de distintas texturas magnéticas alojadas en sistemas nanométricos.

A través de un modelo continuo para el ferromagnetismo y la propuesta de diversos ansatzs que describen la forma funcional de distintas texturas magnéticas, fuimos capaces de establecer regiones de estabilidad para ellas. En particular, nos centramos en la búsqueda de regiones de estabilidad para ambos tipos de skyrmions reportados (Bloch y Néel), encontrando que ambos necesariamente necesitan de una anisotropía distinta de cero para ser estabilizados. Sin embargo, la estabilización de un NS se llevó a cabo sin campo magnético externo, mientras que la estabilización de un BS se llevó a cabo en ausencia de energía DM, entregando ventajas o desventajas según sea el sistema de estudio.

La principal ventaja de nuestro modelo es su analiticidad, lo que nos permite visualizar explícitamente cuál es el rol que cumple cada una de las energías involucradas en el sistema, entregando una guía a trabajos experimentales que se propongan nuclear y estabilizar skyrmions en nanodiscos magnéticos.

El radio del skyrmion fue un parámetro crucial en nuestro análisis, el cual es predicho de forma acertada por nuestro modelo. Para ambos tipos de skyrmions es posible observar una dependencia del radio R_s con la energía de anisotropía, de tal manera que en ambos casos los skyrmions colapsan al estado ferromagnético homogéneo para altos valores de K_u . Además, como R_s es el valor que minimiza la energía para ambos casos, entonces éste es siempre sensible a las distintas contribuciones energéticas.

El modelo continuo del ferromagnetismo nos permitió también considerar una teoría semiclásica para explicar la dinámica de texturas debido a la aplicación de una corriente eléctrica. La teoría desarrollada es bastante general porque, a diferencia de nuestro estudio de estabilidad, no depende de las energías del sistema, provisto de que consideramos los torques que provienen de una ecuación de transporte para el espín del electrón de conducción, sin tomar en cuenta el origen de la textura con la cual interactúa. Esto permite considerar cualquier textura de interés que se encuen-

tre bajo los efectos de una corriente eléctrica y, aún más importante, que sea del orden de la longitud de precesión de espín, donde en principio los efectos difusivos serían observables.

Nuestro trabajo en general complementa estudios previos de estabilidad y dinámica, entregando puntos de referencia para la observación de las texturas estudiadas y el estudio de su dinámica desde el punto de vista experimental.

Es importante señalar que todo nuestro análisis se llevó a cabo a temperaturas muy bajas, sin embargo, experimentalmente es posible alcanzar las condiciones que hemos considerado en este trabajo. Esperamos que al considerar temperatura en el sistema nuestros resultados de estabilidad se vean fuertemente afectados, así como también los torques derivados de la difusión de espín. Esto se debe principalmente a que en situaciones experimentales típicas, la magnetización de saturación M_s , y en general todos los parámetros magnéticos, dependen de fuertemente de la temperatura, de tal manera que el orden magnético es más inestable.

Una forma de considerar efectos térmicos en la teoría micromagnética es a través de la inclusión de un campo fluctuante al campo efectivo en la ecuación LLG. Esto permite que la magnetización posea un *ruido térmico*, y por tanto, haciendo más factible las modificaciones espaciales de la magnetización debido a la temperatura, provocando así una disminución de los rangos de estabilidad y de los efectos dinámicos.

Referencias Bibliográficas

- [1] A. Aharoni, *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*, vol. 109. Clarendon Press, 2000.
- [2] C. A. Akosa, W.-S. Kim, A. Bisig, M. Kläui, K.-J. Lee, and A. Manchon, “Role of spin diffusion in current-induced domain wall motion for disordered ferromagnets,” *Physical Review B*, vol. 91, no. 9, p. 094411, 2015.
- [3] A. Auerbach, *Interacting electrons and quantum magnetism*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. N. Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazelas, “Giant magnetoresistance of (001) fe/(001) cr magnetic superlattices,” *Physical review letters*, vol. 61, no. 21, p. 2472, 1988.
- [5] J. Bass and W. P. Pratt Jr, “Spin-diffusion lengths in metals and alloys, and spin-flipping at metal-metal interfaces: an experimentalist’s critical review,” *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 19, no. 18, p. 183201, 2007.
- [6] G. S. Beach, C. Nistor, C. Knutson, M. Tsoi, and J. L. Erskine, “Dynamics of field-driven domain-wall propagation in ferromagnetic nanowires,” *Nature materials*, vol. 4, no. 10, p. 741, 2005.
- [7] M. Beg, R. Carey, W. Wang, D. Cortés-Ortuño, M. Vousden, M.-A. Bisotti, M. Albert, D. Chernyshenko, O. Hovorka, R. L. Stamps, *et al.*, “Ground state search, hysteretic behaviour, and reversal mechanism of skyrmionic textures in confined helimagnetic nanostructures,” *Scientific reports*, vol. 5, p. 17137, 2015.
- [8] A. Belavin and A. Polyakov, “Metastable states of two-dimensional isotropic ferromagnets,” *JETP lett*, vol. 22, no. 10, pp. 245–248, 1975.
- [9] E. Berganza, M. Jaafar, M. Goirienea-Goikoetxea, J. Pablo-Navarro, A. Garcia-Arribas, K. Gusliyenkov, C. Magen, J. M. de Teresa, O. Chubykalo-Fesenko, and A. Asenjo, “Observation of hedgehog skyrmions in sub-100 nm soft magnetic nanodots,” *arXiv preprint arXiv:1803.08768*, 2018.

- [10] S. Blundell, *Magnetism in condensed matter*, Oxford Master Series in Physics, 2003.
- [11] M. Castro and S. Allende, “Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 417, pp. 344–348, 2016.
- [12] J.-Y. Chauleau, W. Legrand, N. Reyren, D. Maccariello, S. Collin, H. Popescu, K. Bouzehouane, V. Cros, N. Jaouen, and A. Fert, “Chirality in magnetic multilayers probed by the symmetry and the amplitude of dichroism in x-ray resonant magnetic scattering,” *Physical Review Letters*, vol. 120, no. 3, p. 037202, 2018.
- [13] D. Claudio-Gonzalez, A. Thiaville, and J. Miltat, “Domain wall dynamics under nonlocal spin-transfer torque,” *Physical review letters*, vol. 108, no. 22, p. 227208, 2012.
- [14] J. Dean, M. Bryan, J. Cooper, A. Virbule, J. Cunningham, and T. Hayward, “A sound idea: Manipulating domain walls in magnetic nanowires using surface acoustic waves,” *Applied Physics Letters*, vol. 107, no. 14, p. 142405, 2015.
- [15] M. DeJong and K. Livesey, “Analytic theory for the switch from bloch to néel domain wall in nanowires with perpendicular anisotropy,” *Physical Review B*, vol. 92, no. 21, p. 214420, 2015.
- [16] M. J. Donahue, “Oommf user’s guide, version 1.0,” tech. rep., 1999.
- [17] I. Dzyaloshinsky, “A thermodynamic theory of *weak* ferromagnetism of antiferromagnetics,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 4, no. 4, pp. 241–255, 1958.
- [18] R. G. Elías, N. Vidal-Silva, and A. Manchon, “Steady motion of skyrmions and domains walls under diffusive spin torques,” *Physical Review B*, vol. 95, no. 10, p. 104406, 2017.
- [19] R. Elías, *Solitons magnétiques et transitions topologiques*. PhD thesis, Aix-Marseille, 2013.
- [20] A. Espejo, N. Vidal-Silva, J. López-López, D. Goerlitz, K. Nielsch, and J. Escrig, “Current-driven vortex domain wall motion in wire-tube nanostructures,” *Applied Physics Letters*, vol. 106, no. 13, p. 132405, 2015.
- [21] A. Espejo, F. Tejo, N. Vidal-Silva, and J. Escrig, “Nanometric alternating magnetic field generator,” *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, p. 4736, 2017.

- [22] K. Everschor, M. Garst, R. Duine, and A. Rosch, “Current-induced rotational torques in the skyrmion lattice phase of chiral magnets,” *Physical Review B*, vol. 84, no. 6, p. 064401, 2011.
- [23] M. Fähnle, R. Singer, D. Steiauf, and V. Antropov, “Role of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets in the s-d model,” *Physical Review B*, vol. 73, no. 17, p. 172408, 2006.
- [24] Y. Fang, *Magnetic Thin Films with Graded and Tilted Anisotropy for Spintronic Devices*. 2013.
- [25] A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, “Skyrmions on the track,” *Nature nanotechnology*, vol. 8, no. 3, p. 152, 2013.
- [26] A. Fert, “Magnetic and transport properties of metallic multilayers,” in *Materials Science Forum*, vol. 59, pp. 439–480, Trans Tech Publ, 1990.
- [27] T. Gilbert, “A lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization field,” *Phys. Rev.*, vol. 100, p. 1243, 1955.
- [28] H. Goldstein, *Classical mechanics*. Pearson Education India, 2011.
- [29] A. P. Guimarães and A. P. Guimaraes, *Principles of nanomagnetism*, vol. 7. Springer, 2009.
- [30] K. Y. Guslienko, “Skyrmion state stability in magnetic nanodots with perpendicular anisotropy,” *IEEE Magnetism Letters*, vol. 6, pp. 1–4, 2015.
- [31] J. H. Han, *Skyrmions in Condensed Matter*, vol. 278. Springer, 2017.
- [32] D. Hinzke and U. Nowak, “Domain wall motion by the magnonic spin seebeck effect,” *Physical review letters*, vol. 107, no. 2, p. 027205, 2011.
- [33] J. Iwasaki, M. Mochizuki, and N. Nagaosa, “Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets,” *Nature communications*, vol. 4, p. 1463, 2013.
- [34] J. D. Jackson, *Electrodynamics*. Wiley Online Library, 1975.
- [35] M. Krupinski, D. Mitin, A. Zarzycki, A. Szkudlarek, M. Giersig, M. Albrecht, and M. Marszałek, “Magnetic transition from dot to antidot regime in large area co/pd nanopatterned arrays with perpendicular magnetization,” *Nanotechnology*, vol. 28, no. 8, p. 085302, 2017.
- [36] S. Ladak, S. Walton, K. Zeissler, T. Tyliczszak, D. Read, W. Branford, and L. Cohen, “Disorder-independent control of magnetic monopole defect population in artificial spin-ice honeycombs,” *New Journal of Physics*, vol. 14, no. 4, p. 045010, 2012.

- [37] L. D. Landau, J. Bell, M. Kearsley, L. Pitaevskii, E. Lifshitz, and J. Sykes, *Electrodynamics of continuous media*, vol. 8. elsevier, 2013.
- [38] P. Landeros, S. Allende, J. Escrig, E. Salcedo, D. Altbir, and E. Vogel, “Reversal modes in magnetic nanotubes,” *Applied Physics Letters*, vol. 90, no. 10, p. 102501, 2007.
- [39] P. Landeros, J. Escrig, D. Altbir, D. Laroze, J. d. A. e Castro, and P. Vargas, “Scaling relations for magnetic nanoparticles,” *Physical Review B*, vol. 71, no. 9, p. 094435, 2005.
- [40] R. Lavín, C. Gallardo, J. Palma, J. Escrig, and J. Denardin, “Angular dependence of the coercivity and remanence of ordered arrays of co nanowires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 324, no. 15, pp. 2360–2362, 2012.
- [41] Y. Lin, P. Grundy, and E. Giess, “Bubble domains in magnetostatically coupled garnet films,” *Applied Physics Letters*, vol. 23, no. 8, pp. 485–487, 1973.
- [42] J. López-López, D. Cortés-Ortuño, and P. Landeros, “Role of anisotropy on the domain wall properties of ferromagnetic nanotubes,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 324, no. 13, pp. 2024–2029, 2012.
- [43] S. Maekawa and T. Kimura, *Spin Current*, vol. 22. Oxford University Press, 2017.
- [44] G. D. Mahan, *Many-particle physics*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [45] M. P. Marder, *Condensed matter physics*. John Wiley & Sons, 2010.
- [46] B. Miao, L. Sun, Y. Wu, X. Tao, X. Xiong, Y. Wen, R. Cao, P. Wang, D. Wu, Q. Zhan, *et al.*, “Experimental realization of two-dimensional artificial skyrmion crystals at room temperature,” *Physical Review B*, vol. 90, no. 17, p. 174411, 2014.
- [47] S. Michea, S. Oyarzún, S. Vidal, and J. C. Denardin, “Enhanced hall effect in co/pd multilayered nanodomes with perpendicular anisotropy,” *AIP Advances*, vol. 7, no. 5, p. 056310, 2017.
- [48] H. Mikeska, “Solitons in a one-dimensional magnet with an easy plane,” *Journal of Physics C: Solid State Physics*, vol. 11, no. 1, p. L29, 1978.
- [49] T. Moriya, “Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism,” *Physical Review*, vol. 120, no. 1, p. 91, 1960.
- [50] N. Nagaosa and Y. Tokura, “Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions,” *Nature nanotechnology*, vol. 8, no. 12, p. 899, 2013.

- [51] K. Nakano, D. Chiba, N. Ohshima, S. Kasai, T. Sato, Y. Nakatani, K. Sekiguchi, K. Kobayashi, and T. Ono, “All-electrical operation of magnetic vortex core memory cell,” *Applied Physics Letters*, vol. 99, no. 26, p. 262505, 2011.
- [52] A. K. Nayak, V. Kumar, T. Ma, P. Werner, E. Pippel, R. Sahoo, F. Damay, U. K. Röbler, C. Felser, and S. S. Parkin, “Magnetic antiskyrmions above room temperature in tetragonal heusler materials,” *Nature*, vol. 548, no. 7669, p. 561, 2017.
- [53] T. Ono, H. Miyajima, K. Shigeto, and T. Shinjo, “Dot-arrays of co/pt multilayers with perpendicular magnetic anisotropy,” *Journal of magnetism and magnetic materials*, vol. 198, pp. 225–227, 1999.
- [54] S. S. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, “Magnetic domain-wall racetrack memory,” *Science*, vol. 320, no. 5873, pp. 190–194, 2008.
- [55] C. Petitjean, D. Luc, and X. Waintal, “Unified drift-diffusion theory for transverse spin currents in spin valves, domain walls, and other textured magnets,” *Physical review letters*, vol. 109, no. 11, p. 117204, 2012.
- [56] A. Riveros, N. Vidal-Silva, P. Landeros, D. Altbir, E. Vogel, and J. Escrig, “Magnetic vortex core in cylindrical nanostructures: Looking for its stability in terms of geometric and magnetic parameters,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 401, pp. 848–852, 2016.
- [57] A. Riveros, N. Vidal-Silva, F. Tejo, and J. Escrig, “Analytical and numerical ku-b phase diagrams for cobalt nanostructures: Stability region for a bloch skyrmion,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 460, pp. 292 – 296, 2018.
- [58] S. Rohart and A. Thiaville, “Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of dzyaloshinskii-moriya interaction,” *Physical Review B*, vol. 88, no. 18, p. 184422, 2013.
- [59] N. Romming, A. Kubetzka, C. Hanneken, K. von Bergmann, and R. Wiesendanger, “Field-dependent size and shape of single magnetic skyrmions,” *Physical review letters*, vol. 114, no. 17, p. 177203, 2015.
- [60] J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville, and A. Fert, “Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures,” *Nature nanotechnology*, vol. 8, no. 11, p. 839, 2013.
- [61] J. J. Sakurai and E. D. Commins, “Modern quantum mechanics, revised edition,” 1995.

- [62] T. Schulz, R. Ritz, A. Bauer, M. Halder, M. Wagner, C. Franz, C. Pfleiderer, K. Everschor, M. Garst, and A. Rosch, “Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet,” *Nature Physics*, vol. 8, no. 4, p. 301, 2012.
- [63] J. Simpson, E. S. Weiner, *et al.*, “Oxford english dictionary online,” *Oxford: Clarendon Press. Retrieved March*, vol. 6, p. 2008, 1989.
- [64] R. Skomski, *Simple models of magnetism*. Oxford University Press on Demand, 2008.
- [65] J. C. Slonczewski, “Current-driven excitation of magnetic multilayers,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 159, no. 1-2, pp. L1–L7, 1996.
- [66] J. Stöhr and H. C. Siegmann, *Magnetism: from fundamentals to nanoscale dynamics*, vol. 152. Springer Science & Business Media, 2007.
- [67] M. Stone, “Magnus force on skyrmions in ferromagnets and quantum hall systems,” *Physical Review B*, vol. 53, no. 24, p. 16573, 1996.
- [68] Q.-f. Sun and X. Xie, “Definition of the spin current: The angular spin current and its physical consequences,” *Physical Review B*, vol. 72, no. 24, p. 245305, 2005.
- [69] S. Takahashi, “Physical principles of spin pumping,” *Handbook of Spintronics*, pp. 1–31, 2016.
- [70] G. Tatara and H. Kohno, “Theory of current-driven domain wall motion: Spin transfer versus momentum transfer,” *Physical review letters*, vol. 92, no. 8, p. 086601, 2004.
- [71] F. Tejo, N. Vidal-Silva, A. Espejo, and J. Escrig, “Angular dependence of the magnetic properties of cylindrical diameter modulated ni80fe20 nanowires,” *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 17, p. 17D136, 2014.
- [72] F. Tejo, A. Riveros, J. Escrig, K. Guslienko, and O. Chubykalo-Fesenko, “Distinct magnetic field dependence of néel skyrmion sizes in ultrathin nanodots,” *Scientific reports*, vol. 8, no. 1, p. 6280, 2018.
- [73] A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, “Micromagnetic understanding of current-driven domain wall motion in patterned nanowires,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 69, no. 6, p. 990, 2005.
- [74] A. Thiele, “Steady-state motion of magnetic domains,” *Physical Review Letters*, vol. 30, no. 6, p. 230, 1973.
- [75] A. Thiaville, “Y. nakatani in spin dynamics in confined magnetic structures iii, edited by b. hillebrands, and a. thiaville,” 2006.

- [76] T. Trunk, M. Redjda, A. Kákay, M. Ruane, and F. Humphrey, “Domain wall structure in permalloy films with decreasing thickness at the bloch to néel transition,” *Journal of Applied Physics*, vol. 89, no. 11, pp. 7606–7608, 2001.
- [77] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. Bauer, “Theory of current-driven magnetization dynamics in inhomogeneous ferromagnets,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 7, pp. 1282–1292, 2008.
- [78] N. Usov and S. Peschany, “Magnetization curling in a fine cylindrical particle,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 118, no. 3, pp. L290–L294, 1993.
- [79] N. Vidal-Silva, A. Riveros, and J. Escrig, “Stability of neel skyrmions in ultrathin nanodots considering dzyaloshinskii-moriya and dipolar interactions,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 443, pp. 116–123, 2017.
- [80] I. Žutić, J. Fabian, and S. D. Sarma, “Spintronics: Fundamentals and applications,” *Reviews of modern physics*, vol. 76, no. 2, p. 323, 2004.
- [81] S. Wolf, D. Awschalom, R. Buhrman, J. Daughton, S. Von Molnar, M. Roukes, A. Y. Chtchelkanova, and D. Treger, “Spintronics: a spin-based electronics vision for the future,” *Science*, vol. 294, no. 5546, pp. 1488–1495, 2001.
- [82] S. Woo, K. Litzius, B. Krüger, M.-Y. Im, L. Caretta, K. Richter, M. Mann, A. Krone, R. M. Reeve, M. Weigand, *et al.*, “Observation of room-temperature magnetic skyrmions and their current-driven dynamics in ultrathin metallic ferromagnets,” *Nature materials*, vol. 15, no. 5, p. 501, 2016.
- [83] A. Yamaguchi, T. Ono, S. Nasu, K. Miyake, K. Mibu, and T. Shinjo, “Real-space observation of current-driven domain wall motion in submicron magnetic wires,” *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 7, p. 077205, 2004.
- [84] P. Yan, X. Wang, and X. Wang, “All-magnonic spin-transfer torque and domain wall propagation,” *Physical review letters*, vol. 107, no. 17, p. 177207, 2011.
- [85] S. Zhang and Z. Li, “Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets,” *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 12, p. 127204, 2004.
- [86] “Apuntes digitales de alexander makarov *Modeling of Emerging Resistive Switching Based Memory Cells.*” <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/makarov/dissertationch5.html>. Último acceso: 2018-06-25.

Anexo A

Cálculo de las energías presentes en un nanodisco magnético

En esta sección mostramos explícitamente el cálculo de energías involucradas que consideramos en un nanodisco magnético de radio R y espesor L .

A.1. Energía de intercambio

En el límite continuo, la energía de intercambio se escribe como [1]

$$E_{ex} = A \int_V [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] d^3r, \quad (\text{A.1})$$

donde A es la constante de rigidez. Usando que $\hat{\mathbf{r}} = \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \phi \hat{\mathbf{y}}$. Entonces: $m_x = m_r(r) \cos \phi$, $m_y = m_r(r) \sin \phi$ En coordenadas cilíndricas el operador gradiente aplicado a las componentes de la magnetización está dado por:

$$\nabla m_i = \frac{\partial m_i}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial m_i}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial m_i}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}. \quad (\text{A.2})$$

Elevando al cuadrado:

$$(\nabla m_i)^2 = \left(\frac{\partial m_i}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial m_i}{\partial \phi} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_i}{\partial z} \right)^2. \quad (\text{A.3})$$

Entonces explícitamente:

$$\begin{aligned} (\nabla m_x)^2 &= \cos^2 \phi \left(\frac{\partial m_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{m_r^2}{r^2} \sin^2 \phi, \\ (\nabla m_y)^2 &= \sin^2 \phi \left(\frac{\partial m_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{m_r^2}{r^2} \cos^2 \phi, \\ (\nabla m_z)^2 &= \left(\frac{\partial m_z}{\partial r} \right)^2. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

El integrando de la Ec. (A.1) será:

$$(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2 = \left(\frac{\partial m_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial r}\right)^2 + \frac{m_r^2}{r^2}. \quad (\text{A.5})$$

Y usando el hecho que $m_r = \sqrt{1 - m_z^2}$, expresión A.1 es:

$$E_{ex} = A2\pi L \int_0^R \left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial r}\right)^2 \frac{1}{1 - m_z^2} + \frac{1 - m_z^2}{r^2} \right] r dr. \quad (\text{A.6})$$

Integrando para nuestro modelo de m_z (Ec. (2.1)), la energía de intercambio es entonces:

$$E_{ex} = 2\pi AL \frac{4 + n^2}{n(1 + \delta^n)}, \quad (\text{A.7})$$

donde $\delta = R_s/R$.

A.2. Energía de anisotropía uniaxial

La energía de anisotropía uniaxial es:

$$E_u = -K_u \int_V m_z^2 d^3r, \quad (\text{A.8})$$

sin embargo, esta también puede reescribirse en la forma

$$E_u = K_u \int_V (1 - m_z^2) d^3r, \quad (\text{A.9})$$

ya que el término $K_u V$ sólo renormaliza el punto cero de la energía. En nuestros cálculos la hemos considerado con el fin de comparar nuestros resultados con las simulaciones numéricas, donde el término $K_u V$ sí es considerado [16]. Como nuestro modelo propuesto para $m_z = m_z(r)$ sólo depende de la componente radial, la Ec. (A.9) es simplemente:

$$E_u = K_u V - K_u 2\pi L \int_0^R m_z^2 r dr. \quad (\text{A.10})$$

Integrando para nuestro modelo, obtenemos que la energía de anisotropía es:

$$E_u = K_u V - \frac{K_u V}{n(1 + \delta^{-n})} \left\{ n(n + \delta^{-n}) + 8 - 8(1 + \delta^{-n}) {}_2F_1\left(1; \frac{2}{n}; \frac{2+n}{n}; -\delta^{-n}\right) \right\}, \quad (\text{A.11})$$

donde $V = \pi R^2 L$.

A.3. Energía de Dzyaloshinskii-Moriya

Como vimos en el capítulo de fundamentos teóricos, en la Sec. 1.1.5, la forma funcional de esta energía puede tener dos versiones, según el origen de esta. En el límite continuo, la versión interfacial de esta energía, considerando un quiebre en la simetría de inversión a lo largo del eje z , está dada por la integral en la superficie S [58]:

$$E_{DM} = -LD \int_S [m_z \nabla \cdot \mathbf{m} - (\mathbf{m} \cdot \nabla) m_z] dS. \quad (\text{A.12})$$

mientras que su versión en el bulto está dada por la integral en el volumen V :

$$E_{DM} = D \int_V [\mathbf{m} \cdot (\nabla \times \mathbf{m})] dV, \quad (\text{A.13})$$

donde D es la constante de Dzyaloshinskii-Moriya y L el largo de la nanoestructura. Hasta donde sabemos, dos tipos de skyrmions se han podido estabilizar con estas energías. En términos de coordenadas cilíndricas, uno posee una componente radial (skyrmions tipo Néel) donde el skyrmion se estabiliza con la versión interfacial de la energía DM, mientras que el otro posee una componente angular (skyrmions tipo Bloch) y se estabiliza con la versión del bulto. Interesantemente, el integrando de las Ecs. (A.12) y (A.13) da el mismo resultado para ambos tipos de skyrmions.

Para la versión interfacial, y expandiendo en coordenadas cartesianas:

$$E_{DM} = -LD \int_S (-m_x \partial_x m_z + m_z \partial_x m_x - m_y \partial_y m_z + m_z \partial_y m_y) d^2r, \quad (\text{A.14})$$

donde $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$, y hemos despreciado las derivadas en z , asumiendo que debido a la condición de sistema ultra delgado, las variaciones en el espesor de este son despreciables. Notar que en coordenadas cilíndricas

$$\begin{aligned} m_x &= m_r \cos \phi & m_y &= m_r \sin \phi, \\ \partial_x &= \cos \phi \partial_r - \frac{1}{r} \sin \phi \partial_\phi & \partial_y &= \sin \phi \partial_r + \frac{1}{r} \cos \phi \partial_\phi. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Usando que $\partial_r m_r = -(m_z/m_r) \partial_r m_z$ y las expresiones de A.15, la energía de Dzyaloshinskii-Moriya interfacial A.12 queda como:

$$E_{DM} = -2\pi LD \int_0^R \left(m_z m_r - r \frac{\partial_r m_z}{m_r} \right) dr. \quad (\text{A.16})$$

Con la suposición de que las componentes de la magnetización no varían en el eje z , entonces la energía DM del bulto es de la misma forma que la Ec. (A.16).

A.4. Energía dipolar

La energía dipolar se puede escribir en términos del potencial magnetostático U como [1]

$$E_d = \frac{\mu_0 M_s}{2} \int_V (\mathbf{m} \cdot \nabla U) dV, \quad (\text{A.17})$$

donde este potencial magnetostático se define como [1]:

$$4\pi U(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}') - \nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')), \quad (\text{A.18})$$

y la función de Green es:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1}. \quad (\text{A.19})$$

En la expresión A.18 la primera integral es superficial, mientras que la segunda es volumétrica. Vamos a calcular separadamente la contribución superficial y volumétrica del potencial magnetostático. Así

$$U_S = \frac{M_s}{4\pi} \int \frac{\hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS, \quad (\text{A.20})$$

y

$$U_V = -\frac{M_s}{4\pi} \int \frac{\nabla \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV, \quad (\text{A.21})$$

donde por supuesto $U = U_V + U_S$.

Antes de seguir con el cálculo, es importante mencionar que los casos estudiados en esta tesis poseen magnetización con sus componentes dadas por $\mathbf{m} = m_r \hat{\mathbf{r}} + m_z \hat{\mathbf{z}}$ o en otro caso $\mathbf{m} = m_\phi \hat{\phi} + m_z \hat{\mathbf{z}}$. Además consideramos siempre simetría azimutal, lo que elimina las derivadas en la dirección $\hat{\phi}$.

A.4.1. Energía dipolar volumétrica

El potencial magnetostático volumétrico es:

$$U_V = -\frac{M_s}{4\pi} \int \frac{\left(\frac{m_r}{r} + \frac{\partial m_r}{\partial r}\right)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV. \quad (\text{A.22})$$

Expandimos la función de Green en coordenadas cilíndricas [34]

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') e^{-k(z_>-z_<)}, \quad (\text{A.23})$$

donde $z_>$ ($z_<$) es el mayor (menor) entre z y z' y $J_p(s)$ es una función de Bessel de primera especie y orden p . Entonces la Ec. (A.22) es:

$$U_{\mathcal{V}} = -\frac{M_s}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^R \int_0^L \int_0^\infty J_p(kr) J_p(kr') \times e^{-k(z_>-z_<)} \left(\frac{m_r}{r'} + \frac{\partial m_r}{\partial r'} \right) dk dr' dz' d\phi'. \quad (\text{A.24})$$

La integral angular puede ser fácilmente evaluada:

$$\int_0^{2\pi} d\phi' e^{ip(\phi-\phi')} = \delta_{p,0} e^{ip\phi} 2\pi.$$

Esta integral nos suprime la suma en A.24 y el potencial volumétrico es:

$$U_{\mathcal{V}} = -\frac{M_s}{2} \int_0^R r' dr' \int_0^L dz' \int_0^\infty dk J_0(kr) J_0(kr') e^{-k(z_>-z_<)} \left(\frac{m_r}{r'} + \frac{\partial m_r}{\partial r'} \right). \quad (\text{A.25})$$

La integral en z' se puede calcular de la siguiente manera:

$$\int_0^L = \int_0^z + \int_z^L = \int_0^z e^{-k(z-z')} dz' + \int_z^L e^{-k(z'-z)} dz',$$

por lo tanto:

$$\int_0^L dz' e^{-k(z_>-z_<)} = \frac{2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)}}{k} \quad (\text{A.26})$$

El potencial volumétrico es entonces:

$$U_{\mathcal{V}} = -\frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) \left(\frac{2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)}}{k} \right) \times \left[\int_0^R J_0(kr') m_r(r') dr' + \int_0^R J_0(kr') \frac{\partial m_r(r')}{\partial r'} r' dr' \right]. \quad (\text{A.27})$$

La última integral la resolvemos por partes. Notamos que:

$$[m_r(r J_0(kr))] = r J_0(kr) \frac{\partial m_r}{\partial r} + m_r \partial_r (r J_0(kr)),$$

entonces la expresión entre corchetes cuadrados de la Ec. (A.27) es:

$$\left[\int_0^R J_0(kr') m_r(r') dr' + \int_0^R J_0(kr') \frac{\partial m_r(r')}{\partial r'} r' dr' \right] = \quad (\text{A.28})$$

$$m_r(R) R J_0(kR) + \int_0^R m_r(r') \left(k J_1(kr') \right) r' dr', \quad (\text{A.29})$$

donde usamos que $\partial_{r'}(J_0(kr')) = -kJ_1(kr')$. Finalmente la contribución volumétrica al potencial es:

$$U_V = -\frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) \Psi(k, z), \quad (\text{A.30})$$

donde hemos definido

$$\Psi(k, z) \equiv \left(\frac{2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)}}{k} \right) (m_r(R)R J_0(kR) + kg_{1,r}(k)), \quad (\text{A.31})$$

y

$$g_\nu^r(k) = \int_0^R J_\nu(kx) m_r(x) x dx. \quad (\text{A.32})$$

A.4.2. Energía dipolar superficial

La contribución superficial del potencial es:

$$U_S = \frac{M_s}{4\pi} \int \frac{\hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathcal{S}. \quad (\text{A.33})$$

La integral la separamos en 3 superficies: \mathcal{S}_1 para la tapa inferior, \mathcal{S}_2 para el manto y \mathcal{S}_3 para la tapa superior; con sus vectores unitarios $\hat{\mathbf{n}}_1 = -\hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{n}}_2 = \hat{\mathbf{r}}$ y $\hat{\mathbf{n}}_3 = \hat{\mathbf{z}}$. Entonces:

$$U_S = \frac{M_s}{4\pi} \left(\int \frac{m_z(r') d\mathcal{S}_3}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \Big|_{z'=L} - \int \frac{m_z(r') d\mathcal{S}_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \Big|_{z'=0} + \int \frac{m_r(r') d\mathcal{S}_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \Big|_{r'=R} \right). \quad (\text{A.34})$$

Notar que el último término de A.34 se debería eliminar si la magnetización fuese $\mathbf{m} = m_\phi \hat{\phi} + m_z \hat{\mathbf{z}}$, ya que la dirección normal a la superficie de un cilindro es siempre perpendicular a la dirección $\hat{\phi}$.

Expandimos nuevamente la función de Green en coordenadas cilíndricas y entonces

$$\begin{aligned} U_S = & \frac{M_s}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^R \int_0^\infty dk J_p(kr) J_p(kr') m_z(r') r' dr' d\phi' (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) + \\ & + \frac{M_s}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} e^{ip(\phi-\phi')} R \int_0^\infty \int_0^L dk J_p(kr) J_p(kR) e^{-k(z > -z <)} m_r(R) d\phi' dz'. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

La integral angular puede ser fácilmente evaluada:

$$\int_0^{2\pi} d\phi' e^{ip(\phi-\phi')} = \delta_{p,0} e^{ip\phi} 2\pi,$$

La cual nos suprime la suma en A.35, luego:

$$U_S = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) \int_0^R J_0(kr') m_z(r') r' dr' + \\ + \frac{M_s}{2} R m_r(R) \int_0^\infty dk J_0(kr) J_0(kR) \int_0^L dz' e^{-k(z > -z <)}. \quad (\text{A.36})$$

La integral en z' ya fue calculada en la contribución volumétrica (ver Ec. (A.26)), por lo tanto la Ec. (A.36) se convierte en:

$$U_S = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) \int_0^R J_0(kr') m_z(r') r' dr' + \\ + \frac{M_s}{2} R m_r(R) \int_0^\infty dk J_0(kr) J_0(kR) \left(\frac{2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)}}{k} \right). \quad (\text{A.37})$$

Luego, la contribución superficial del potencial magnetostático es:

$$U_S = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) \eta(k, z), \quad (\text{A.38})$$

donde hemos definido

$$\eta(k, z) = (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) g_{0,z}(k) + R m_r(R) J_0(kR) \left(\frac{2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)}}{k} \right), \quad (\text{A.39})$$

y

$$g_\nu^z(k) = \int_0^R J_\nu(kx) m_z(x) x dx. \quad (\text{A.40})$$

Finalmente el potencial magnetostático será: $U = U_S + U_V$

$$U = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) (\eta(k, z) - \Psi(k, z)) \\ = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) [g_0^z(k) (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) - g_1^r(k) (2 - e^{-kz} - e^{-k(L-z)})] \quad (\text{A.41})$$

donde las funciones $g_1^r(k)$ y $g_0^z(k)$ están definidas en las Ecs. (A.32) y (A.40), respectivamente.

A.4.3. Energía dipolar total

De acuerdo a la expresión (A.17), la energía dipolar es:

$$E_d = \frac{\mu_0 M_s}{2} \int \left(m_z \frac{\partial U}{\partial z} + m_r \frac{\partial U}{\partial r} + m_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) d^3r. \quad (\text{A.42})$$

Como en nuestro trabajo consideramos siempre simetría azimutal, la derivada respecto a ϕ es nula. Además, notamos que el término proporcional a $\partial U/\partial r$ sólo sobrevive para texturas con componente radial no-nula. En otro caso, la energía dipolar sólo depende de $\partial U/\partial z$. Las derivadas no-nulas son explícitamente:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk k J_1(kr) (\eta(k, z) - \Psi(k, z)), \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{M_s}{2} \int_0^\infty dk J_0(kr) \left(\frac{\partial \eta(k, z)}{\partial z} - \frac{\partial \Psi(k, z)}{\partial z} \right). \quad (\text{A.44})$$

Ec. (A.42) es entonces:

$$\begin{aligned} E_{dip} = & \frac{\mu_0 M_s^2 \pi}{4} \int_0^\infty dk \int_0^L dz \left(\frac{\partial \eta(k, z)}{\partial z} - \frac{\partial \Psi(k, z)}{\partial z} \right) \int_0^R m_z(r) r J_0(kr) dr \\ & - \frac{\mu_0 M_s^2 \pi}{4} \int_0^\infty dk k \int_0^L dz (\eta(k, z) - \Psi(k, z)) \int_0^R m_r(r) r J_1(kr) dr. \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Evaluamos las derivadas usando las definiciones A.31 y A.39:

$$\frac{\partial \eta(k, z)}{\partial z} = k (e^{-kz} + e^{-k(L-z)}) g_{0,z}(k) + R m_r(R) J_0(kR) (e^{-kz} - e^{-k(L-z)}), \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial \Psi(k, z)}{\partial z} = (e^{-kz} - e^{-k(L-z)}) (m_r(R) R J_0(kR) + k g_{1,r}(k)). \quad (\text{A.47})$$

Reemplazando A.46 y A.47 en A.45, y desarrollando las integrales en z , finalmente obtenemos que la energía dipolar es:

$$E_{dip} = \mu_0 M_s^2 \pi \int_0^\infty dk [(1 - e^{-kL}) (g_0^z(k))^2 + (kL + e^{-kL} - 1) (g_1^r(k))^2], \quad (\text{A.48})$$

con:

$$g_0^z(k) = \int_0^R m_z(r) J_0(kr) r dr, \quad (\text{A.49})$$

y

$$g_1^r(k) = \int_0^R m_r(r) J_1(kr) r dr. \quad (\text{A.50})$$

Ec. (A.48) es la expresión que usamos en la Ec. (2.14) del texto principal. Notar que el segundo término de A.48 es una contribución proveniente puramente de la componente radial de la magnetización, el cual desaparece para texturas con $m_r = 0$ e incluso para $m_\phi \neq 0$.

A.5. Energía de Zeeman

La energía de Zeeman proviene del acoplo entre los momentos magnéticos de un material, con un campo magnético externo. Su forma continua está dada por:

$$E_z = - \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} dV. \quad (\text{A.51})$$

Escribiendo el campo externo como $\mathbf{B} = B_0 \sin \theta \hat{\mathbf{r}} + B_0 \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$, donde hemos considerado $B_\phi = 0$ (simetría azimutal) y que θ es el ángulo entre el campo magnético aplicado y el eje de simetría del cilindro. Entonces la energía de Zeeman es simplemente:

$$E_z = -M_s B_0 2\pi L \int_0^R (m_r \sin \theta + m_z \cos \theta) r dr. \quad (\text{A.52})$$

Anexo B

Solución de la ecuación de continuidad para la acumulación de espín

A partir de la ecuación de continuidad 4.7 del texto principal, notamos que la acumulación de espín $\delta\mathbf{s}$ depende de ella misma, por lo que una forma de aislarla es resolver recursivamente hasta que un parámetro se haga lo suficientemente pequeño como para despreciarlo. Según lo discutido en el Cap. 4, nuestro modelo es válido en el límite donde $\lambda_{ex}^2 \nabla^2 \ll 1$ y entonces nuestro *cut-off* para la recursión lo fijamos a orden lineal en $\xi \lambda_{ex}^2 \nabla^2$. De la Ec. (4.7) tenemos que

$$\delta\mathbf{s} = \tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} + \xi \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \nabla^2 \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}. \quad (\text{B.1})$$

Realizando una primera recursión obtenemos

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{s} &= \tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} + \xi (\tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} + \xi \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \nabla^2 \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \\ &\quad - \lambda_{ex}^2 \nabla^2 (\tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} + \xi \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \nabla^2 \delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Usando que, debido a la unitariedad de \mathbf{m} los términos que involucran derivadas de \mathbf{m} son ortogonales a este, entonces $(\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} = -\mathcal{D}\mathbf{m}$, $(\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} = -\delta\mathbf{s}$ (ver definición de $\delta\mathbf{s}$ en Ec. (4.6)) y $((\nabla^2 \delta\mathbf{s}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} = -\nabla^2 \delta\mathbf{s}$, luego Ec. (B.2) se convierte en

$$\begin{aligned} (\xi^2 + 1)\delta\mathbf{s} &= \tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} - \xi \tau_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} + \xi \lambda_{ex}^2 \nabla^2 \delta\mathbf{s} - \lambda_{ex}^2 \tau_{ex} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \\ &\quad - \lambda_{ex}^2 \xi \nabla^2 (\delta\mathbf{s} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Realizando una segunda recursión para $\delta\mathbf{s}$:

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{s} &= \mathcal{C}\mathbf{m} + \xi \lambda_{ex}^2 \nabla^2 (\tilde{\tau}_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} - \xi \tilde{\tau}_{ex} \mathcal{D}\mathbf{m}) - \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \\ &\quad - \lambda_{ex}^2 \xi \nabla^2 (\tilde{\tau}_{ex} (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

donde el tilde significa multiplicación por el factor $(1 + \xi^2)^{-1}$. Usando nuevamente la untariedad de \mathbf{m} , finalmente obtenemos que

$$\delta\mathbf{s} = \mathcal{C}\mathbf{m} + \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} \left[-\nabla^2(\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} + \tilde{\xi}\nabla^2(\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) + \tilde{\xi}(\nabla^2\mathcal{D}\mathbf{m}) \times \mathbf{m} \right], \quad (\text{B.5})$$

que es la Ec. (4.13) del texto principal, donde además definimos

$$\mathcal{C}\mathbf{m} = \tilde{\tau}_{ex} (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} - \xi\mathcal{D}\mathbf{m}). \quad (\text{B.6})$$

Anexo C

Torque ejercido por la acumulación de espín sobre la magnetización

El torque que ejerce la acumulación de espín sobre la magnetización es simplemente

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\tau_{ex}} \delta \mathbf{s} \times \mathbf{m} + \frac{1}{\tau_{\phi}} \mathbf{m} \times (\delta \mathbf{s} \times \mathbf{m}). \quad (\text{C.1})$$

El último término puede ser reescrito usando nuevamente la unitariedad de \mathbf{m} , entonces Ec. (C.1) se convierte en

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\tau_{ex}} \delta \mathbf{s} \times \mathbf{m} + \frac{1}{\tau_{\phi}} \delta \mathbf{s}. \quad (\text{C.2})$$

El primer término a la derecha de la Ec. (C.2) es:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{s} \times \mathbf{m} &= \mathcal{C} \mathbf{m} \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} (\nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \\ &+ \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} + \lambda_{ex}^2 \tilde{\tau}_{ex} \tilde{\xi} ((\nabla^2 \mathcal{D} \mathbf{m}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Vamos a expandir explícitamente cada término de C.3 usando la unitariedad de \mathbf{m} . El primer término es:

$$\mathcal{C} \mathbf{m} \times \mathbf{m} = -\tilde{\tau}_{ex} (\mathcal{D} \mathbf{m} + \xi \mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}). \quad (\text{C.4})$$

El segundo término es

$$(\nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} = -\nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m} \times \mathbf{m}). \quad (\text{C.5})$$

El tercer término no cambia, mientras que el cuarto es

$$((\nabla^2 \mathcal{D} \mathbf{m}) \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} = -\nabla^2 (\mathcal{D} \mathbf{m}). \quad (\text{C.6})$$

Luego, $\delta \mathbf{s} \times \mathbf{m} / \tau_{ex}$ se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathbf{s} \times \mathbf{m}}{\tau_{ex}} = \frac{1}{1 + \xi^2} & \left(-\mathcal{D}\mathbf{m} - \xi \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m} + \lambda_{ex}^2 \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \right. \\ & \left. + \lambda_{ex}^2 \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} - \lambda_{ex}^2 \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m}) \right). \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Finalmente el término $\delta \mathbf{m} \times \mathbf{m} / \tau_{ex} + \delta \mathbf{s} / \tau_\phi$ es

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \frac{\delta \mathbf{s} \times \mathbf{m}}{\tau_{ex}} + \frac{\delta \mathbf{s}}{\tau_\phi} = \frac{1}{1 + \xi^2} & \left(-\mathcal{D}\mathbf{m}(1 + \xi\chi) + \mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}(\chi - \xi) \right) \\ & + \tilde{\lambda}_{ex}^2 (1 + \tilde{\xi}\chi) \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) + \tilde{\lambda}_{ex}^2 (\tilde{\xi} - \chi) \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m} \times \mathbf{m}) \times \mathbf{m} \\ & - \tilde{\lambda}_{ex}^2 \tilde{\xi} \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m}) + \tilde{\lambda}_{ex}^2 \tilde{\xi}\chi \nabla^2 (\mathcal{D}\mathbf{m}) \times \mathbf{m}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Así, los primeros dos términos de la Ec. (C.8) corresponden a \mathbf{T}_0 en el texto principal (Ec. (4.21)), mientras que los siguientes cuatro corresponden a \mathbf{T}_1 , \mathbf{T}_2 , \mathbf{T}_3 y \mathbf{T}_4 (Ecs. (4.22)-(4.25)), respectivamente.

Listado de publicaciones

Publicaciones incluidas en el manuscrito

- A. Riveros, N. Vidal-Silva, F. Tejo, J. Escrig, **Journal of Magnetism and Magnetic Materials** **460**, 292-296 (2018.) [57]
- N. Vidal-Silva, A. Riveros, J. Escrig, **Journal of Magnetism and Magnetic Materials** **443**, 116-123 (2017). [79]
- R. G. Elías, N. Vidal-Silva, A. Manchon, **Physical Review B** **95**, 104406 (2017). [18].
- A. Riveros, N. Vidal-Silva, P. Landeros, D. Altbir, E. Vogel, J. Escrig, **Journal of Magnetism and Magnetic Materials** **401**, 848-852 (2016). [56]

Publicaciones no incluidas en el manuscrito

- N. Vidal-Silva, F. Tejo, A. P. Espejo, J. Escrig, "*Walker-like breakdown in planar nanowires induced by a square impurity*", en referato en **Scientific Reports**.
- S. Streib, N. Vidal-Silva, K. Shen, G. E. W. Bauer, "*Magnon-phonon interactions in isotropic ferromagnetic insulators*", en preparación.
- A.P. Espejo, F. Tejo, N. Vidal-Silva, J. Escrig, **Scientific Reports** **7**, 4736 (2017). [21]
- A.P. Espejo, N. Vidal-Silva, J.A. López-López, D. Göerlitz, K. Nielsch, J. Escrig, **Applied Physics Letters** **106**, 132405 (2015). [20]
- F. Tejo, N. Vidal-Silva, A.P. Espejo, J. Escrig, **Journal of Applied Physics** **115**, 17D136 (2014). [71]