

---

---

# Interacción Dipolar entre Sistemas Magnéticos Micro y Nanométricos

---

---



Juan Eduardo Escrig Murúa

Universidad de Santiago de Chile  
Facultad de Ciencia  
Departamento de Física

*Tesis enviada para la obtención del grado de  
Doctor en Ciencias con mención en Física,  
USACH, Santiago, Abril 2007*

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**INTERACCIÓN DIPOLAR ENTRE SISTEMAS  
MAGNÉTICOS MICRO Y NANOMÉTRICOS**

JUAN EDUARDO ESCRIG MURÚA

Profesor Guía: Dra. Dora Altbir

Profesores Comisión: Dr. José d'Albuquerque e Castro  
Dr. Juliano Denardin  
Dr. Daniel Serafini

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN FÍSICA

SANTIAGO DE CHILE  
ABRIL 2007

# **“INTERACCIÓN DIPOLAR ENTRE SISTEMAS MAGNÉTICOS MICRO Y NANOMÉTRICOS”**

Trabajo de Graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requerimientos exigidos para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física

**UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE**

**SANTIAGO DE CHILE  
ABRIL 2007**

# INTERACCIÓN DIPOLAR ENTRE SISTEMAS MAGNÉTICOS MICRO Y NANOMÉTRICOS

JUAN EDUARDO ESCRIG MURÚA

Este trabajo de Graduación fue preparado bajo la supervisión de la profesora guía Dra. Dora Altbir Drullinsky, del Departamento de Física de la Universidad de Santiago de Chile, y ha sido aprobado por los miembros de la comisión calificadora

Dra. Dora Altbir .....

Dr. Jose d'Albuquerque e Castro .....

Dr. Juliano Denardin .....

Dr. Daniel Serafini .....

.....  
Director Departamento de Física

# Agradecimientos

A veces, me es complejo decirle a las personas lo importante que son en mi vida. De apariencia fría, nunca las palabras ni las letras me suenan tan convincentes. El hombre que hoy soy, es el resultado de las INTERACCIONES humanas que he tenido con todas aquellas personas que han aportado un granito de su tiempo (algunos un par de años) en mi camino.

Aún recuerdo esa primavera de 2001 cuando comencé a trabajar con la Dra. Dora Altbir (mi tutora). Estaba emocionado y asustado (la veía tan grande). Pensar que comencé calculando la interacción dipolar entre dos dipolos magnéticos. Gran parte de la física que hoy sé me la ha enseñado ella. Sin embargo, eso no es lo más importante. De lo que realmente estoy infinitamente agradecido, es que me haya enseñado a ser una mejor persona. Gracias por todo el cariño y tiempo dedicado (incluso fuera de horario de oficina).

En marzo de 2002 apareció un nuevo integrante del grupo, Dr. Pedro Landeros (cajarito). Que fácil se hicieron los cálculos con su experiencia (también lo veía grande). Es un excelente profesional y me enseñó mucho los primeros años de investigación. Pedro es más matemático (riguroso) y yo un poco más intuitivo (con los dedos), así que gran parte del buen curriculum que tenemos ambos se debe al excelente complemento que somos. Con el tiempo se transformó no sólo en mi compañero, sino que en un excelente amigo.

La verdad es que en el Departamento de Física no todo es trabajo. Siempre teníamos alguna tontera o chiste del que reírnos. Agradezco los buenos momentos que he pasado junto al grupo de magnetismo formado por la Dra. Dora Altbir (tutora), Dr. Pedro Landeros (cajarito), Sebastián Allende (excelente persona), Paul Soto (en Holanda), Dr. Evy Salcedo (directo desde Panama-Brasil), Dr. Juliano Denardin (experimental del grupo), y a las últimas contrataciones, Juan Luis Palma, Roberto Lavín y Alejandro Pereira. Agradezco también al grupo de óptica cuántica formado por el Dr. Juan Car-

---

los Retamal (excelente profesor), Carlos López (muy mejor amigo), Guillermo Romero (Taquillermo) y Freddy Lastra.

Quiero mencionar también a Myriam Baeza, Jessica Brizuela, Javier Contreras, Verónica Calderón, Paola Arias, Mauricio Valenzuela, José Villanueva (Rengo), Luis Rosales, Dr. Fernando Méndez y Justo López. Gracias por hacer el estudio y los congresos más entretenidos. También agradezco a todos los profesores de quienes aprendí mucho y recibí siempre buenos consejos, en especial al Mg. Rubén Pastene, Dr. Jorge Gamboa, Dr. Mikhail Pliouchtchai, Dr. Jean Jacques Amman, Dr. Daniel Serafini, Dr. Francisco Melo, Dr. Enrique Cerda, Dr. Ulrich Raff, Dr. Iaroslav Ispolatov, entre otros. Agradezco también al personal del Departamento de Física y de la Facultad de Ciencias de la USACH, en especial a la Sra. Susana, Emelina, Erika, Roxana, Leonor, Carlos, don César y don Pedro.

Agradezco las discusiones y colaboración del Dr. José Mejía (Pontificia Universidad Católica de Chile), Dr. Patricio Vargas (Universidad Técnica Federico Santa María) y Dr. Eugenio Vogel (Universidad de la Frontera). Agradezco además a mi amigo Dr. David Laroze. De mi estadía en la Universidade Federal do Rio de Janeiro (Brasil), estoy enormemente agradecido de la Dr. Monica Bahiana y del Dr. Jose d'Albuquerque e Castro, quienes son unos excelentes anfitriones, y de quienes aprendí mucho. De mi paso por el Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid-CSIC (España), agradezco la recepción del Dr. Manuel Vazquez, y de su grupo, formado por la Dra. Agustina Asenjo, Miriam Jaafar, Dr. David Navas, Dr. Kleber Pirola, Dr. Giovanni Badini, entre otros. Lo pase excelente en España (era que no). Finalmente, he de reconocer que estaba asustado antes de ir al Max-Planck-Institut of Microstructure Physics (Alemania). Sin embargo, fue una experiencia increíble y agradezco a mi anfitrión Dr. Kornelius Nielsch, y a los miembros del laboratorio, Dr. Julien Bachmann y Dra. Mihaela Daub, entre otros.

Quiero reconocer la vital labor de todas las instituciones dedicadas a fomentar e incentivar la investigación científica, sin las cuales todo este trabajo y el de muchos otros no sería posible. Agradezco al programa de becas de postgrado de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT), al proyecto MECESUP USA 0108, a la Dirección de Graduados de la Universidad de Santiago de Chile y al Núcleo Milenio Física de la Materia Condensada por el apoyo económico para mi participación en congresos y estadías de investigación. Agradezco también a la Universidade Federal do Rio de Janeiro, al Instituto de Ciencias de Materiales de Madrid-CSIC y al Max-Planck-Institut of Microstructure Physics por su hospitalidad.

Agradezco a toda mi familia, en especial a mi tía Patricia Escrig (patty), quienes siempre confiaron en mi y me apoyaron e incentivaron como a un hijo. Muchas gracias a Victor Loyola e hijos, por llenarme de alegría y cariño. Además agradezco a la familia Del Canto Vergara, con quienes he compartido excelentes momentos estos últimos 6 años. Agradezco a mis amigos, en especial a Claudio Guzmán (tuto), y a sus respectivas familias, por haberme dado una hermosa niñez y juventud.

Finalmente quiero agradecer a mi primer profesor, mi papá, Juan Escrig Miranda, por enseñarme a ser una persona justa e inteligente. Muchas gracias por tu motivación y confianza depositada en mí. Agradezco también a mi mamá, Nancy Murúa Muñoz, por ser la mejor mamá del mundo. Nadie, absolutamente nadie, se siente tan querido y apoyado como lo estoy yo. Muchas gracias por tu amor incondicional. Agradezco a mis hermanos Denisse (yoya), Cristian (titon) y Michelle (miti). Dios elige a los hermanos y yo estoy profundamente agradecido de ello, pues NADIE podría haberlos escogido mejor. Los amo mucho a todos y cada uno de ustedes. Gracias por su apoyo y amor.

Quiero dedicar todo mi trabajo a mi novia y amor, Marcela Del Canto, quien es el pilar fundamental de mi vida, y la que me hace cable a tierra. Gracias por escoger construir una vida juntos. Te amo.

# Resumen

La posibilidad de producir nanoestructuras magnéticas *a la medida* ha despertado gran interés debido a potenciales usos para la generación de nuevos dispositivos y mecanismos a utilizar en almacenamiento magnético, diagnóstico médico, y entrega de fármacos, entre otros. En este marco, los arreglos ordenados de estructuras magnéticas con diámetros en el rango de los 10 a los 100 nanómetros resultan promisorios para diversas aplicaciones. Estos arreglos permitirían alcanzar una densidad de almacenamiento de información mayor que los 700 Gbit/in<sup>2</sup>. Además, estos arreglos pueden ser usados para sintetizar ferrofluidos, los cuales son muy prometedores en la generación de métodos de diagnóstico y tratamiento contra el cáncer. Una técnica efectiva, simple y económica para fabricar matrices con geometrías bien controladas es la auto-organización de nanoporos en membranas, particularmente de alumina. Los nanoporos están ordenados sobre rangos de unos pocos micrómetros, es decir, más de 20 veces el parámetro de red del arreglo. Este ordenamiento en sistemas magnéticos da origen a propiedades cooperativas de gran interés fundamental y tecnológico.

En la práctica resulta complejo caracterizar experimentalmente estas nanoestructuras, por lo que los estudios teóricos pueden ser de gran utilidad. De particular interés es la determinación de las configuraciones magnéticas estables y los mecanismos de reversión de la magnetización, los que están fuertemente determinados por la forma y geometría del elemento. De hecho, a pequeñas escalas de tamaño, se ha establecido que la forma del elemento es fundamental en la definición de los mecanismos de reversión de la magnetización. De este modo se ha dirigido un gran esfuerzo para encontrar la geometría que proporciona el modo de reversión más simple, rápido y reproducible, requisitos esenciales para potenciales aplicaciones. El primer paso cuando investigamos una nueva geometría es encontrar las configuraciones magnéticas estables de menor energía. Para ello debemos considerar las con-

tribuciones de la energía dipolar, energía de intercambio y anisotropía. Los mínimos locales en la energía total corresponden a estados accesibles estables (o metaestables) del sistema. Por otro lado, el acoplamiento dipolar entre las partículas juega un rol fundamental en la determinación de sus propiedades magnéticas. Es conocido que si la distancia entre las partículas vecinas es menor que su tamaño, el acoplamiento magnético afecta la estructura micro-magnética y el proceso de reversión de la magnetización del sistema. Este acoplamiento entre las partículas es, en general, complejo, debido a que los campos dipolares dependen del estado de magnetización de cada elemento, que a su vez depende de los campos debido a los elementos adyacentes.

En esta tesis estamos interesados en investigar el rol de la interacción dipolar entre las partículas como función de la geometría y tamaño de éstas, así como de la orientación relativa entre las partículas. Basados en la aproximación semiclásica introducida por Brown obtenemos analíticamente la energía de interacción dipolar en sistemas de arreglos de cilindros e hilos, anillos de multicapas y tubos bifásicos, explorando las condiciones de estabilidad de las diversas fases que se presentan. Se proponen también expresiones fenomenológicas que dan cuenta de estos efectos cooperativos sobre las curvas de histéresis de los sistemas. Procedimientos similares pueden adoptarse para estudiar otras geometrías.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>14</b>
1.1. Comentarios generales . . . . .	14
1.2. Límite superparamagnético . . . . .	16
1.3. Medios de grabación magnéticos: presente y futuro . . . . .	18
1.3.1. Medios longitudinales . . . . .	18
1.3.2. Medios perpendiculares . . . . .	20
1.3.3. Medios con anisotropía gigante y partículas autoen- sambladas . . . . .	21
1.3.4. Arreglos de nanoestructuras magnéticas . . . . .	21
1.3.5. Memoria Magnética de Acceso Aleatorio (MRAM) . . . . .	22
1.4. Estructura de la tesis . . . . .	23
<b>2. Micromagnetismo</b>	<b>26</b>
2.1. Principios básicos del ferromagnetismo . . . . .	26
2.2. Aproximación del Continuo . . . . .	29
2.3. Energías involucradas . . . . .	29
2.3.1. Energía de Zeeman . . . . .	30
2.3.2. Energía de Intercambio . . . . .	30
2.3.3. Energía de Anisotropía . . . . .	32
2.3.4. Energía Magnetostática . . . . .	35
2.3.5. Energía Magnetoelástica . . . . .	39
2.4. Interacciones entre las partículas . . . . .	40
2.5. Minimización de la energía . . . . .	42
2.6. Micromagnetismo numérico . . . . .	43
2.6.1. Ecuación Diferencial de Brown . . . . .	43
2.6.2. La ecuación dinámica (LLG) . . . . .	44
2.6.3. OOMMF . . . . .	45

---

<b>3. Arreglo de cilindros magnéticos</b>	<b>46</b>
3.1. Introducción . . . . .	46
3.2. Sistema geométrico . . . . .	49
3.3. Simulaciones numéricas . . . . .	50
3.3.1. Energías involucradas . . . . .	50
3.4. Modelo analítico . . . . .	50
3.4.1. Configuración de vórtice con core . . . . .	51
3.4.2. Autoenergía de un cilindro . . . . .	52
3.4.3. Interacción dipolar entre cilindros . . . . .	53
3.4.4. Arreglo cuadrado de cilindros interactuantes . . . . .	54
3.5. Resultados y discusiones . . . . .	55
3.5.1. Estabilidad numérica de la configuración de vórtice . . . . .	55
3.5.2. Efecto del número de cilindros en el arreglo . . . . .	55
3.5.3. Efecto de la distancia entre los cilindros . . . . .	56
3.5.4. Efecto de la longitud de los cilindros . . . . .	58
3.6. Conclusiones . . . . .	60
<b>4. Arreglo de hilos magnéticos</b>	<b>62</b>
4.1. Introducción . . . . .	62
4.2. Detalles experimentales . . . . .	64
4.3. Modelo analítico . . . . .	65
4.3.1. Autoenergía de un nanohilo . . . . .	66
4.3.2. Interacción dipolar entre nanohilos . . . . .	66
4.4. Simulaciones numéricas . . . . .	68
4.5. Resultados y discusiones . . . . .	70
4.5.1. Validez de la interacción dipolo-dipolo . . . . .	70
4.5.2. Sistema magnético de dos hilos interactuantes . . . . .	71
4.5.3. Arreglo cuadrado de nanohilos interactuantes . . . . .	71
4.5.4. Curvas de histéresis . . . . .	74
4.5.5. Magnetización remanente . . . . .	76
4.5.6. Patrón magnético: estructura de laberinto . . . . .	78
4.6. Conclusiones . . . . .	80
<b>5. Multicapas de anillos magnéticos</b>	<b>82</b>
5.1. Introducción . . . . .	82
5.2. Sistema geométrico . . . . .	83
5.3. Modelo analítico . . . . .	84
5.3.1. Configuración ferromagnética ( $c = 1$ ) . . . . .	85

5.3.2.	Configuración de cebolla ( $c = 2$ ) . . . . .	86
5.3.3.	Configuración de vórtice ( $c = 3$ ) . . . . .	88
5.3.4.	Interacción dipolar entre dos anillos magnéticos . . . . .	88
5.4.	Resultados y Discusiones . . . . .	89
5.4.1.	Sistemas con igual longitud $L_1 = L_2 = L$ . . . . .	89
5.4.2.	Sistemas de distinta longitud $L_1 \neq L_2$ . . . . .	90
5.5.	Conclusiones . . . . .	97
<b>6.</b>	<b>Tubos magnéticos bifásicos</b>	<b>98</b>
6.1.	Introducción . . . . .	98
6.2.	Sistema geométrico . . . . .	100
6.3.	Modelo analítico . . . . .	101
6.3.1.	Configuración ferromagnética ( $c = 1$ ) . . . . .	101
6.3.2.	Configuración de vórtice ( $c = 3$ ) . . . . .	101
6.3.3.	Interacción dipolar entre el tubo magnético interno y externo de un sistema bifásico . . . . .	102
6.4.	Resultados y discusiones . . . . .	103
6.4.1.	Propiedades estáticas: diagramas de fase . . . . .	103
6.4.2.	Propiedades dinámicas: curvas de histéresis . . . . .	107
6.5.	Conclusiones . . . . .	114
<b>A.</b>	<b>Tabla de constantes magnéticas</b>	<b>116</b>
<b>B.</b>	<b>Autoenergía de un cilindro con una configuración de vórtice con core</b>	<b>117</b>
B.1.	Energía dipolar . . . . .	117
B.2.	Energía de intercambio . . . . .	119
<b>C.</b>	<b>Energía de interacción dipolar entre dos cilindros con una configuración de vórtice con core</b>	<b>121</b>
<b>D.</b>	<b>Energía de interacción dipolar en un arreglo cuadrado de elementos arbitrarios</b>	<b>124</b>
<b>E.</b>	<b>Autoenergía para una partícula cilíndrica uniformemente mag- netizada</b>	<b>126</b>
<b>F.</b>	<b>Energía de interacción dipolar entre dos hilos con magneti- zación axial</b>	<b>128</b>

---

<b>G. Autoenergía de una partícula cilíndrica con una configuración de vórtice sin core</b>	<b>129</b>
<b>H. Energía de interacción dipolar entre dos anillos dispuestos en una estructura multicapa</b>	<b>130</b>
H.1. Magnetización axial $[1, 1]$ . . . . .	130
H.2. Magnetización paralela al plano $[2, -2]$ . . . . .	131
<b>I. Energía de interacción dipolar en un tubo bifásico con magnetización axial</b>	<b>134</b>
<b>J. Campo de nucleación de una partícula cilíndrica infinita</b>	<b>136</b>

# Índice de figuras

1.1. Variación de la energía de una partícula magnética como función del ángulo $\theta$ entre la dirección de la magnetización y el eje fácil de anisotropía. . . . .	17
1.2. Representación esquemática de un típico sistema de grabación longitudinal. . . . .	19
1.3. Representación esquemática de un típico sistema de grabación perpendicular. . . . .	20
1.4. Representación esquemática de arreglos de nanoestructuras magnéticas longitudinales y perpendiculares. . . . .	22
1.5. Estructura típica de un arreglo para memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAMs). . . . .	23
2.1. Curva de histéresis típica de una muestra ferromagnética. . . . .	28
2.2. Representación esquemática del rompimiento de la magnetización en dominios. . . . .	39
2.3. Representación esquemática de una pared de dominio de $180^\circ$ . . . . .	40
3.1. Diagrama de fase para cilindros nanométricos aislados . . . . .	47
3.2. Ilustración de los parámetros geométricos que definen cada cilindro y el arreglo. . . . .	49
3.3. Simulación micromagnética (OOMMF) de un cilindro de hierro aislado. . . . .	51
3.4. Relajación del momento magnético promedio a lo largo del eje del cilindro. . . . .	56
3.5. Radio del core efectivo $C_{eff}$ vs $N$ para $R = 6 l_{ex}$ , a) $L = 12 l_{ex}$ y b) $L = 8 l_{ex}$ . . . . .	57
3.6. Radio del core efectivo $C_{eff}$ vs $d/l_{ex}$ para $R = 6 l_{ex}$ , a) $L = 12 l_{ex}$ y b) $L = 8 l_{ex}$ . . . . .	59

3.7. Radio del core efectivo $C_{eff}$ vs $L/l_{ex}$ para cilindros con $d = 12 l_{ex}$ , $R = 6 l_{ex}$ . . . . .	60
4.1. a) Esquema de nanoporos autoensamblados con simetría hexagonal en una matriz de alumina. b) Distribución local de la magnetización para un arreglo de hilos con $R = 90$ nm, $L = 3.6 \mu\text{m}$ y $d = 500$ nm, medida con un MFM. . . . .	65
4.2. Energía de interacción entre dos hilos idénticos con magnetización paralela axial. . . . .	68
4.3. Razón entre la energía de interacción magnetostática, Ec. (5.2), y la interacción dipolo-dipolo, Ec. (5.7), como función de $2R/S_{ij}$ . . . . .	70
4.4. Valores de $\eta$ como función de la geometría de un sistema de dos hilos magnéticos. . . . .	72
4.5. $W_{array}^{\pm}(N)$ y valores asintóticos de la densidad de energía de interacción en un arreglo cuadrado de hilos idénticos . . . . .	73
4.6. (a) Curva de histéresis medida con un SQUID con el campo externo aplicado paralelo a la dirección del hilo y (b) Curvas de histéresis realizadas mediante simulaciones numéricas . . . . .	75
4.7. $W_{array}^+$ y $m_r$ como función del tamaño de la muestra. . . . .	77
4.8. Imágenes de MFM del estado inicial y después de aplicar un campo paralelo al campo de la punta. . . . .	79
4.9. Configuración magnética de una celda típica hexagonal en el estado de mínima energía y primer estado excitado. Estructura magnética simulada en el estado remanente de una muestra de $15 \mu\text{m} \times 15 \mu\text{m}$ . . . . .	81
5.1. Curva de histéresis para un anillo de cobalto . . . . .	84
5.2. Configuraciones magnéticas en anillos multicapas. . . . .	85
5.3. Configuración de cebolla de un anillo de cobalto. . . . .	86
5.4. Curvas con $n$ constante para anillos con $\beta = 0.5$ . . . . .	87
5.5. Diagramas de fase para estructuras de anillos multicapas con $L_1 = L_2 = L$ , para (a) $\beta = a/R = 0.3$ y (b) $\beta = 0.9$ . . . . .	91
5.6. Trayectorias del punto triple como función de $\beta$ , para $d/l_{ex} = 1$ (cuadrados), 3 (estrellas), y 10 (triángulos). . . . .	92
5.7. Diagramas de fase para anillos multicapas con $L_1/l_{ex} = 2$ y $\beta = a/R = 0.3$ , para $d/l_{ex} = 10$ (a) y $d/l_{ex} = 1$ (b). . . . .	93

5.8.	Diagramas de fase para anillos multicapas con $L_1/l_{ex} = 6$ y $\beta = 0.3$ , para $d/l_{ex} = 10$ (a) y $d/l_{ex} = 1$ (b). . . . .	94
5.9.	Diagramas de fase para anillos multicapas con $L_1/l_{ex} = 6$ y $\beta = 0.9$ , para $d/l_{ex} = 10$ (a) y $d/l_{ex} = 1$ (b). . . . .	95
5.10.	Diagramas de fase para anillos multicapas con $L_1 = 3 l_{ex}$ y $L_2 = L_1/2$ en el plano $Rd$ , para $\beta = 0.2$ (a), $\beta = 0.5$ (b), y $\beta = 0.8$ (c). . . . .	96
6.1.	(a) Parámetros geométricos y (b) configuraciones magnéticas características de un micro y nanotubo bifásico. . . . .	100
6.2.	Instantánea de la magnetización a lo largo de un plano perpendicular al eje del tubo. . . . .	102
6.3.	Parámetros geométricos y límites para un micro y nanotubo bifásico. . . . .	104
6.4.	Diagramas de fase para nanotubos bifásicos variando la longitud del tubo . . . . .	105
6.5.	Diagramas de fase para nanotubos bifásicos variando el espesor de la lámina no magnética . . . . .	106
6.6.	Diagramas de fase para nanotubos bifásicos variando el radio interno $a_i$ . . . . .	107
6.7.	Diagramas de fase para microtubos bifásicos . . . . .	108
6.8.	Curva de histéresis de un tubo bifásico. . . . .	109
6.9.	Curvas de histéresis para campos aplicados grandes, medidos a 100 K, para microhilos bifásicos . . . . .	113
6.10.	Rama de las curvas de histéresis de bajo campo aplicado para diferentes espesores del tubo externo. . . . .	114
C.1.	Ilustración de los parámetros geométricos que definen cada cilindro. . . . .	123

# Índice de cuadros

4.1. Parámetros para diferentes arreglos de nanohilos de níquel. . .	78
6.1. Coercividades medidas experimentalmente $H_c^*$ y calculadas analíticamente $H_n$ para nanotubos de Ni de $5 \mu\text{m}$ de largo con una constante de anisotropía $K = 4.5 \times 10^3 \text{ J/m}^3$ . . . .	111
A.1. Parámetros para diferentes materiales tomados de la Ref. [118].	116

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Comentarios generales

Desde el descubrimiento de las propiedades de la magnetita ( $Fe_2O_3$ ) para atraer hierro y alinearse con el campo magnético terrestre, el magnetismo ha estado indisolublemente ligado a la tecnología. Sus aplicaciones se inician alrededor de 1000 años atrás, cuando marineros chinos utilizan la magnetita para desarrollar compases marinos, cuyo uso se extendió a Europa recién en el siglo XIII.

Hasta el siglo XIX las propiedades eléctricas y magnéticas de los materiales eran analizadas como dos fenómenos físicos independientes. En 1820 Oersted demostró que las corrientes eléctricas pueden perturbar la aguja de un compás. Ampere y Faraday explicaron este fenómeno e instalaron los fundamentos para la teoría unificada de la electrodinámica, que fue elaborada por James Clerk Maxwell.

Desde entonces, los imanes permanentes han sido utilizados en numerosas aplicaciones, como transformadores de energía y dispositivos de almacenamiento de información. En micrófonos y generadores eléctricos transforman la energía mecánica de una membrana o un rotor en una energía eléctrica. En parlantes y motores, la energía eléctrica es transformada en energía mecánica. Alrededor del año 1900 se inicia su uso como medio de grabación. Poulsen fue el primero que grabó señales acústicas sobre un hilo ferromagnético. En 1927 la cinta magnética, una cinta de papel cubierta de líquido ferrimagnético seco, fue inventada en Estados Unidos. Casi simultáneamente, en Alemania, se utilizó una cinta cubierta de polvo de hierro. En este caso el material

magnético no era un imán macroscópico, sino estaba formado por pequeñas partículas magnéticas. En la década de 1940 se desarrollaron cintas de óxidos, y poco después de la aparición de los sistemas de sonido, se logró también almacenar señales de video sobre cintas magnéticas.

Con la invención de los computadores digitales surgió la necesidad de almacenar datos sobre medios confiables, rápidos y fáciles de manipular. Las cintas magnéticas, y después los disquetes y los discos duros, probaron ser dispositivos de almacenamiento confiables. La capacidad y densidad de almacenamiento, el tiempo de acceso y la razón de transferencia de datos han sido constantemente perfeccionados gracias a la investigación en materiales magnéticos.

Actualmente existe un gran interés por estudiar las propiedades de sistemas nanométricos. Los materiales con tamaños del orden de los nanómetros pueden exhibir propiedades físicas y químicas muy diferentes de las que presentan en tamaños macroscópicos. Esto ha abierto nuevas fronteras en física, química, ciencia de los materiales, biología y medicina, generando una nueva disciplina, la nanociencia.

Los materiales magnéticos en la escala de los nanómetros exhiben propiedades únicas. Por ejemplo, las partículas magnéticas, bajo un cierto tamaño crítico, presentan magnetización uniforme, lo que se conoce como monodominio. En contraposición, partículas de tamaño mayor presentan una estructura magnética de multidominios. Además, las nanopartículas magnéticas permiten una amplia gama de aplicaciones, como son los medios de grabación magnéticos, sensores de campo magnético, y numerosos usos en biología y medicina a través de, por ejemplo, ferrofluidos. En particular, el foco actual en relación al almacenamiento de información está en la búsqueda de medios con mayor densidad y menor tiempo de acceso a un bit de información. Sin embargo, en la actualidad, es difícil optimizar ambas condiciones simultáneamente. Por ejemplo, los discos duros tienen una capacidad de almacenamiento en el rango de los Terabit con tiempos de acceso del orden de los milisegundos, [1, 2, 3] mientras que las memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAM) tienen capacidades de almacenamiento en el rango de los Megabits con tiempos de acceso del orden de los 10 nanosegundos. [4, 5] Por otro lado, las partículas magnéticas nanométricas pueden ser consideradas como sistemas modelo para el estudio de numerosos fenómenos físicos. Entre otros, podemos mencionar el movimiento Browniano rotacional en ferrofluidos, procesos activados térmicamente en sistemas multiestables, fenómenos cuánticos mesoscópicos, efectos de la interacción dipolar, y la dependencia

de las propiedades de los sólidos sobre sus tamaños.

En 1955, IBM fabricó el primer disco duro con una capacidad de almacenamiento de 5 Mbit y una densidad de grabación de 2 kbit/in<sup>2</sup>. Recién el año 2002 se logró traspasar la barrera de los 100 Gbit/in<sup>2</sup>, y se espera para los próximos años densidades de grabación tan altas como los Tbit/in<sup>2</sup>. Además, se han realizado pruebas utilizando medios formados por arreglos de nanopartículas magnéticas cuyos diámetros están en el orden de los 10 nm, en los cuales cada partícula corresponde a un bit de información. Estas estructuras han pasado exitosamente las pruebas preliminares. [6, 7] Sin embargo, existe un límite inferior para el tamaño de las partículas, el cual establece a su vez un límite superior para la densidad de almacenamiento que es conocido como el límite superparamagnético. Este límite se origina en la menor estabilidad térmica de la magnetización, con la consiguiente pérdida de información, al reducir el tamaño de las partículas. Además, al aumentar la densidad de grabación, la interacción dipolar entre las partículas puede ser muy intensa y modificar la magnetización de cada partícula. Así, con la miniaturización de los dispositivos magnéticos, la necesidad de comprender las propiedades físicas de los sistemas nanométricos es indispensable.

## 1.2. Límite superparamagnético

Cada año, en un disco duro comercial, el número de bits que puede ser almacenado por pulgada cuadrada casi se duplica. Sin embargo, este crecimiento sostenido no puede continuar indefinidamente debido a la existencia de límites físicos. Los principios básicos de la reversión de la magnetización de un monodominio magnético pueden encontrarse en los trabajos de Stoner y Wohlfarth, [8] y Neel. [9] La energía de una partícula magnética con anisotropía uniaxial presenta dos mínimos. Una partícula permanece en uno de estos mínimos hasta que las perturbaciones térmicas la conducen al otro.

La barrera de energía para la reversión de la magnetización de un monodominio aislado, en la ausencia de campo externo, es:

$$\Delta E = K_u V , \quad (1.1)$$

donde  $K_u$  es la constante de anisotropía magnetocristalina uniaxial y  $V$  es el volumen de la partícula. Según la Ley de Arrhenius-Neel, [9] el tiempo promedio para la reversión de la magnetización, debido a perturbaciones

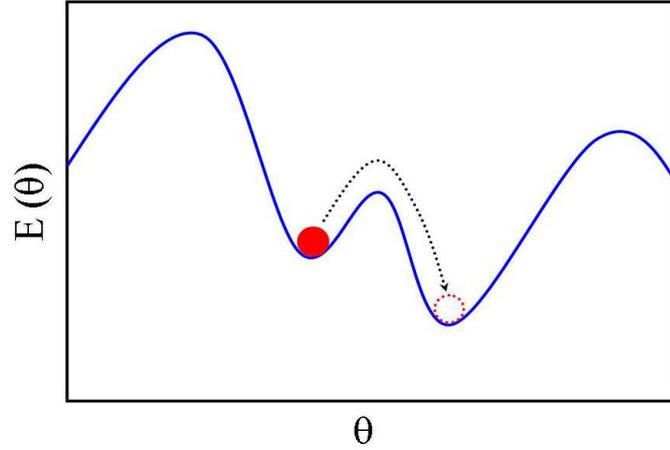


Figura 1.1: Variación de la energía de una partícula magnética como función del ángulo  $\theta$  entre la dirección de la magnetización y el eje fácil de anisotropía. La línea punteada representa la reversión térmica en presencia de una barrera de energía.

térmicas, está dada por

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right),$$

donde  $k_B \approx 1.38 * 10^{-23} \text{ m}^2\text{kg/s}^2\text{K}$  es la constante de Boltzmann,  $T$  es la temperatura absoluta del sistema y  $\tau_0$  es una constante del orden de los nanosegundos. Para asegurar la estabilidad de la orientación de la magnetización (=datos) por un tiempo largo  $\tau$ , el diámetro,  $d$ , de la partícula debe satisfacer la siguiente condición:

$$d > \sqrt[3]{\frac{6k_b T}{\pi K_u} \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)}. \quad (1.2)$$

Como los discos duros requieren de un tiempo de estabilidad  $\tau$  mayor que 10 años, entonces, por ejemplo, para una partícula de cobalto a temperatura ambiente  $d > 9 \text{ nm}$ .

Considerando este límite superparamagnético, Charap *et al.* [10] predijeron en 1997 que en los medios convencionales existe un límite superior para

la densidad de almacenamiento de información de 40 Gbits/in<sup>2</sup>. Considerando esta cifra, numerosos grupos de investigación se han dedicado a buscar métodos alternativos para traspasar este límite. En abril del 2002, la empresa Read-Rite alcanzó los 130 Gbits/in<sup>2</sup>.

## 1.3. Medios de grabación magnéticos: presente y futuro

En esta sección revisaremos algunos aspectos básicos de los medios magnéticos de grabación convencionales y analizaremos la arquitectura de los medios nuevos, que son, o prometen llegar a ser, una solución alternativa a los dispositivos actuales.

### 1.3.1. Medios longitudinales

En los últimos 50 años, el almacenamiento de datos se ha basado en lo que se conoce como grabación longitudinal. En este caso, la magnetización yace paralela a la lámina de grabación magnética y varía entre dos orientaciones estables. En el proceso de escritura, una corriente pasa a través de un cable, generando un campo magnético en el cabezal suficientemente grande como para invertir la orientación de la magnetización en el medio de grabación.

Es común imaginar una lámina de grabación como una colección de granos magnéticos, cada uno de ellos almacenando un bit de información. Sin embargo, la realidad es bastante más complicada: una celda de información contiene cientos de granos y la lectura se basa en la medición de un gradiente de campo magnético creado por la transición entre celdas con magnetización opuesta. Así, dos estados adyacentes con magnetización opuesta pueden ser interpretados como un 1, mientras que la ausencia de esta transición representa un 0. La no uniformidad de los granos, así como las posiciones aleatorias con respecto a los bordes de las celdas, permiten obtener transiciones irregulares. Estas perturbaciones en el gradiente de campo generan una mala señal para el lector.

### Láminas granulares

Las láminas granulares presentan una estructura discreta y están formadas por partículas ferrimagnéticas u óxidos ferromagnéticos. Las partícu-

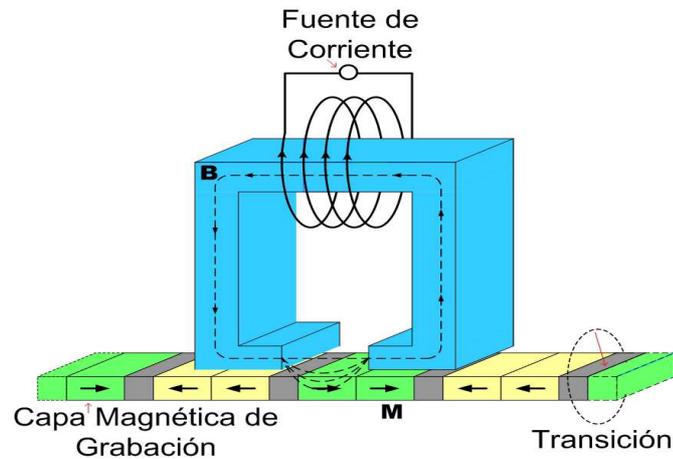


Figura 1.2: Representación esquemática de un típico sistema de grabación longitudinal, incluyendo un cabezal y una lámina de grabación magnética.

las presentan una forma acicular (con una pronunciada anisotropía de forma), con longitudes entre los 200 y 700 nm, un espesor 5-7 veces menor, y una constante de anisotropía magnetocristalina uniaxial  $K_u = 1 - 100 \text{ kJ/m}^3$ , dependiendo de su composición química. Estas láminas se utilizan actualmente en los disquetes.

### Películas delgadas

Las películas delgadas, usualmente de cobalto, presentan una estructura granular continua. En los discos duros modernos, el tamaño de los granos es menor que 10 nm y la anisotropía magnética es principalmente de origen cristalino con una constante de anisotropía uniaxial  $K_u = 0.1 - 10 \text{ MJ/m}^3$ . Como los granos son pequeños y la estructura es continua (factor de empaquetamiento cercano al 100 %, mientras que en los medios granulares está entre el 25 y 40 %), permiten un almacenamiento de alta densidad. Las películas delgadas comenzaron a reemplazar a las láminas granulares a principios de 1990, y son el principal factor del explosivo aumento en la densidad de información experimentado por los discos duros en las últimas dos décadas.

### 1.3.2. Medios perpendiculares

En estos medios los bits presentan una magnetización perpendicular al plano de la lámina. Aunque estos medios han sido estudiados por más de 50 años, en el pasado su alto costo de implementación no permitía reemplazar los medios longitudinales. Desde el año 2004, se han introducido discos duros que utilizan medios perpendiculares, y se espera que alcancen densidades del orden de los Tbit/in<sup>2</sup> en los próximos años.

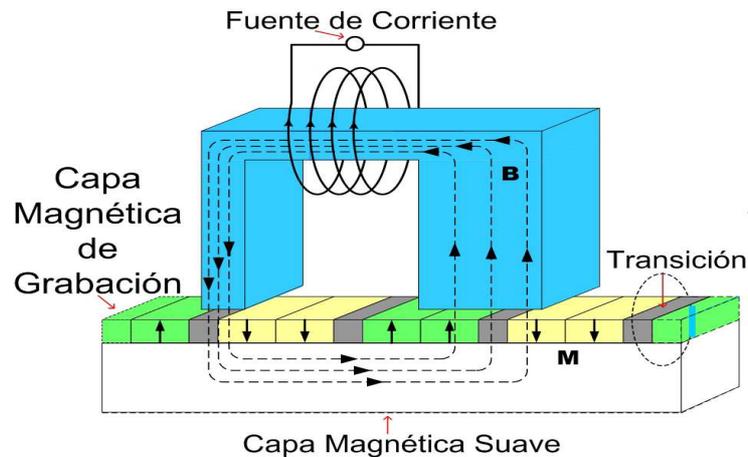


Figura 1.3: Representación esquemática de un típico sistema de grabación perpendicular, incluyendo un cabezal, una lámina de grabación magnética, y una lámina magnética inferior suave.

En estos medios, la magnetización es perpendicular al plano de la lámina, debido a que la anisotropía cristalina uniaxial es mayor que la anisotropía de forma. Actualmente se intenta usar una mezcla de cobalto (con anisotropía uniaxial gigante) con cromo (que reduce la magnetización de saturación  $M_0$  mientras mantiene constante el eje fácil y la constante de anisotropía). [11, 12] La ventaja más importante de estos medios dice relación con la densidad de información y la interacción dipolar. Cuando aumentamos la densidad de grabación en los medios longitudinales, la interacción dipolar favorece la aparición de estructuras magnéticas complejas (por ejemplo, vórtices), mientras que en los medios perpendiculares, la interacción dipolar favorece el orden.

### 1.3.3. Medios con anisotropía gigante y partículas autoensambladas

Si utilizamos materiales magnéticos con anisotropía gigante, podremos reducir el radio crítico de los granos que forman el medio (ver Ec. 1.2). El problema es que el cabezal de escritura impone un límite sobre la coercividad del medio magnético. Para superar esta dificultad podemos emplear métodos asistidos por temperatura. Un haz de láser calienta la región donde queremos escribir un bit. La anisotropía disminuye con la temperatura, lo que hace posible escribir con campos menores. Los principales candidatos como medios magnéticos con anisotropía gigante son las tierras raras tales como NdFeB, Co<sub>5</sub>Sm, FePt o CoPt. Por ejemplo, la anisotropía del Co<sub>5</sub>Sm es alrededor de 20 veces mayor que la del cobalto puro, que es el material comúnmente usado en los discos duros. Además, el Co<sub>5</sub>Sm ofrece granos con diámetros menores que 2.8 nm, térmicamente estables.

Un método alternativo son las llamadas partículas autoensambladas, descubiertas por S. Sun *et al.* [7] Mediante síntesis química fue posible preparar partículas monodispersas de FePt. Estas nanopartículas monodispersas se autoensamblan en un arreglo tridimensional. El tamaño de las partículas puede variar entre los 3 y los 10 nm, y resultan buenas candidatas para implementar el régimen de los Tbit/in<sup>2</sup>.

### 1.3.4. Arreglos de nanoestructuras magnéticas

Los arreglos de nanopartículas magnéticas han sido propuestos como posibles candidatos para la grabación de alta densidad en el rango de los Tbit/in<sup>2</sup>. Las nanopartículas son suficientemente pequeñas, de forma que se comportan como un monodominio (3-12 nm). Las dos orientaciones estables de la magnetización, impuestas por la anisotropía de forma y cristalina, son interpretados como los números binarios 1 o 0.

Como el límite superparamagnético se aplica a todo el bit de información y no a cada uno de los momentos magnéticos que lo componen, podemos escalar el tamaño de estas nanopartículas sin pérdida de la estabilidad térmica. Sin embargo, aún existen problemas para producir partículas magnéticas uniformes y autoensambladas, a bajo costo. [13] Además, es difícil sincronizar el pulso de escritura con la periodicidad del arreglo de partículas, en comparación con las láminas delgadas, en las cuales ligeras variaciones no producen errores en la grabación. [14]

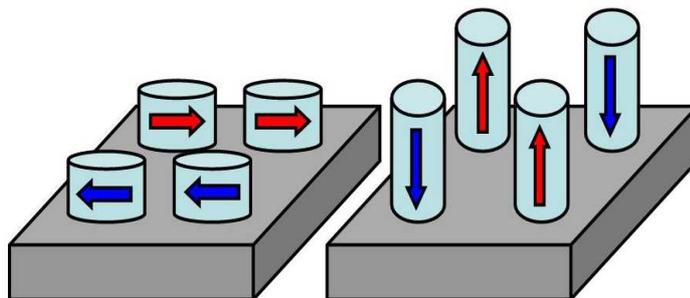


Figura 1.4: Representación esquemática de arreglos de nanoestructuras magnéticas longitudinales (izquierda) y perpendiculares (derecha).

### 1.3.5. Memoria Magnética de Acceso Aleatorio (MRAM)

Al encender un televisor, éste instantáneamente viene a la vida. Sin embargo, con un computador no pasa lo mismo. Hay que esperar unos minutos mientras éste inicia su secuencia de iniciación. Varias compañías están trabajando para lanzar en los próximos años una nueva tecnología que elimine el proceso de iniciación de los computadores. Las memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAM) [15] tienen el potencial de almacenar más datos, acceder a ellos más rápidamente y usar un menor consumo de corriente que las memorias actuales. [4] Se accede a los datos a través de una grilla de líneas de corriente, donde cada intersección representa un bit (celda de MRAM), pudiendo acceder a ellos individualmente. Una vez que estas memorias sean comparables (costo y densidad) a las memorias actuales (basadas en semiconductores), y aprovechando que las MRAM son no volátiles, entonces se podrán usar como una memoria universal. El año 2004, Infineon Technology e IBM fabricaron el primer chip MRAM de 16 MB.

Generalmente, una celda de MRAM consiste de dos láminas magnéticas con coercividades diferentes separadas por un espaciador no magnético. La resistividad de la celda depende de la orientación magnética de cada lámina. Este efecto llamado Magnetoresistencia Gigante (GMR) fue descubierto en 1988, [16] y no sólo introdujo la aparición de las MRAM, sino que también aumentó la sensibilidad de los cabezales de lectura de los discos duros. La magnetización de la lámina magnética dura representa el bit. Cuando una corriente pasa a través de una línea conductora se genera un campo magnético suficientemente fuerte como para que la lámina magnética dura pueda

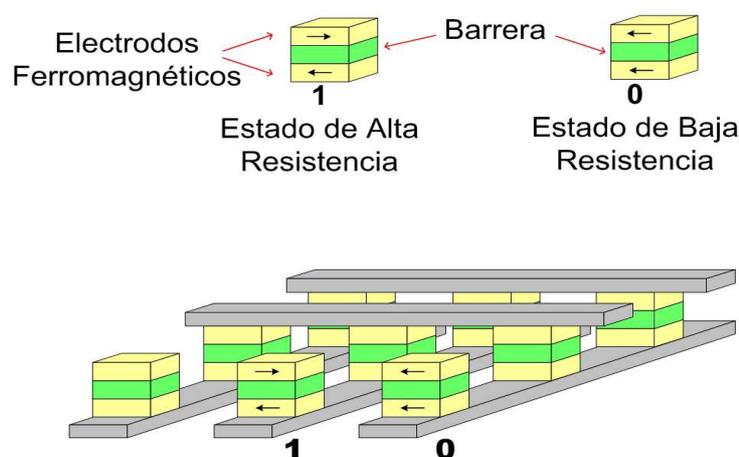


Figura 1.5: Estructura típica de un arreglo para memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAMs).

magnetizarse en la dirección del campo. Por otro lado, la orientación de la magnetización de la lámina magnética suave varía mediante una pequeña corriente, suficientemente débil como para no cambiar el estado de magnetización de la lámina dura. La lámina magnética suave prueba al elemento magnético duro. Dependiendo de la orientación de la lámina magnética dura y la dirección impuesta para la lámina magnética suave, la resistividad cambia. Los elementos de la MRAM se ordenan en un arreglo rectangular y están conectados mediante líneas conductoras, pudiendo seleccionar elementos individuales. Para poder optimizar los elementos de las MRAM, es necesario estudiar el rol de la interacción dipolar entre las láminas magnéticas que componen una celda.

## 1.4. Estructura de la tesis

Este trabajo intenta dar una visión general de los fenómenos físicos que se pueden encontrar en un arreglo de nanopartículas ferromagnéticas. Particularmente, estamos interesados en investigar el rol de la interacción dipolar entre las partículas como función de la geometría y tamaño de éstas, así como de la orientación relativa entre las partículas. Basados en la aproximación semiclásica introducida por Brown [17] es posible obtener analíticamente la

energía de interacción dipolar entre sistemas magnéticos con geometría arbitraria. Algunos de nuestros resultados son presentados como diagramas de fase magnéticos para sistemas interactuantes, que servirán de guía en la fabricación de sistemas magnéticos con propiedades específicas.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera:

En el capítulo 2 introduciremos los principios básicos de la teoría utilizada para el cálculo de las energías involucradas y realizaremos una pequeña revisión de las ecuaciones de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) utilizadas en el compilador OOMMF.

En el capítulo 3 estudiaremos arreglos de nanocilindros magnéticos. Estudiaremos el rol de la interacción dipolar en el core (centro del cilindro con magnetización perpendicular al plano) de estos cilindros, y la dependencia de su tamaño como función del tipo de ordenamiento (paralelo o antiparalelo) presente en el arreglo. Este capítulo reproduce parcialmente la siguiente referencia:

D. Altbir, J. Escrig, P. Landeros, F. S. Amaral, and M. Bahiana, *Vortex core size in interacting cylindrical nanodots*, Phys. Rev. B (enviado).

En el Capítulo 4 introduciremos arreglos de nanohilos magnéticos. Primero calcularemos la energía de interacción dipolar entre dos nanohilos, y extenderemos nuestro resultado a un arreglo cuadrado. Implementado simulaciones numéricas podremos reproducir curvas de histéresis experimentales medidas con SQUID, y comprender el patrón de laberinto observado en imágenes tomadas con MFM. Este capítulo reproduce parcialmente los siguientes trabajos:

D. Laroze, J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Vázquez, and P. Vargas, *A detailed analysis of dipolar interactions and analytical approximations in arrays of magnetic nanowires*, J. Appl. Phys. (enviado).

J. Escrig, D. Altbir, M. Jaafar, D. Navas, A. Asenjo, and M. Vázquez, *Remanence of Ni nanowire arrays: influence of size and labyrinth magnetic structure*, Phys. Rev. B (aceptado).

En el capítulo 5 estudiaremos multicapas con simetría anular. En éstas, un par de anillos ferromagnéticos se disponen separados por un espaciador no magnético. La idea es usar la configuración de vórtice de los anillos, insensible a las rugosidades superficiales, y aprovechar que los anillos magnéticos no presentan un core en la configuración de vórtice, lo que permite que el proceso de reversión sea altamente reproducible. Este capítulo reproduce parcialmente los siguientes trabajos:

J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Bahiana, and J. d'Albuquerque

e Castro, *Magnetic properties of layered nanorings*, Appl. Phys. Lett. **89**, 132501 (2006).

J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Bahiana, and J. d'Albuquerque e Castro, *Role of interactions in layered nanorings*, Int. J. of Nanotechnology (aceptado).

En el Capítulo 6 estudiaremos sistemas magnéticos bifásicos, que se presentan como un promisorio sistema de grabación de alta densidad, y con nuevas propiedades extraordinarias (como el corrimiento de la curva de histéresis debido a la interacción dipolar entre las partículas que componen la estructura bifásica) que abren el campo a nuevas aplicaciones tecnológicas, como pueden ser los sensores magnéticos. Este capítulo reproduce parcialmente los siguientes trabajos:

J. Escrig, D. Altbir, and K. Nielsch, *Magnetic properties of bi-phase micro and nanotubes*, Nanotechnology (aceptado).

# Capítulo 2

## Micromagnetismo

### 2.1. Principios básicos del ferromagnetismo

El estudio de las propiedades magnéticas requiere del conocimiento de los campos eléctrico y magnético en el espacio ocupado por la materia. Dichos campos se obtienen a partir de ecuaciones fundamentales, como son las cuatro ecuaciones de Maxwell.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho & \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

En una formulación usual se considera que los campos magnéticos presentes son cuasi-estáticos (esto es que cualquier cambio en la magnetización toma mucho más tiempo que el requerido para que la luz atraviese la muestra), que no existen corrientes pasando a través de los materiales y no existen campos eléctricos (solo magnéticos). Así, todas las derivadas temporales, campos eléctricos y corrientes pueden ser eliminadas desde las Ecuaciones de Maxwell:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0, \quad \mathbf{J} \rightarrow 0, \quad \mathbf{E} \rightarrow 0 .$$

De esta manera, las cuatro Ecuaciones de Maxwell se reducen sólo a dos, que definen el vector de inducción magnético  $\mathbf{B}$  y el campo magnético total  $\mathbf{H}$ :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{H} = 0 \tag{2.1}$$

La inducción magnética  $\mathbf{B}$  está dada por

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) ,$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío ( $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  N/A<sup>2</sup>), y  $\mathbf{M}$  es la magnetización del material. A su vez, el campo magnético total  $\mathbf{H}$  puede ser escrito como la suma del campo aplicado externo  $\mathbf{H}_a$ , que es el campo que debería existir en la ausencia del medio magnetizable, más el campo demagnetizante  $\mathbf{H}_{dip}$ , debido a la presencia del material:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_{dip} . \quad (2.2)$$

Más adelante describiremos como se obtiene el campo demagnetizante  $\mathbf{H}_{dip}$ .

Los materiales magnéticos pueden clasificarse en tres grupos principales, según sea su respuesta a campos magnéticos externos: los diamagnéticos, los paramagnéticos y los magnéticos permanentes. Entre estos últimos podemos citar a los ferromagnéticos, los antiferromagnéticos y diversos comportamientos magnéticos más complejos. Las materiales **diamagnéticos** o **paramagnéticos** responden linealmente al campo aplicado  $\mathbf{H}_a$ . El momento magnético intrínseco creado en estos materiales es proporcional al campo aplicado,

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} , \quad (2.3)$$

donde  $\chi$  es conocida como la susceptibilidad del material. Para estos materiales, la inducción magnética total medida en la sustancia será proporcional a  $\mathbf{H}$ :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} .$$

Los materiales **diamagnéticos** presentan una susceptibilidad negativa,  $\chi < 0$ . En presencia de un campo magnético externo, se induce un campo interno dentro de la muestra que se opone al campo externo. En este caso, el campo  $\mathbf{M}$  se resta al campo  $\mathbf{H}$ . El diamagnetismo es un efecto muy débil y está presente en todos los materiales. Algunos ejemplos de materiales diamagnéticos fuertes son el hidrógeno, bismuto, plata, cobre y oro. Por otro lado, los materiales **paramagnéticos** presentan una susceptibilidad positiva,  $\chi > 0$ . En presencia de un campo magnético externo, la magnetización intrínseca creada se suma al campo aplicado, por ejemplo, como ocurre en el caso del aluminio, paladio, titanio, magnesio, etc.

Sin embargo, en el caso de los materiales **ferromagnéticos**, su comportamiento magnético no puede ser descrito simplemente por la Ec. (2.3), ya

que estos materiales exhiben un momento magnético residual aún en ausencia de un campo externo aplicado. El ferromagnetismo puede ser descrito fundamentalmente a partir de principios de la mecánica cuántica. El modelo más simple asume que los átomos o moléculas que constituyen la base de un material ferromagnético exhiben un momento magnético permanente  $\mu_m$ , como si fueran imanes atómicos. En la mayoría de los materiales, cada orbital atómico o molecular tiene un nivel de energía igual para los electrones, independiente del espín. Sin embargo, en los materiales ferromagnéticos, algunos de sus orbitales externos poseen energías diferentes, según sea la orientación del espín. De esta forma se origina un exceso de electrones cuyo momento magnético apunta en una dirección dada. Este exceso de espines, promediado sobre todo el cuerpo ferromagnético, es el responsable de la existencia de una magnetización espontánea aún en ausencia de campo aplicado externo.

En un material ferromagnético, al medir el momento magnético total  $\mathbf{M}$  como función de  $\mathbf{H}_a$  obtenemos una curva que depende de la historia de la muestra, como se observa en la Fig. 2.1.

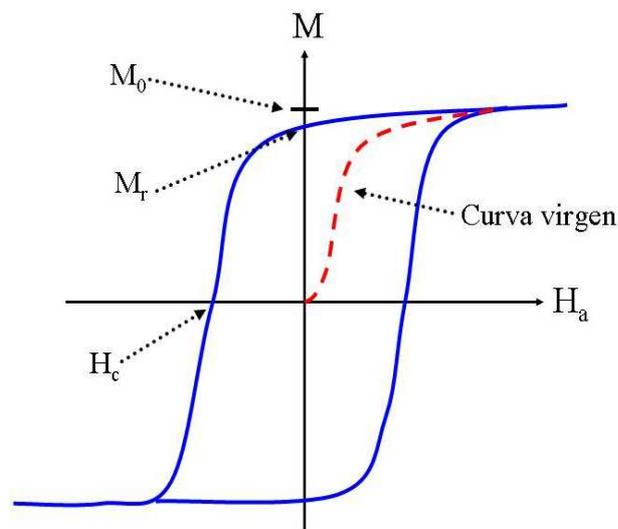


Figura 2.1: La figura muestra una curva de histéresis típica de una muestra ferromagnética.  $M_0$  es la magnetización de saturación,  $M_r$  es la magnetización remanente y  $H_c$  es el campo coercitivo.

Como podemos ver en la Fig. 2.1, si la magnetización del ferromagneto es saturada con un campo suficientemente grande  $\mathbf{H}_a$ , y luego este campo es re-

ducido hasta  $\mathbf{H}_a = 0$ , el material presenta una magnetización remanente  $M_r$  que actúa como si el material pudiera *guardar en su memoria* la perturbación provocada por el campo.

## 2.2. Aproximación del Continuo

Para estudiar estos materiales usaremos una aproximación al continuo conocida como micromagnetismo, en la cual ignoramos los detalles microscópicos de la estructura atómica y consideramos el material, desde un punto de vista macroscópico, como un continuo. [17, 18] En esta aproximación, la magnetización puede definirse a partir del siguiente análisis. Consideremos una región  $\Omega$  ocupada por un cuerpo ferromagnético. Nos centraremos en una pequeña región  $dV$  dentro del cuerpo, definida por el vector de posición  $\mathbf{r}$ . Esta región tiene un volumen  $dV$  suficientemente grande tal que contiene un gran número  $N$  de momentos magnéticos  $\mu_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , pero suficientemente pequeño para que el momento magnético varíe lentamente dentro de él. De esta manera definimos el vector magnetización  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ , tal que el producto  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) dV$  representa el momento magnético neto del elemento de volumen  $dV$ .

## 2.3. Energías involucradas

Para describir las propiedades magnéticas de un ferromagneto debemos calcular primero las distintas contribuciones a la energía de éste. Estas son las energías de intercambio, dipolar o magnetostática, de Zeeman y anisotropía.

- 1.- **Energía de Zeeman**, dada por la interacción con el campo externo.
- 2.- **Energía de Intercambio**, que surge del traslape de las funciones de onda vecinas en el material.
- 3.- **Energía de Anisotropía**, definida por la simetría cristalina del material.
- 4.- **Energía Magnetostática o Campo Demagnetizante**, definida como la interacción entre la magnetización y el campo (demagnetizante) que produce  $\mathbf{M}$ .

### 2.3.1. Energía de Zeeman

En un modelo discreto en el cual cada átomo posee un momento magnético, éste estará dado por

$$\mu_m = g\mu_B \mathbf{S} ,$$

con  $g$  el factor de Landée,  $\mu_B$  el magnetón de Bohr, y  $\mathbf{S}$  corresponde al momento angular total.

La energía de interacción de un momento magnético con el campo externo está dada por

$$e_Z = -\mu_m \cdot \mathbf{B} .$$

La energía de Zeeman total,  $E_Z$ , será

$$E_Z = - \sum_{i=1}^{N_{at}} \mu_{mi} \cdot B ,$$

donde  $N_{at}$  es el número de átomos en un volumen  $V$ . Podemos reescribir esta expresión en una aproximación continua, asumiendo el límite termodinámico de un gran número de átomos  $N_{at}$

$$E_Z = \int_V e_Z dV = -\mu_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_a dV . \quad (2.4)$$

En esta expresión hemos usado que  $\mathbf{M} = n\mu_m$ , con  $n = N_{at}/V$ , y que  $\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$ . El cálculo detallado de esta energía puede encontrarse en la referencia [19]. Este término de energía presenta un mínimo cuando la magnetización,  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ , está completamente alineada con el campo,  $\mathbf{H}_a$ .

### 2.3.2. Energía de Intercambio

La formación de una estructura ferromagnética en un cierto material se debe principalmente a la interacción de intercambio entre sus momentos magnéticos, la que es independiente de la dirección del momento magnético total de la muestra. Esta interacción es un efecto cuántico que resulta de la simetría de las funciones de onda del sistema con respecto al intercambio de las partículas.

La energía de interacción entre un par de átomos vecinos con espín  $\mathbf{S}_i$  y  $\mathbf{S}_j$  está dada por [20]

$$e_{ex} = -J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j , \quad (2.5)$$

con  $J_{ij}$  la constante de acoplamiento entre espines atómicos. Esta constante está dada por el valor de las integrales de intercambio [21, 22] entre las funciones de onda asociadas con los átomos  $i$  y  $j$ . [18] Términos de interacción entre momentos magnéticos más lejanos usualmente se desprecian. Para cada par de átomos en un material ferromagnético,  $J > 0$ , mientras que en un material antiferromagnético,  $J < 0$ .

Para calcular la energía de intercambio total del material,  $E_{ex}$ , tendremos que sumar la ecuación (2.5) sobre todos los pares de primeros vecinos:

$$E_{ex} = -J \sum_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j = -JS^2 \sum_{ij} \cos \phi_{ij} ,$$

donde  $\phi_{ij}$  es el ángulo entre espines vecinos  $\mathbf{S}_i$  y  $\mathbf{S}_j$ . Este ángulo en un material ferromagnético es siempre pequeño, esto es,  $|\phi_{ij}| \ll 1$ , por lo que podemos expandir el coseno a primer orden como

$$E_{ex} = -JS^2 \sum_{ij} \left( 1 - \frac{\phi_{ij}^2}{2} \right) = E_{ex}^0 + \frac{JS^2}{2} \sum_{ij} \phi_{ij}^2 .$$

El primer término,  $E_{ex}^0$ , corresponde a la energía de un ferromagneto con todos los espines alineados. Este término es independiente de la configuración magnética del sistema, de manera que en esta tesis será despreciado, lo que significa simplemente redefinir el cero de energía. El segundo término da cuenta del cambio en la energía debido a la variación de la dirección de la magnetización en átomos vecinos, y está dado por:

$$E_{ex} = \frac{JS^2}{2} \sum_{ij} \phi_{ij}^2 .$$

Ahora, si  $\hat{\mathbf{m}}_i$  y  $\hat{\mathbf{m}}_j$  son vectores unitarios que forman un ángulo pequeño, entonces podemos usar la siguiente aproximación

$$|\hat{\mathbf{m}}_i - \hat{\mathbf{m}}_j|^2 = |\hat{\mathbf{m}}_i|^2 + |\hat{\mathbf{m}}_j|^2 - 2|\hat{\mathbf{m}}_i||\hat{\mathbf{m}}_j|\cos \phi_{ij} = 2(1 - \cos \phi_{ij}) \approx \phi_{ij}^2 ,$$

de manera que  $|\phi_{ij}| \approx |\hat{\mathbf{m}}_i - \hat{\mathbf{m}}_j|$ . Realizando la expansión en serie de Taylor de la variable

$$|\phi_{ij}| \approx |\hat{\mathbf{m}}_i - \hat{\mathbf{m}}_j| \approx \left| \left( r_{ix} \frac{\partial}{\partial x} + r_{iy} \frac{\partial}{\partial y} + r_{iz} \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{m}} \right| \approx |(\mathbf{r}_i \cdot \nabla) \hat{\mathbf{m}}| ,$$

donde  $\mathbf{r}_i$  es el vector que une los momentos magnéticos  $i$  y  $j$ . Finalmente obtendremos que

$$E_{ex} = \frac{JS^2}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\mathbf{s}_i} [(\mathbf{r}_i \cdot \nabla) \hat{\mathbf{m}}]^2 .$$

En esta expresión la primera suma corre sobre toda la partícula, mientras que la segunda sólo sobre los primeros vecinos del átomo  $i$ . Si cambiamos la sumatoria sobre  $i$  a una integral sobre todo el cuerpo ferromagnético, en cristales cúbicos tendremos [18]

$$E_{ex} = A \int [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] dv , \quad (2.6)$$

donde  $A$  es una constante fenomenológica del material definida por:

$$A = \frac{JS^2}{a} c , \quad (2.7)$$

con  $a$  la constante de la red, y  $c = 1, 2$  o  $4$  corresponde a los átomos de la base en una red cúbica simple (SC), una red cúbica centrada en el cuerpo (BCC) y una red cúbica centrada en las caras (FCC), respectivamente.

Es importante tener en cuenta que si la magnetización varía demasiado rápido en una distancia corta,  $E_{ex}$  será muy grande. Físicamente, este término de energía tendrá un efecto suavizante sobre la orientación de los dipolos, de manera que los átomos tienen a permanecer paralelos. La interacción de intercambio domina en un rango corto, esto es, entre átomos que están a una distancia del orden de la longitud de Intercambio  $l_{ex}$ . Esta longitud de Intercambio es la distancia sobre la cual la magnetización será aproximadamente constante, y está determinada por: [18]

$$l_{ex} = \sqrt{\frac{A}{K_m}} , \quad (2.8)$$

donde  $K_m$  es la densidad de energía demagnetizante dada por  $K_m = \frac{1}{2}\mu_0 M_0^2$ .

Valores típicos de algunos materiales ferromagnéticos se encuentran en el Apéndice A.

### 2.3.3. Energía de Anisotropía

La energía de Intercambio es completamente isotrópica y, por lo tanto, no depende de la dirección en la cual está magnetizado el cristal. Si no existiese

otra contribución energética, los materiales magnéticos no presentarían magnetización en ausencia de campo externo aplicado a temperatura distinta de cero. Sin embargo, los materiales reales no son isotrópicos. Un material ferromagnético, en las cintas de audio o video, permanece magnetizado y no pierde su información cuando el campo de escritura está apagado. Esto se debe a la existencia de una contribución a la energía que depende de la dirección de la magnetización respecto de los ejes cristalográficos del material. Esta dependencia se conoce como energía de anisotropía y se origina debido al acoplamiento espín-orbita de los electrones.

La histéresis se debe al hecho de que existe una cierta resistencia, creada por  $E_{ani}$ , cuando la magnetización trata de modificar su dirección fuera de un eje fácil. Esto implica que no todos los ángulos  $\theta$  son igualmente probables para la orientación de los dipolos magnéticos del material cristalino. De esta manera, entre mayor sea nuestro campo de anisotropía, mayor será la coercividad del sistema (ver Fig. 2.1).

Las energías de anisotropía se expresan fenomenológicamente como una expansión en serie de potencias que considera la simetría del cristal, y en la cual los coeficientes se obtienen a partir de resultados experimentales. La energía magnetocristalina es usualmente pequeña comparada con la energía de intercambio. Sin embargo, la dirección de la magnetización depende sólo de la anisotropía.

### Anisotropía Uniaxial

La anisotropía en los cristales hexagonales es función de un sólo parámetro, el ángulo  $\theta$  entre el eje  $c$  y la dirección de la magnetización. A partir de los resultados experimentales se observa que la energía es simétrica con respecto al plano  $ab$ , de modo que podemos modelarla utilizando una serie de potencias pares de  $\cos \theta$ . La energía uniaxial se escribe usualmente como

$$E_{ani} = -K_1 \int m_z^2 dv , \quad (2.9)$$

donde la integración es sobre todo el volumen de la muestra,  $z$  es paralelo al eje cristalográfico  $c$ , y  $m_z = M_z/M_0$ . El coeficiente  $K_1$  es una constante que depende de la temperatura y se obtiene a partir de los experimentos. Cuando  $K_1 > 0$ , la energía de anisotropía admite dos mínimos ( $\theta = 0$  y  $\theta = \pi$ ), en los cuales la magnetización yace a lo largo de la dirección  $z$ , comúnmente conocida como eje fácil. Por el contrario, cuando  $K_1 < 0$ , la

energía es mínima para  $\theta = \pi/2$ , que implica que cualquier dirección en el plano  $xy$  es una dirección fácil, comúnmente conocido como plano fácil.

### Anisotropía Cúbica

Consideremos un cristal cúbico con ejes  $x, y, z$  a lo largo de los ejes cristalográficos. En este caso, la expansión debe ser invariante al realizar cualquier permutación de los ejes. Nuevamente despreciamos las potencias impares y entonces la expansión de segundo orden será  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$ , por lo que podemos despreciarla. De esta manera la expansión comienza con términos de cuarto orden,

$$E_{ani} = K_1 \int (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2) dv . \quad (2.10)$$

Cuando  $K_1 > 0$ , existen 6 mínimos de energía equivalentes correspondientes a las direcciones  $x, y, z$ , positivas y negativas. Por el contrario, cuando  $K_1 < 0$  aparece una situación más compleja. De hecho, hay 8 mínimos equivalentes que apuntan a los vértices del cubo. Por ejemplo, tenemos  $K_1 > 0$  en el hierro, con el eje fácil en la dirección (100), mientras que para el níquel tenemos  $K_1 < 0$ , con el eje fácil a lo largo de la diagonal (111).

### Anisotropía de Forma

La anisotropía de forma surge de las propiedades magnetostáticas internas de la partícula. Esta anisotropía de forma es simplemente una manera de escribir la energía dipolar interna de la partícula, la que estudiaremos con detalle en la siguiente sección. Para una partícula esférica uniformemente magnetizada, la dirección de la magnetización en ausencia de campo externo es paralela a su eje de anisotropía magnetocristalino fácil. Esta partícula no presenta anisotropía de forma. Sin embargo, para cualquier partícula no esférica, la dirección de la magnetización es influenciada fuertemente por su forma. Por ejemplo, en un elipsoide de revolución uniformemente magnetizado, se forman polos magnéticos libres en sus superficies. Como resultado, se produce un campo demagnetizante en el interior del elipsoide debido al potencial de estos polos libres. De esta manera, tendremos una energía de anisotropía de forma (dipolar) que se escribe usualmente como  $E_{dip} = \frac{1}{2} \mu_0 M_0^2 V (N_x m_x^2 + N_y m_y^2 + N_z m_z^2)$ , donde  $m_x, m_y$  y  $m_z$  son las componentes de la magnetización y  $N_x, N_y$ , y  $N_z$  son los factores demagnetizantes

relativos a los ejes  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente. Para un elipsoide de revolución, la energía magnetostática está dada por

$$E_{dip} = \frac{1}{2}\mu_0 M_0^2 V (N_z \cos^2 \theta + N_x \sin^2 \theta) ,$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre la magnetización y el eje polar- $z$ ,  $N_z$  es el factor demagnetizante a lo largo del eje polar, y  $N_x (= N_y)$  es el factor demagnetizante a lo largo del eje ecuatorial. La ecuación anterior se escribe frecuentemente como [18]

$$E_{dip} = \frac{1}{2}\mu_0 M_0^2 V (N_x - N_z) \sin^2 \theta ,$$

donde se ha omitido un término de energía constante.

La ecuación anterior puede ser escrita como  $E_{dip} = K_S V \sin^2 \theta$ , donde  $K_S = \frac{1}{2}\mu_0 M_0^2 (N_x - N_z)$  es la constante de anisotropía de forma. Para un elipsoide con  $K_S > 0$ , tendremos un eje fácil identificado por dos mínimos de energía a lo largo del eje polar  $\pm z$ . Por el contrario, para un elipsoide con  $K_S < 0$ , tendremos un plano fácil (plano ecuatorial  $XY$ ). Esta energía también contribuirá a la *memoria* de los materiales ferromagnéticos.

#### 2.3.4. Energía Magnetostática

La energía demagnetizante,  $E_{dip}$ , corresponde a la interacción entre la magnetización del material y el campo demagnetizante,  $\mathbf{H}_d$ , función a su vez de la magnetización de la partícula, introducido en (2.2). Si este campo es producido por la misma partícula magnetizada uniformemente, entonces la energía magnetostática corresponde a la anisotropía de forma. A continuación se explica como obtener la energía magnetostática como función de este campo  $\mathbf{H}_d$ . Si bien el cálculo considera inicialmente la naturaleza discreta de una partícula, al final se debe utilizar la aproximación del continuo. Sin embargo es importante tener en cuenta que esta no es una suposición arbitraria, como se verá a continuación. El cálculo será desarrollado en unidades CGS, tal y como lo ilustró Aharoni en su libro [18].

#### Esfera físicamente pequeña

Consideremos una red de dipolos magnéticos, con el momento magnético  $\mu_i$  en el sitio  $i$  de la red y sea  $\mathbf{h}_i$  la intensidad del campo en el punto  $i$  debido

a todos los otros dipolos. En ausencia de fluctuaciones térmicas, la energía potencial del sistema será

$$E_{dip} = -\frac{1}{2} \sum_i \mu_i \cdot \mathbf{h}_i ,$$

donde el factor  $\frac{1}{2}$  se introduce para evitar el doble conteo de las interacciones.

Consideremos una esfera alrededor del punto  $i$ . Si su radio  $R$  es suficientemente grande comparado con la celda unitaria del material, todos los dipolos fuera de esta esfera pueden ser considerados como un continuo. Si además el radio  $R$  es del orden de la longitud de intercambio, entonces el campo al interior de la esfera será uniforme. De esta forma, el campo  $\mathbf{h}_i$  es el campo continuo de todo el material,  $\mathbf{H}_d$ , menos el campo continuo dentro de la esfera,  $\mathbf{H}_{esf} = -\frac{4\pi}{3}\mathbf{M}$ , y sumándole el campo debido a los dipolos discretos dentro de la misma esfera,  $\mathbf{h}'_i$ :

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{H}_{dip} + \frac{4\pi}{3}\mathbf{M} + \mathbf{h}'_i .$$

En esta expresión

$$\mathbf{h}'_i = \sum_{|\mathbf{r}_{ij}| < R} \left[ -\frac{\mu_j}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} + \frac{3(\mu_j \cdot \mathbf{r}_{ij}) \mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|^5} \right] , \quad (2.11)$$

con  $\mathbf{r}_{ij}$  un vector que apunta desde el sitio  $i$  al sitio  $j$  de la red. En una esfera físicamente pequeña es posible, por ejemplo, escribir la componente  $x$  del campo en coordenadas cartesianas como

$$\mathbf{h}'_{ix} = \sum \left[ -\frac{\mu_x}{r_{ij}^3} + \frac{3x_{ij}(\mu_x x_{ij} + \mu_y y_{ij} + \mu_z z_{ij})}{r_{ij}^5} \right] . \quad (2.12)$$

Si el cristal tiene simetría cúbica, la suma sobre una esfera del término con  $x_{ij}y_{ij}$  o con  $x_{ij}z_{ij}$  se anula, ya que existe igual contribución de términos positivos y negativos. Además, en una red con simetría cúbica,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  son intercambiables, y por lo tanto

$$\sum \frac{x_{ij}^2}{r_{ij}^5} = \sum \frac{y_{ij}^2}{r_{ij}^5} = \sum \frac{z_{ij}^2}{r_{ij}^5} = \frac{1}{3} \sum \frac{x_{ij}^2 + y_{ij}^2 + z_{ij}^2}{r_{ij}^5} = \frac{1}{3} \sum \frac{1}{r_{ij}^3} ,$$

de modo que  $\mathbf{h}'_{ix} = 0$ , lo que ocurre para las otras componentes en la Ec. (2.11). Si la simetría cristalina no es cúbica, la suma no es cero, aunque a

partir de la forma de la Ec. (2.12) es obvio que  $\mu_x$  puede sacarse de la suma. Una situación equivalente ocurre en las otras componentes del campo. En conclusión, al asumir que  $\mathbf{M}$  puede aproximarse por una constante dentro de la esfera,  $\mathbf{h}'_i$  es una función lineal de las componentes de  $\mathbf{M}$ , con componentes que dependen sólo de la simetría cristalina. [18] En otras palabras

$$\mathbf{h}'_i = \overleftrightarrow{\Lambda} \cdot \mathbf{M} ,$$

donde  $\overleftrightarrow{\Lambda}$  es un tensor que depende de la simetría cristalina, nulo para simetrías cúbicas. La energía magnetostática es entonces

$$E_{dip} = -\frac{1}{2} \int_V \mathbf{M} \cdot \left( \mathbf{H}_{dip} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{M} + \overleftrightarrow{\Lambda} \cdot \mathbf{M} \right) dv ,$$

donde la integración es sobre toda la partícula ferromagnética.

El segundo término de la integral contiene  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{M} = M_0^2$ , que es una constante que sólo depende de la temperatura, y no de la distribución espacial de  $\mathbf{M}$ . Por lo tanto este término será omitido, lo que significa redefinir el cero de la energía magnetostática, y no tiene ningún efecto a la hora de minimizar la energía. [18] El último término corresponde a una densidad de energía  $\mathbf{M} \cdot \overleftrightarrow{\Lambda} \cdot \mathbf{M}$ , la cual tiene la estructura formal de la densidad de energía de anisotropía. Así este término puede ser incluido como una anisotropía si  $\overleftrightarrow{\Lambda}$  es diferente de cero. Es conveniente hacer esto, ya que las constantes de anisotropía se obtienen a partir de valores experimentales que ya consideran este término.

Finalmente, la energía magnetostática está dada por una relación similar al término de Zeeman: [19]

$$E_{dip} = -\frac{\mu_0}{2} \int_V \mathbf{H}_{dip} \cdot \mathbf{M} dv . \quad (2.13)$$

El factor  $\frac{1}{2}$  que aparece en esta ecuación (y no en la energía de Zeeman (2.4)) tiene relación con que la fuente de  $\mathbf{H}_{dip}$  es  $\mathbf{M}$ , es decir, ésta es una autoenergía. [23]

### Campo Demagnetizante

El campo magnetostático o demagnetizante,  $\mathbf{H}_{dip}$ , originado por  $\mathbf{M}$ , puede calcularse aplicando las ecuaciones deducidas en (2.1):

$$\nabla \times \mathbf{H}_{dip} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_{dip} = -\nabla \cdot \mathbf{M} .$$

Como el rotor de  $\mathbf{H}_{dip}$  es cero, este campo puede obtenerse como el gradiente de un cierto potencial escalar - el potencial demagnetizante  $U_d$ :

$$\mathbf{H}_{dip} = -\nabla U_{dip} .$$

Para entender la fuente de este campo demagnetizante podemos pensar en el campo eléctrico análogo. Si tenemos un material con una cierta polarización  $\mathbf{P}$  dentro de éste, la polarización creará cargas eléctricas sobre la superficie del material. Estas cargas serán responsables de la creación de un potencial electrostático, descrito por la ecuación de Poisson. [23] En un material ferromagnético ocurre un efecto similar con la magnetización, en lugar de la polarización. Como  $\mathbf{M}$  es continua dentro del material, existirá una densidad de carga magnética efectiva  $\rho$ , definida por la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 U_{dip} = \nabla \cdot \mathbf{M} = -\rho .$$

Sin embargo, sobre las superficies, la magnetización  $\mathbf{M}$  dejará de ser continua y saltará bruscamente desde  $M_0$  a 0. Debido a esto aparecerán cargas magnéticas superficiales en los bordes del material con una densidad  $\sigma$  dada por:

$$U_{dip}^{out} = U_{dip}^{in} , \quad \left. \frac{\partial U_{dip}}{\partial n} \right|_{out} - \left. \frac{\partial U_{dip}}{\partial n} \right|_{in} = -\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\sigma ,$$

donde  $\hat{\mathbf{n}}$  es el vector unitario normal a la superficie. Físicamente, las cargas magnéticas emergen sobre una superficie cuando la magnetización tiene una componente normal a esa superficie. Estas cargas son la fuente del campo demagnetizante que será opuesto a la magnetización normal del material. Así, este término energético favorecerá que la magnetización sea paralela a las superficies.

Después de calcular las distribuciones de carga  $\rho(\mathbf{r})$  y  $\sigma(\mathbf{r})$ , el potencial demagnetizante se obtiene como sigue

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\hat{\mathbf{n}}' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' . \quad (2.14)$$

Minimizar esta energía  $E_{dip}$  significa rotar los dipolos magnéticos de la muestra, de manera que creen el mínimo de cargas magnéticas sobre las superficies, lo que causa que el material se subdivide en diferentes dominios magnéticos (ver Fig. 2.2) orientados en direcciones opuestas (como propuso previamente Weiss, en 1907 [24]). De esta manera, las cargas magnéticas

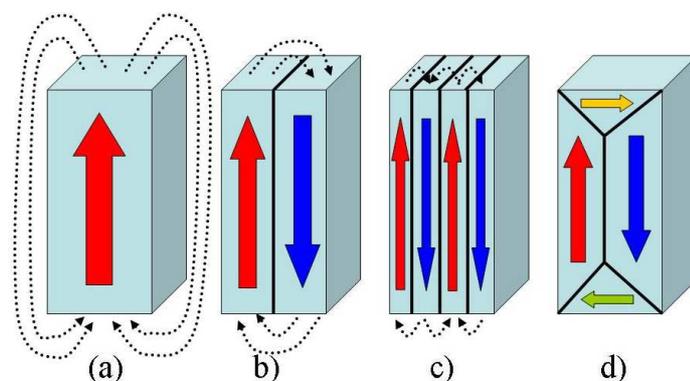


Figura 2.2: Representación esquemática del rompimiento de la magnetización en dominios. (a) monodominio, (b) dos dominios, (c) cuatro dominios y (d) dominios cerrados.

formadas por un cierto dominio cancelarán las cargas de los dominios adyacentes, reduciendo  $E_{dip}$ . [18, 19]

El balance entre la energía de intercambio y la energía dipolar será responsable de la formación de los dominios magnéticos, que están separados por paredes con un espesor del orden o mayor (100 nm) que la longitud de intercambio,  $l_{ex}$ , [18, 19] como se ilustra en la Fig. 2.3.

El espesor de estas paredes de dominio, sin embargo, estará influenciado por la energía de anisotropía. Esta energía fuerza a los momentos magnéticos a alinearse a lo largo de un eje fácil. Supongamos que tenemos dos dominios antiparalelos que yacen a lo largo del eje fácil de la muestra. Los dipolos en la pared de dominio tendrán que rotar fuera del eje fácil, y por esta razón, la energía de anisotropía preferirá crear paredes muy delgadas, mientras que la energía de intercambio tratará de agrandarlas.

### 2.3.5. Energía Magnetoelástica

Otra contribución, la energía magnetoelástica que surge a partir de la magnetostricción, será omitida en esta tesis. Cuando un ferromagneto está magnetizado, éste se expande en la dirección de la magnetización, que está definida como el momento magnético por unidad de volumen. Sin embargo, en los sistemas que estudiaremos, en general la magnetización de saturación permanece constante, por lo que no debiera cambiar el tamaño de la partícula,

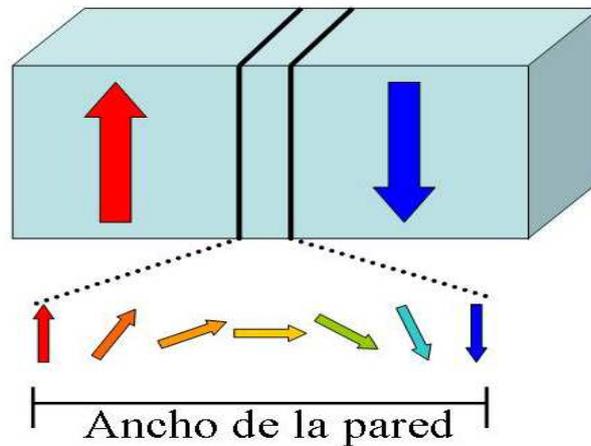


Figura 2.3: Representación esquemática de una pared de dominio de  $180^\circ$ .

permitiéndonos descartar este efecto. Por otro lado, gran parte de la magnetostricción interna en un cristal ferromagnético puede expresarse como una anisotropía magnetocristalina. Si las constantes de anisotropía son obtenidas a partir de resultados experimentales, el efecto de la magnetostricción ya estará incluido en la energía de anisotropía. De esta forma, esta contribución no será considerada en esta tesis.

## 2.4. Interacciones entre las partículas

En la sección 1.2, hemos revisado el proceso de relajación de un sistema de partículas magnéticas aisladas. En esta situación, y en el marco del modelo de Neel-Brown, el sistema se encuentra en un régimen superparamagnético en el cual la evolución temporal de la magnetización es gobernada por la activación térmica de la barrera de energía individual de cada partícula. Cuando las interacciones entre las partículas (por ejemplo, las interacciones dipolares) son no despreciables, el comportamiento del sistema es sustancialmente más complejo y el problema se torna no trivial. Las principales interacciones magnéticas que pueden estar presentes en nanopartículas son:

1.- **Interacción Dipolar**, de largo alcance. Sus efectos serán estudiados a lo largo de esta tesis.

2.- **Interacción de Intercambio mediante Efecto Túnel**, de gran

importancia cuando las partículas están solo a unos pocos nanómetros de distancia. [25]

3.- **Interacción de Intercambio Directo**, la que es dominante cuando partículas vecinas son ferromagnéticas.

4.- **Interacción RKKY o Intercambio Indirecto**, interacción entre partículas magnéticas mediada por electrones de conducción en un medio no magnético. [26]

5.- **Interacción de Superintercambio**, la que aparece cuando la matriz en la cual están inmersas las partículas ferromagnéticas es aislante.

Estas interacciones producen cambios profundos en las propiedades dinámicas de las partículas. Las interacciones modifican la barrera de energía que aparece debido a la contribución de la anisotropía de cada partícula. La reversión del momento de una partícula puede modificar las barreras de energía del arreglo.

Todas las interacciones previamente descritas, excepto la interacción dipolar, decaen rápidamente con la distancia, por lo que podremos despreciar estas contribuciones si escogemos una separación  $d$  entre las partículas suficientemente grande. Generalmente, estas interacciones son despreciables si consideramos espaciadores mayores que unos pocos nanómetros, siendo este límite no mayor que la longitud de intercambio  $l_{ex}$  del material. A lo largo de esta tesis centraremos nuestra atención en sistemas en los que  $d \geq l_{ex}$ , de manera que solo consideraremos la interacción dipolar entre las partículas.

La **interacción dipolar** es muy relevante al estudiar la magnetización relativa de elementos de un mismo arreglo. La **energía dipolo-dipolo** entre dos momentos magnéticos  $\mu_i$  y  $\mu_j$  separados por una distancia  $r_{ij}$  está dada por

$$E_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\mu_i \cdot \mu_j - 3(\mu_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_{ij})(\mu_j \cdot \hat{\mathbf{n}}_{ij})]}{r_{ij}^3}, \quad (2.15)$$

donde  $\hat{\mathbf{n}}_{ij}$  el vector unitario a lo largo de la dirección que conecta los dos momentos magnéticos. Esta energía es de largo alcance y anisotrópica y puede favorecer alineamientos paralelos o antiparalelos de los elementos de un sistema de partículas según sea la distribución geométrica de éstas.

Desde el punto de vista experimental, el problema de las interacciones entre las partículas es un problema muy complejo. En un arreglo experimental no existe unicidad en la geometría y tamaño de los elementos, lo que dificulta la interpretación de los resultados. Por un lado, es complicado separar el efecto de la interacción de los efectos de distribuciones aleatorias de formas,

tamaños y ejes de anisotropía. Por otro lado, desviaciones de tamaño pueden hacer presentes diversas interacciones simultáneamente, haciendo bastante difícil separar el efecto de cada una de ellas, más aún cuando los detalles microscópicos de la muestra no son perfectamente conocidos.

Basados en la aproximación semiclásica introducida por Brown [17] es posible obtener analíticamente la energía de interacción dipolar entre sistemas magnéticos con geometría arbitraria. En el caso de un sistema de partículas magnéticas interactuantes, la magnetización total será  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{M}_i(\mathbf{r})$ , donde  $\mathbf{M}_i(\mathbf{r})$  es la magnetización de la  $i$ -ésima partícula. En este caso, el potencial magnetostático  $U(\mathbf{r})$  se separa en  $N$  componentes,  $U_i(\mathbf{r})$ , asociadas con la magnetización de cada partícula individual. De esta manera, la energía magnetostática es  $E_{dip} = \sum_{i=1}^N E_{dip}(i) + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N E_{int}(i, j)$ , donde

$$E_{dip}(i) = \frac{\mu_0}{2} \int \mathbf{M}_i(\mathbf{r}) \nabla U_i(\mathbf{r}) dv \quad (2.16)$$

es la contribución dipolar a la autoenergía de la  $i$ -ésima partícula, y

$$E_{int}(i, j) = \mu_0 \int \mathbf{M}_i(\mathbf{r}) \nabla U_j(\mathbf{r}) dv \quad (2.17)$$

es la interacción dipolar entre ellas.

## 2.5. Minimización de la energía

La energía total de un sistema magnético es un funcional de la magnetización generalmente dado por

$$E_{tot} = E_{ex} + E_{ani} + E_{dip} + E_Z ,$$

donde  $E_{ex}$  es la energía de intercambio,  $E_{ani}$  es la contribución de anisotropía,  $E_{dip}$  es el término dipolar y  $E_Z$  es la contribución del campo externo aplicado. A partir de esta ecuación, si conocemos la distribución de la magnetización dentro de cada partícula ferromagnética del sistema, podemos calcular la energía total. En esta tesis consideraremos configuraciones magnéticas ideales, y calcularemos la energía total de cada una de estas configuraciones como función de la geometría de las partículas. Presentaremos algunos de nuestros resultados en diagramas de fase que ilustran las configuraciones magnéticas de mínima energía como función de la forma y tamaño de las partículas estudiadas.

## 2.6. Micromagnetismo numérico

Desde el punto de vista numérico, estudiar el comportamiento magnético de nanopartículas no es una tarea simple. Las partículas nanométricas pueden contener alrededor de  $10^8$  momentos magnéticos, sujetos a interacciones de corto (intercambio y anisotropía) y largo (dipolar) alcance. Como consecuencia, con las instalaciones computacionales actuales, el estudio del comportamiento de sus momentos magnéticos individuales está fuera de alcance debido al gran tiempo computacional necesario. Así, es necesario introducir algunas aproximaciones que permitan trabajar numéricamente con estos sistemas.

Una posibilidad es operar a escalas macroscópicas considerando que la partícula esta compuesta de pequeñas celdas que son, a su vez, suficientemente grandes para permitir trabajar con una aproximación continua de la magnetización. Esta es la base del micromagnetismo numérico. Claramente, a medida que consideramos más celdas unitarias, la descripción del sistema será mejor. Sin embargo, el número de celdas permitidas está limitado por el tiempo computacional. A continuación se presentan muy resumidamente las bases del micromagnetismo numérico.

### 2.6.1. Ecuación Diferencial de Brown

Consideremos una partícula ferromagnética en la cual la magnetización es alguna función del espacio,  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ . La energía total del sistema puede calcularse si  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$  es conocido. El problema entonces es determinar  $\mathbf{m}(\mathbf{r})$  de manera que la energía total sea un mínimo. Brown [17, 18] minimizó esta energía considerando una pequeña variación del vector de magnetización alrededor de  $\mathbf{m}_0$ , limitada por la restricción de que la magnitud de  $\mathbf{m}$  debe ser 1. De esta manera obtuvo la ecuación diferencial de Brown, dada por

$$\mathbf{m} \times \left( 2A \nabla^2 \mathbf{m} + M_0 \mathbf{H} - \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{m}} \right) = 0 ,$$

donde

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_{dip} .$$

Esta ecuación implica que el torque es cero en todas partes, y que la magnetización es paralela a un campo efectivo,

$$\mathbf{H}_{eff} = \frac{2A}{M_0} \nabla^2 \mathbf{m} + \mathbf{H} - \frac{1}{M_0} \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{m}} . \quad (2.18)$$

Además tenemos que considerar las condiciones de borde, que pueden ser escritas en la forma vectorial

$$\mathbf{m} \times \left( 2A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} + \frac{\partial w_s}{\partial \mathbf{m}} \right) = 0 . \quad (2.19)$$

En este caso  $w_s$  es la anisotropía superficial, comúnmente despreciada.

### 2.6.2. La ecuación dinámica (LLG)

La dependencia de la magnetización respecto del tiempo puede obtenerse directamente a partir de la precesión de la magnetización en un campo magnético, considerando el campo efectivo (2.18). Otros métodos también pueden usarse [17] para derivar el mismo resultado, esto es

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} , \quad \mathbf{H}_{eff} = \frac{2A}{M_0} \nabla^2 \mathbf{m} + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_{dip} - \frac{1}{M_0} \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{m}} \quad (2.20)$$

donde  $t$  es el tiempo,

$$\gamma_0 = \frac{g |e|}{2m_e c}$$

es la razón giromagnética y  $g$  es el factor de Landée. En cierto sentido, la ecuación de Brown (Ec. (2.18)) puede considerarse como un caso particular de la Ec. (2.20), la que entrega el equilibrio estático cuando no hay variación temporal. Las condiciones de borde son las mismas que en el caso estático (2.19).

Esta ecuación representa una precesión no amortiguada de la magnetización. Sin embargo, el cambio de la magnetización observado en experimentos muestra que decae en un tiempo finito. El amortiguamiento no ha sido aún derivado teóricamente y debe ser añadido como un término fenomenológico. Una manera de añadir este término es modificar la Ec. (2.20) como

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times \left( \mathbf{H}_{eff} - \eta \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right) ,$$

donde  $\eta$  es un parámetro de amortiguamiento fenomenológico. Esta ecuación se conoce como la ecuación de Gilbert y es equivalente a una formulación anterior presentada por Landau y Lifshitz. Es así que actualmente es conocida como Ecuación de Landau-Lifshitz-Gilbert.

### 2.6.3. OOMMF

OOMMF (Object Oriented MicroMagnetic Framework) es un proyecto en la División Matemática y de Ciencias de la Computación (MCSD) de ITL/NIST, en cercana cooperación con  $\mu$ MAG, con el objeto de desarrollar programas y herramientas para micromagnetismo. En este código, la configuración de magnetización inicial y los parámetros externos, como el campo aplicado, son conocidos e ingresados como la entrada. Luego, el programa calcula paso a paso la configuración de magnetización que disminuye la energía hasta que el torque sea menor que un cierto valor en cada punto del sistema. El programa discretiza el problema en celdas cúbicas. El tamaño de las celdas debe ser menor que la longitud característica sobre la cual la magnetización varía, es decir, el ancho de una pared de dominio. Dependiendo del problema, tenemos que considerar la longitud de intercambio (pared de Neel) o el ancho de la pared de Bloch:

$$l_{ex} = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_0^2}}, \quad l_b = \sqrt{\frac{A}{K}}.$$

Existen varios programas que trabajan resolviendo la ecuación de LLG, sin embargo, nosotros usaremos en esta tesis el código OOMMF. [27]

# Capítulo 3

## Arreglo de cilindros magnéticos

En este capítulo investigaremos el efecto de la interacción entre cilindros magnéticos en un arreglo cuadrado. Mediante cálculos analíticos determinaremos el tamaño del core como función de la distancia y número de cilindros en el arreglo. Parte de este capítulo será publicado en la referencia [28].

### 3.1. Introducción

Los arreglos bidimensionales de nanopartículas magnéticas han sido objeto de considerable atención debido fundamentalmente a los avances en las técnicas de preparación, fabricación y caracterización, así como a sus potenciales aplicaciones en tecnología. Estas aplicaciones incluyen memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAM), [29, 30, 31] medios de almacenamiento magnéticos de alta densidad [32, 33] y sensores miniaturizados. En la práctica, resulta complejo caracterizar experimentalmente el comportamiento magnético de estas nanoestructuras, por lo que estudios teóricos pueden ser de gran utilidad en estos sistemas. De particular interés es la determinación de las configuraciones magnéticas estables y los mecanismos de reversión de la magnetización, los que están fuertemente determinados por la forma y geometría del elemento. De hecho, a pequeñas escalas de tamaño, se ha establecido que la forma del elemento es fundamental en la definición de los mecanismos de reversión de la magnetización. De este modo se ha dirigido un gran esfuerzo para encontrar la geometría que proporciona el modo de reversión más simple, rápido y reproducible, requisitos esenciales para potenciales aplicaciones. [30, 34, 35] El primer paso cuando investigamos una nueva

geometría es considerar conceptualmente cuales configuraciones magnéticas estables están permitidas. Para ello debemos considerar las contribuciones de la energía dipolar, energía de intercambio y anisotropía. [18] Los mínimos locales en la energía total corresponden a estados accesibles estables (o metaestables) del sistema. Mediciones magnéticas, [36, 37] simulaciones numéricas [38] y cálculos analíticos [39] sobre partículas cilíndricas han identificado tres configuraciones magnéticas básicas, conocidas como ferromagnética con la magnetización paralela a la base del cilindro, ferromagnética con la magnetización paralela al eje del cilindro, y un estado de vórtice, donde la mayoría de los momentos magnéticos yacen paralelos a la base del cilindro, como se ilustra en la Fig. 3.1.

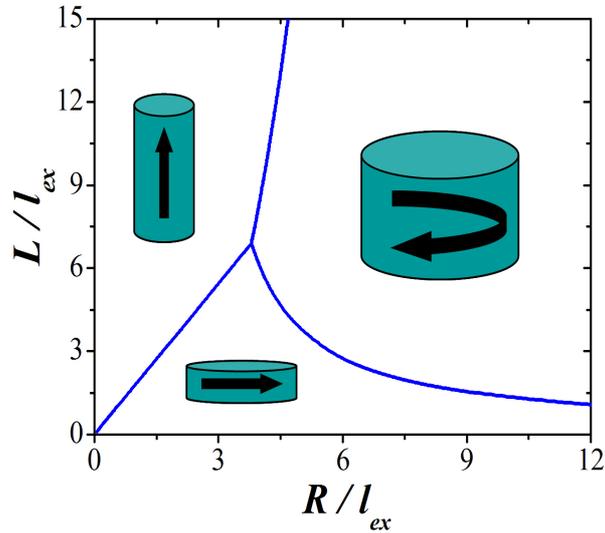


Figura 3.1: Diagrama de fase para cilindros nanométricos aislados obtenido por Landeros *et al.* [41] Las dimensiones han sido normalizadas a la longitud de intercambio  $l_{ex}$  que caracteriza el material magnético.

Para controlar la reversión de la magnetización necesitamos tener un estado remanente bien definido. Sin embargo, debido al campo demagnetizante, la dirección de la magnetización se desvía cerca de los bordes [40] formando estructuras magnéticas no uniformes (como los estados flower y leaf, así como también los dominios de cierre). [35] De esta manera, la configuración de la magnetización en estos elementos está definida por la forma de los bordes,

siendo además muy sensible a las fluctuaciones de forma y rugosidades superficiales. Esta inhomogeneidad en la magnetización domina las propiedades de reversión magnética, actuando como un sitio de nucleación a partir del cual surgen complejos mecanismos de reversión. Estos pueden llevarnos a diferentes estados remanentes, dependiendo de la historia del campo aplicado. Una solución posible para superar estas dificultades, en elementos cilíndricos, es usar el estado de vórtice que presenta un flujo magnético cerrado en el cual las rugosidades superficiales y dominios de cierre juegan un rol secundario.

Por otro lado, el acoplamiento dipolar entre las partículas juega un rol fundamental en la determinación de sus propiedades magnéticas. Guslienko *et al.* [41] encontraron que si la distancia entre las partículas vecinas es menor que su tamaño, el acoplamiento magnético afecta la estructura micromagnética y el proceso de reversión de la magnetización del sistema. El efecto de la interacción entre las partículas es, en general, complejo, debido a que los campos dipolares dependen del estado de magnetización de cada elemento, que a su vez depende de los campos debido a los elementos adyacentes. [42] Además, en la configuración de vórtice, la interacción dipolar entre los cilindros se debe únicamente a la existencia de un core central, [43, 44] donde los momentos magnéticos presentan una componente paralela al eje del cilindro distinta de cero. En este caso, es relevante entender como la geometría del core es afectada por la interacción dipolar entre las partículas. Recientemente, Porrati *et al.* [45] investigaron un arreglo de cilindros de hierro mediante simulaciones micromagnéticas y observaron que las interacciones dipolares dentro del arreglo producen un cambio en el tamaño del core magnético. Sin embargo, cálculos analíticos y simulaciones de Monte Carlo de estas interacciones no se han presentado aún. En este capítulo consideraremos un arreglo bidimensional de nanocilindros y estudiaremos el efecto del acoplamiento magnetostático como función de los parámetros geométricos del arreglo y de la orientación magnética relativa entre los cores (paralelos y antiparalelos). Para esto utilizaremos simulaciones de Monte Carlo, formuladas en el nivel atómico de cada cilindro, y cálculos analíticos, basados en la descripción continua de estos.

### 3.2. Sistema geométrico

Consideremos un arreglo cuadrado de  $N = n \times n$  cilindros magnéticos de radio  $R$  y altura (o longitud)  $L$ , como se ilustra en la Fig. 3.2. La constante de red del arreglo es  $d$ . La distancia centro-centro entre el cilindro  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo es denotada por  $S_{ij}$ . La dirección  $z$  coincide con el eje normal al plano de los cilindros. El core está caracterizado por el llamado radio efectivo,  $C_{eff}$ , definido como el radio de un cilindro uniformemente magnetizado a lo largo del eje  $z$ , cuyo momento magnético total es el mismo que la componente en  $z$  del cilindro original, como se muestra en la Fig. 3.2. Los cores de los distintos cilindros en el arreglo pueden exhibir dos tipos de orientación relativa: todos los cores paralelos (configuración  $P$ ), y cores vecinos antiparalelos (configuración  $AP$ ).

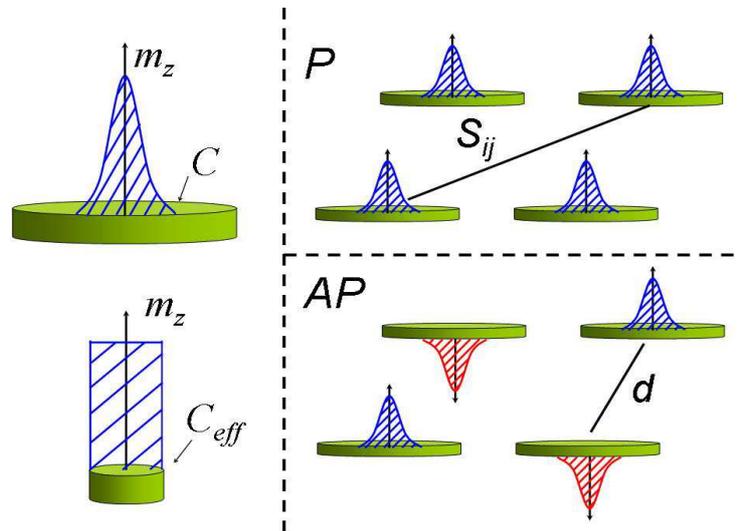


Figura 3.2: Ilustración de los parámetros geométricos que definen cada cilindro y el arreglo.

### 3.3. Simulaciones numéricas

#### 3.3.1. Energías involucradas

Comenzaremos considerando una descripción discreta de la estructura interna de los cilindros. En este modelo la energía del arreglo es

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} (E_{ij} - J \hat{\mu}_i \cdot \hat{\mu}_j),$$

donde  $E_{ij}$  está dada por la Ec. (2.15),  $J$  es la constante de intercambio entre primeros vecinos, y  $\hat{\mu}_i$  el vector unitario a lo largo de la dirección  $\mu_i$ . En nuestras simulaciones consideramos cilindros de hierro definidos por  $|\mu_i| = 2.2 \mu_B$ , parámetro de red  $a_0 = 2.8 \text{ \AA}$  y  $J\mu^2 = 42 \text{ meV}$ , obteniendo una longitud de intercambio (2.8) igual a  $l_{ex} = 4.7 \text{ nm}$ . Los cilindros fueron crecidos a lo largo de la dirección [100] de una red BCC.

### 3.4. Modelo analítico

Debido al gran número de partículas en nuestro sistema, no es posible realizar un aproximación numérica considerando la naturaleza discreta de los cilindros. De esta manera, para poder investigar arreglos grandes, adoptamos una descripción simplificada del sistema en donde la distribución discreta de los momentos magnéticos es reemplazada por una continua, definida por una función  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  tal que  $\mathbf{M}(\mathbf{r})\delta V$  es el momento magnético total dentro del elemento de volumen  $\delta V$  centrado en  $\mathbf{r}$ .

Vamos a presentar nuestros resultados en unidades adimensionales, es decir,  $\tilde{E} = E/\mu_0 M_0^2 l_{ex}^3$ , donde  $l_{ex}$  fue definida previamente (ver Ec. (2.8)). Para evaluar la energía total, es necesario especificar la forma funcional de la magnetización para cada cilindro.  $\tilde{E}_{total}^+$  y  $\tilde{E}_{total}^-$  corresponden a la energía total reducida del arreglo en las configuraciones  $P$  y  $AP$ , respectivamente. La energía total del arreglo puede escribirse como

$$\tilde{E}_{total}^{\pm} = N \tilde{E}_{self} + \tilde{E}_{array}^{\pm},$$

donde  $\tilde{E}_{self} = \tilde{E}_{ex} + \tilde{E}_{dip}$ , con  $E_{ex}$  la autoenergía de intercambio (2.6),  $E_{dip}$  la autoenergía dipolar de cada cilindro (2.16), y  $\tilde{E}_{array}$  es la energía de interacción dipolar total entre los cilindros del arreglo (3.5).

### 3.4.1. Configuración de vórtice con core

Hemos mencionado que estudiaremos arreglos de cilindros con una configuración de vórtice. Para poder definir la magnetización en esta configuración, realizamos una simulación micromagnética de un cilindro aislado, utilizando el código OOMMF, que nos permite obtener la configuración de momentos magnéticos en el plano perpendicular al eje del cilindro, como se ilustra en la Fig. 3.3. El tamaño de las flechas corresponde a la magnitud de la magnetización en el plano, y nos permite observar una región central (core) en la cual la magnetización posee una componente importante a lo largo del eje del cilindro.

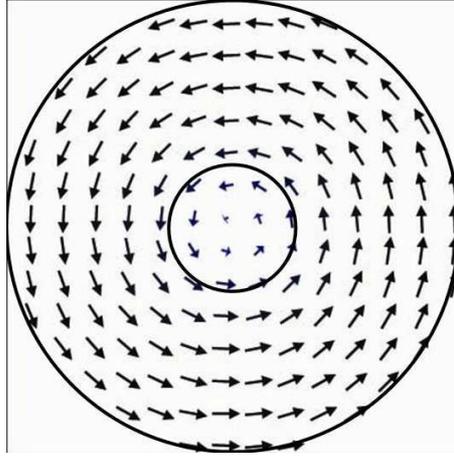


Figura 3.3: Simulación micromagnética (OOMMF) de un cilindro de hierro aislado con  $R = 6 l_{ex}$ ,  $L = 8 l_{ex}$  y  $l_{ex} = 4.7$  nm. La figura muestra la magnetización a lo largo del plano perpendicular al eje del cilindro. El tamaño de las flechas da la magnitud de la magnetización en el plano.

A partir de la Fig. 3.3, podemos asumir que, en una configuración de vórtice con core, la magnetización es independiente de  $z$  y  $\phi$ , pudiendo ser escrita como

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = m_z(r)\hat{\mathbf{z}} + m_\phi(r)\hat{\phi},$$

donde  $\hat{\mathbf{z}}$  y  $\hat{\phi}$  son vectores unitarios en coordenadas cilíndricas, mientras que la condición de normalización satisface  $m_z^2 + m_\phi^2 = 1$ . La función  $m_z(r)$  especifica el perfil del core magnético, para el cual adoptaremos el modelo propuesto

por Landeros *et al.* [39],

$$m_z(r) = [1 - (r/C)^2]^n . \quad (3.1)$$

En esta expresión  $C$  es un parámetro relacionado con el radio del core, de manera que  $m_z(r) = 0$  para  $r > C$ . El exponente  $n$  es un entero positivo a determinar. En la literatura se han propuesto expresiones alternativas para  $m_z(r)$ . [46, 47, 48, 49] El valor de  $C$  se obtiene minimizando la energía total del arreglo, como veremos más adelante. Es importante mencionar que el tamaño del core real está representado por el radio del core efectivo, el que se obtiene a partir de la siguiente relación

$$\mu_z = M_0 \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^R m_z(r) r dr dz d\phi = M_0 \pi L C_{eff}^2 ,$$

de donde obtendremos

$$C_{eff} = \frac{C}{\sqrt{1+n}} .$$

### 3.4.2. Autoenergía de un cilindro

La autoenergía dipolar reducida ha sido calculada previamente por Landeros *et al.* [39] y está dada por

$$\tilde{E}_{dip} = \pi \alpha_n \frac{C^3}{l_{ex}^3} - \frac{\pi \beta_n C^4}{4L l_{ex}^3} F_n \left( \frac{C}{L} \right) ,$$

donde

$$\alpha_n \equiv \frac{2^{2n-1} \Gamma(n+1)^3}{\Gamma(n+3/2) \Gamma(2n+5/2)} , \quad \beta_n \equiv \frac{1}{(1+n)^2}$$

y

$$F_n(x) = {}_pF_Q \left[ \left( \frac{1}{2}, 1, n + \frac{3}{2} \right), (n+2, 2n+3), -4x^2 \right] ,$$

donde  ${}_pF_Q$  denota la función hipergeométrica generalizada,  $\Gamma(x)$  es la función Gamma y  $n$  corresponde al exponente usado en el modelo del core definido por la Ec. (3.1).

Para valores enteros de  $n$ , la energía de intercambio se reduce a [39]

$$\tilde{E}_{ex} = \frac{\pi L}{l_{ex}} \left[ \ln\left(\frac{R}{C}\right) + \gamma_n \right] ,$$

donde

$$\gamma_n = \frac{1}{2}H(2n) - nH\left(-\frac{1}{2n}\right).$$

En esta expresión  $H(z) = \sum_{i=1}^{\infty} [1/i - 1/(i+z)]$  es la función número harmónico generalizada [50] de la variable compleja  $z$ .

Finalmente, la autoenergía de un cilindro está dada por  $\tilde{E}_{self} = \tilde{E}_{ex} + \tilde{E}_{dip}$ , de modo que obtenemos

$$\tilde{E}_{self} = \frac{\pi L}{l_{ex}} \left[ \ln\left(\frac{R}{C}\right) + \gamma_n \right] + \pi \alpha_n \frac{C^3}{l_{ex}^3} - \frac{\pi \beta_n C^4}{4Ll_{ex}^3} F_n\left(\frac{C}{L}\right). \quad (3.2)$$

El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice B.

### 3.4.3. Interacción dipolar entre cilindros

La energía de interacción entre dos cilindros magnéticos en la configuración de vórtice se obtiene usando el campo magnetostático que experimenta uno de los cilindros debido a la presencia del otro. El detalle de este cálculo puede encontrarse en el Apéndice C, y resulta

$$\tilde{E}_{int}(i, j) = \frac{2\pi}{l_{ex}^3} \sigma_i \sigma_j \int_0^{\infty} dk J_0(kS_{ij}) (1 - e^{-kL}) \left[ \int_0^R J_0(kr) m_z(r) r dr \right]^2, \quad (3.3)$$

donde  $J_0$  es una función de Bessel de primera especie y de orden 0,  $S_{ij}$  es la distancia centro-centro entre dos cilindros magnéticos del arreglo y  $\sigma_i$  toma los valores  $\pm 1$ , permitiendo que el core del cilindro  $i$  apunte hacia arriba ( $\sigma_i = +1$ ) o hacia abajo ( $\sigma_i = -1$ ). En la ecuación (3.3) hemos considerado que los dos cilindros interactuantes exhiben el mismo perfil magnético, de manera que sus cores son idénticos. Esta ecuación permite escribir la energía de interacción entre dos cilindros como  $\tilde{E}_{int}(i, j) = \sigma_i \sigma_j \tilde{E}_{int}(S_{ij}) = \pm \tilde{E}_{int}(S_{ij})$ , donde el signo  $+$  ( $-$ ) corresponde a  $\sigma_i = \sigma_j$  ( $\sigma_i \neq \sigma_j$ ), respectivamente. Sustituyendo nuestra expresión para  $m_z(r)$ , Ec. (3.1), obtenemos

$$\tilde{E}_{int}(S_{ij}) = 2^{2n+1} \pi \Gamma^2(n+1) \frac{L^{2n+1}}{l_{ex}^3 C^{2n-2}} \int_0^{\infty} \frac{dq}{q^{2n+2}} (1 - e^{-q}) J_0\left(q \frac{S_{ij}}{L}\right) J_{n+1}^2\left(q \frac{C}{L}\right). \quad (3.4)$$

### 3.4.4. Arreglo cuadrado de cilindros interactuantes

En este apartado calculamos el acoplamiento magnetostático en un arreglo cuadrado. Con las relaciones obtenidas previamente para un sistema de dos cilindros, estamos en posición de investigar el efecto del acoplamiento magnetostático entre los cilindros de un arreglo. Los cálculos para la energía de interacción total  $\tilde{E}_{array}^{\pm}(N)$  de un arreglo cuadrado de  $N = n \times n$  cilindros se muestran en el Apéndice D, y nos llevan a escribir

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{array}^{\pm}(N) = & 2n \sum_{p=1}^{n-1} (n-p)(\pm 1)^p \tilde{E}_{int}(pd) \\ & + 2 \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=1}^{n-1} (n-p)(n-q)(\pm 1)^{p-q} \tilde{E}_{int} \left( d\sqrt{p^2 + q^2} \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde  $+$  ( $-$ ) corresponde a un ordenamiento magnético paralelo (antiparalelo) en el arreglo con una distancia entre primeros vecinos  $d$ , y  $\tilde{E}_{int}$  es la energía de interacción entre dos elementos magnéticos de forma arbitraria. En particular, para cilindros magnéticos  $\tilde{E}_{int}$  está dada por la Ec. (3.4). Se debe notar que en un arreglo,  $S_{ij}$  es una función de  $d$ . En la configuración antiferromagnética, la magnetización de los cores vecinos apunta en direcciones opuestas, definiendo el estado de menor energía del arreglo. [51] En este punto necesitamos definir el valor del parámetro  $n$  para el perfil del core dado por la Ec. (3.1). Landeros *et al.* [39] mostraron que el core magnético puede ser descrito adecuadamente utilizando casi cualquier valor de  $n > 1$ . En este capítulo escogeremos  $n = 4$ .

Finalmente, la energía total del arreglo se calcula como  $\tilde{E}_{total}^{\pm} = N^2 \tilde{E}_{self} + \tilde{E}_{array}^{\pm}$ , con  $\tilde{E}_{self}$  dada por la Ec. (3.2) y  $\tilde{E}_{array}^{\pm}$  dada por las Ecs. (3.4) y (3.5). Para determinar  $C$  tenemos que minimizar la energía total  $\tilde{E}_{total}^{\pm}$ . El único término en la expresión para la energía que depende del radio  $R$  del cilindro es  $\tilde{E}_{self}$  (ver Ec. 3.2). Sin embargo, la derivada de  $\tilde{E}_{self}$  respecto a  $C$  es independiente de  $R$ , obteniendo de esta manera un tamaño del core independiente del radio de los cilindros. [39, 43] De esta forma, la ecuación para  $C$  que minimiza la energía total de la configuración de vórtice es independiente de  $R$ .

## 3.5. Resultados y discusiones

### 3.5.1. Estabilidad numérica de la configuración de vórtice

Estamos interesados en cilindros magnéticos cuya configuración de mínima energía es un vórtice con core. En la Fig. 3.1 mostramos el diagrama de fase para los cilindros magnéticos en unidades adimensionales. A partir de este diagrama podemos predecir que un cilindro con  $R = 6 l_{ex}$  y  $L = 8 l_{ex}$  presentará una configuración de vórtice. Como el diagrama de fase es un resultado analítico, primero tendremos que corroborar con simulaciones numéricas, si cilindros de estas dimensiones relajan a un estado de vórtice. Para esto realizaremos simulaciones de Monte Carlo a  $T = 3$  K utilizando la técnica de escalamiento. [38, 52, 53, 54, 55] Comenzamos con un sistema en el cual los momentos magnéticos apuntan en direcciones aleatorias, y a partir del cual el sistema relaja su energía. La Fig. 3.4 ilustra el proceso de relajación a través del valor promedio de la componente z de los momentos magnéticos del cilindro, como función del tiempo en pasos de Monte Carlo (MCS). Después de  $10^6$  MCS el estado magnético relaja a una configuración de vórtice con core similar al exhibido en la Fig. 3.3.

### 3.5.2. Efecto del número de cilindros en el arreglo

A continuación estudiamos el efecto de la interacción dipolar variando el número de cilindros presentes en el arreglo. Como la interacción dipolar es de largo alcance, esperamos que el radio del core de un cilindro cambie como función del número de cilindros en el arreglo.

Para obtener el valor de  $C$ , tenemos que minimizar la energía en términos de  $L$ ,  $d$  y  $N$ . La Fig. 3.5 ilustra el efecto de variar el número de cilindros para arreglos con  $R = 6 l_{ex}$ ,  $d = 12.5 l_{ex}$  y  $14 l_{ex}$ , y a)  $L = 12 l_{ex}$  y b)  $L = 8 l_{ex}$ , para las configuraciones P y AP. Nuestros resultados evidencian un aumento en el radio del core como función del número de cilindros en la configuración AP. Además, para un dado número de cilindros,  $N$ , los arreglos AP con un menor espaciamiento entre los cilindros,  $d$ , presentan un radio del core mayor. En arreglos P observamos el comportamiento opuesto, es decir, un aumento en el número de cilindros y una disminución en el espaciamiento entre los cilindros, nos llevan a una reducción del radio del core. Para ambos valores de  $L$  observamos que para  $N = 144$  el radio del core llega a su

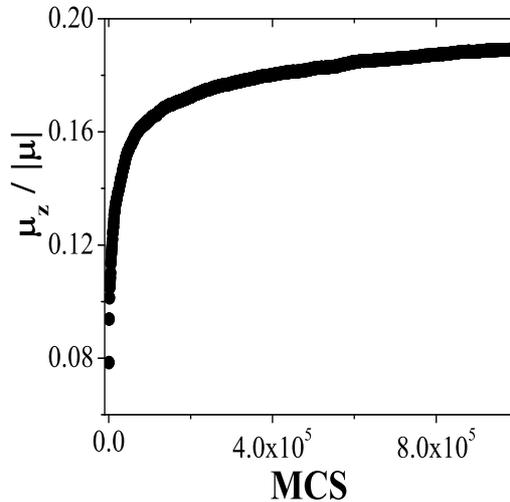


Figura 3.4: Relajación del momento magnético promedio a lo largo del eje del cilindro, comenzando desde una condición inicial aleatoria.

valor asintótico. Este valor es de suma relevancia, ya que implica que los arreglos generalmente estudiados experimentalmente pueden ser analizados teóricamente considerando sistemas de este tamaño.

Estos resultados pueden entenderse considerando que las interacciones dipolares favorecen un alineamiento antiparalelo de los momentos magnéticos normales al plano de los cilindros. De esta forma, y con el objeto de minimizar la energía de interacción del arreglo, en una configuración AP, el radio del core aumenta. Lo contrario ocurre en una configuración P, en la cual la energía dipolar de interacción entre los cilindros es alta, por lo tanto se favorece una disminución del tamaño del core a fin de disminuir dicha energía.

### 3.5.3. Efecto de la distancia entre los cilindros

A continuación estudiamos el efecto de la interacción dipolar como función del parámetro de red del arreglo,  $d$ . La interacción dipolar depende fuertemente de la distancia entre los cilindros. Este efecto se ilustra en la Fig. 3.6 para las configuraciones P y AP. Mientras en los arreglos antiparalelos el

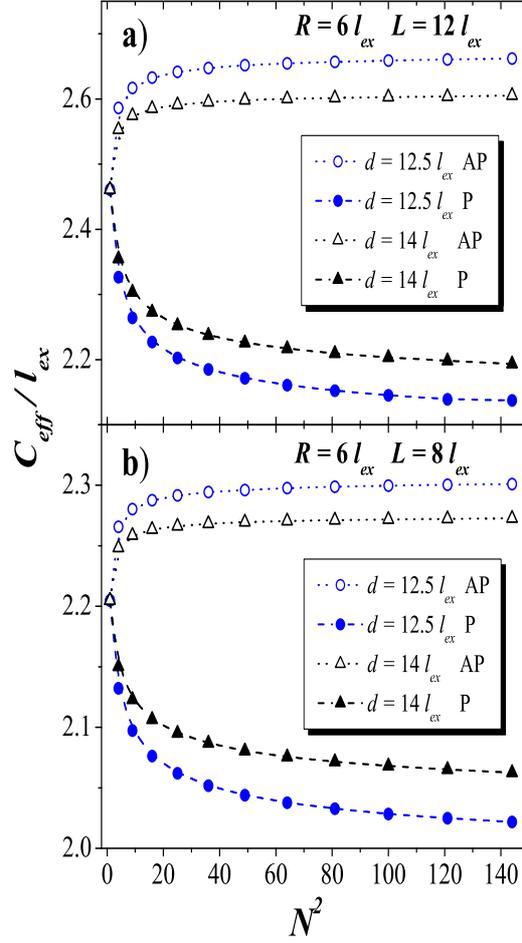


Figura 3.5: Radio del core efectivo  $C_{eff}$  vs  $N$  para  $R = 6 l_{ex}$ , a)  $L = 12 l_{ex}$  y b)  $L = 8 l_{ex}$ . Símbolos vacíos corresponden a un ordenamiento antiparalelo (AP), mientras que símbolos rellenos a uno paralelo (P). Círculos corresponden a  $d = 12.5 l_{ex}$  y triángulos a  $d = 14 l_{ex}$ .

tamaño del radio del core rápidamente alcanza el valor de un cilindro aislado, en la configuración paralela, el efecto de la interacción entre los cilindros es no despreciable para grandes distancias de separación entre ellos. Observamos que para  $d > 27 l_{ex}$ , los efectos de las interacciones dipolares son casi despreciables.

Por otro lado, Porrati *et al.* [45] estudiaron el efecto del acoplamiento magnetostático sobre el proceso de reversión de los cilindros. Ellos encontraron que el tamaño del core define la barrera de energía del campo de reversión. De esta manera, en un arreglo P (AP), podemos predecir que el campo de reversión aumentará (disminuirá) cuando la separación entre los cilindros se reduce. Además, podemos concluir que los cilindros acoplados magnetostáticamente, ordenados en un arreglo P (AP), tendrán un tiempo de reversión menor (mayor) que el de un cilindro aislado, ya que la interacción dipolar actúa como un aumento del amortiguamiento del sistema (asociado con la velocidad de propagación de los momentos magnéticos).

#### 3.5.4. Efecto de la longitud de los cilindros

Finalmente estudiamos el efecto de la interacción dipolar como función de la longitud de los cilindros. La Fig. 3.7 muestra el comportamiento del radio efectivo,  $C_{eff}$ , como función de la longitud de los cilindros,  $L$ , para arreglos cuadrados con  $R = 6 l_{ex}$ ,  $d = 12 l_{ex}$ , para  $N = 4$  y  $64$ , en las configuraciones P y AP. Para un cilindro aislado observamos (ver diagrama de fase de la Fig. 3.1) una transición de fase desde la configuración de vórtice a la configuración ferromagnética fuera del plano a medida que aumentamos la longitud del cilindro. Podemos entender esta transición como un aumento lento y continuo del radio del core efectivo a medida que crece la longitud del cilindro, hasta que  $C_{eff} = R$ . Este comportamiento puede variar con la interacción entre los cilindros del arreglo. En la configuración AP, la interacción entre los cores es favorable, de modo que la configuración ferromagnética fuera del plano se alcanza para cilindros con alturas menores. Por otro lado, en el caso de la configuración P, el valor de  $C_{eff}$  es siempre menor que el de un cilindro aislado, de modo que esta configuración hace más difícil la transición de fase, la que ahora ocurre sólo para cilindros con alturas mayores.

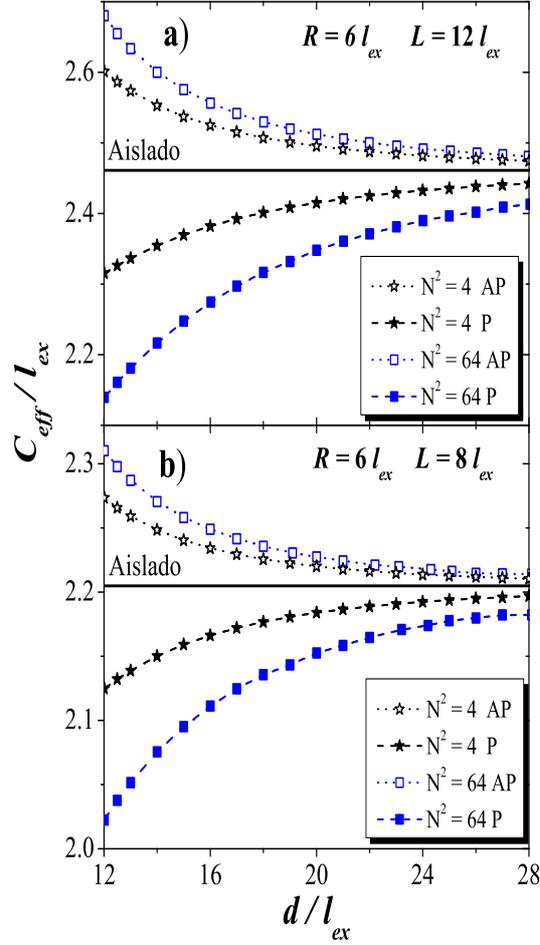


Figura 3.6: Radio del core efectivo  $C_{eff}$  vs  $d/l_{ex}$  para  $R = 6 l_{ex}$ , a)  $L = 12 l_{ex}$  y b)  $L = 8 l_{ex}$ . Símbolos vacíos corresponden a un ordenamiento antiparalelo (AP), mientras que símbolos rellenos a uno paralelo (P). Cuadrados corresponden a  $N = 64$  y estrellas a  $N = 4$ .

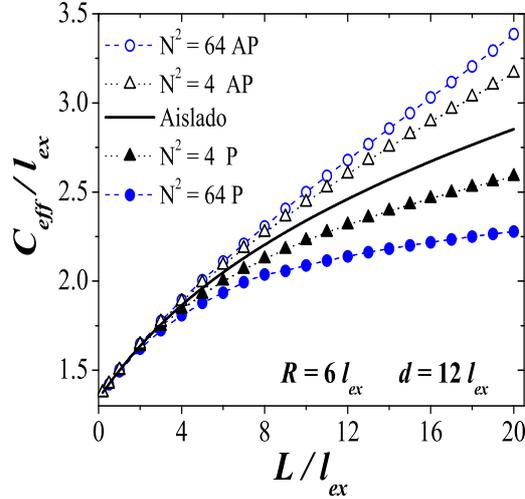


Figura 3.7: Radio del core efectivo  $C_{eff}$  vs  $L/l_{ex}$  para cilindros con  $d = 12 l_{ex}$ ,  $R = 6 l_{ex}$ . Símbolos vacíos corresponden a un ordenamiento antiparalelo (AP), mientras que símbolos rellenos corresponden a uno paralelo (P). Estrellas corresponden a  $N = 4$  y cuadrados a  $N = 64$ .

### 3.6. Conclusiones

Hemos examinado, mediante cálculos analíticos, la influencia de la interacción dipolar sobre el radio del core efectivo de cilindros en una configuración de vórtice, dispuestos en un arreglo cuadrado. La interacción entre los cilindros se debe a la existencia de una región central magnetizada a lo largo del eje del cilindro (core magnético), de manera que consideramos dos tipos de ordenamientos relativos entre los cores: todos paralelos, y primeros vecinos antiparalelos. La razón para escoger estos estados es que la configuración antiparalela corresponde a un mínimo de energía, mientras que en el caso paralelo, la ausencia de líneas cerradas de flujo aumenta considerablemente la energía dipolar. Esto afecta directamente al radio del core, ya que una reducción en la región del core disminuye un acoplamiento dipolar desfavorable. Los efectos de la interacción entre los cilindros en el radio del core se han investigado variando el número de cilindros en el arreglo, la distancia

---

entre ellos y sus longitudes. En todos los casos, un aumento en la energía de interacción dipolar nos lleva a una disminución del radio del core. Cuando aumentamos la longitud de los cilindros, observamos que la configuración P dificulta la transición del cilindro desde un estado de vórtice a un estado ferromagnético, mientras que la configuración AP la favorece.

# Capítulo 4

## Arreglo de hilos magnéticos

En este capítulo estudiaremos el efecto de la interacción dipolar en arreglos de nanohilos magnéticos. Mediante cálculos analíticos determinaremos la extensión de la interacción dipolar en una muestra y encontraremos que el número de hilos requerido para alcanzar convergencia en la energía total del arreglo depende fuertemente de la orientación magnética relativa entre los hilos. Desarrollaremos además un modelo fenomenológico simple para obtener la remanencia como función de las interacciones magnetostáticas en el arreglo. Observaremos que, debido al largo alcance de la interacción dipolar entre los hilos, el tamaño de la muestra influye fuertemente sobre la remanencia del arreglo. Finalmente, la existencia de dos ordenamientos magnéticos de corto alcance permite explicar el típico patrón de laberinto observado en las imágenes obtenidas con un microscopio de fuerza magnética. Parte del trabajo presentado en este capítulo será publicado en las referencias [56] y [57].

### 4.1. Introducción

La posibilidad de producir nanoestructuras magnéticas *a la medida* a concentrado esfuerzos en la generación de nuevos dispositivos y mecanismos a utilizar en almacenamiento magnético, diagnóstico médico, y entrega de fármacos. En este marco, los arreglos ordenados de nanohilos magnéticos con diámetros en el rango de los 10 a los 100 nanómetros resultan promisorios para diversas aplicaciones. [58, 59, 60, 61] Estos arreglos permitirían alcanzar densidades de almacenamiento de información mayores que los 700

Gbit/in<sup>2</sup>. Además, estos arreglos pueden ser usados en ferrofluidos, siendo muy prometedores para tratamientos y métodos de diagnósticos efectivos contra el cáncer. [62] Una técnica efectiva, simple y económica para fabricar matrices para depositar nanohilos en forma ordenada y controlada es la auto-organización de nanoporos en membranas, particularmente de alumina. [63] Los nanoporos están ordenados sobre rangos de unos pocos micrómetros, es decir, más de 20 veces el parámetro de red del arreglo. Este ordenamiento, junto a la naturaleza magnética de los hilos, da origen a propiedades de interés fundamental y tecnológico. [64]

Los nanohilos pueden exhibir diferentes comportamientos magnéticos. Los bi-estables se caracterizan por presentar una curva de histéresis con forma cuadrada, definida por una reversión abrupta de la magnetización entre dos estados remanentes estables. [65, 66] En estos sistemas, el efecto de la interacción entre las partículas es, en general, complejo, debido a que los campos dipolares dependen del estado de magnetización de cada elemento, que a su vez depende de los campos debido a los elementos adyacentes. Así, el estudio de estos sistemas está frecuentemente sujeto a gruesas simplificaciones como, por ejemplo, considerar las partículas como dipolos puntuales. En arreglos de hilos, Sampaio *et al.* [66] describieron un arreglo de microhilos asumiendo un arreglo uni-dimensional con momentos magnéticos tipo Ising sujetos a un campo de anisotropía, que representa la anisotropía de forma del hilo, y modelando la interacción dipolar como un campo que depende de la orientación de los momentos magnéticos participantes. En este modelo, cada hilo es reemplazado por un momento magnético total. Mediante simulaciones de Monte Carlo obtuvieron curvas de histéresis con algunos de los rasgos observados en las mediciones experimentales. Ellos observaron cambios en la magnetización remanente como función del número de hilos en sistemas de 2 a 500 elementos. Un modelo más realista fue presentado por Knobel *et al.*, [67] en el cual los momentos magnéticos podían apuntar en cualquier dirección, y donde la interacción dipolar es calculada asumiendo que, si bien cada hilo es un dipolo puntual, el campo que actúa sobre él es causado por un hilo. Sin embargo, esta aproximación está limitada a hilos muy largos en un régimen débilmente interactuante. Zhan *et al.* [68] usaron esta aproximación para la energía dipolar, añadiendo una corrección que toma en cuenta la longitud real del hilo. Luego, Velázquez *et al.* [69, 70] continuaron considerando cada microhilo como un dipolo, pero incorporaron la longitud a través del campo, ya que el campo axial generado por un microhilo es proporcional a su magnetización. Sin embargo, la interacción dipolo-dipolo así calculada es más intensa

que la interacción que se desprende de resultados experimentales. Además, calcularon el campo dipolar creado por un cilindro y lo expandieron en términos multipolares, mostrando que estos términos no son despreciables para las distancias consideradas en los experimentos. [71] Recientemente, la energía de interacción magnetostática entre dos elementos magnéticos de forma arbitraria fue derivada dentro del marco de una aproximación en el espacio de Fourier. [72, 73] También se han usado modelos para hilos con magnetización no uniforme, como cálculos micromagnéticos [74, 75] y simulaciones de Monte Carlo. [55] Sin embargo, estos métodos sólo permiten considerar un arreglo con un número reducido de hilos, una situación poco realista considerando el tamaño de los arreglos actuales. A pesar de los numerosos trabajos existentes en el área, un cálculo detallado de estas interacciones en arreglos de nanohilos magnéticos no ha sido presentado aún.

La magnetización de los arreglos de nanohilos magnéticos ha sido estudiada mediante Microscopía de Fuerza Magnética (MFM), la que entrega información directa de los hilos individuales. [58, 76, 77] En el estado de equilibrio, los hilos exhiben una magnetización homogénea a lo largo de la dirección axial (con la magnetización de cada hilo apuntando hacia arriba o hacia abajo) formando interesantes patrones tipo laberinto definidos por la dirección de la magnetización de cada hilo. Uno de los focos de este capítulo es justamente comprender la formación de estos patrones.

## 4.2. Detalles experimentales

Las observaciones experimentales presentadas en este capítulo fueron realizadas en el Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid-CSIC, España. Estamos interesados en arreglos de nanohilos producidos mediante la electrodeposición de níquel en membranas porosas de alumina, como se ilustra en la Fig. 4.1 (a). Información detallada de los métodos de preparación se encuentra en las siguientes referencias. [59, 60, 78] Los nanohilos de níquel ( $R = 90$  nm en radio y  $L = 3.6$   $\mu\text{m}$  en longitud) están ordenados en un patrón hexagonal con una constante de red  $d = 500$  nm.

En estos arreglos y utilizando un Dispositivo Superconductor de Interferencia Cuántica (SQUID) se han medido curvas de histéresis a lo largo de la dirección axial. Además, con un Microscopio de Fuerza magnética (MFM) de Nanotec Electrónica<sup>TM</sup> se ha estudiado la distribución local de la magnetización. Este equipo permite adquirir simultáneamente la topografía de la

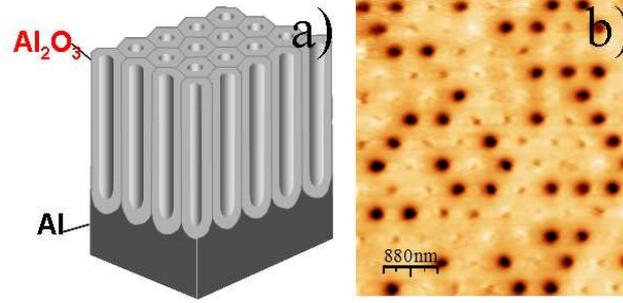


Figura 4.1: a) Esquema de nanoporos autoensamblados con simetría hexagonal en una matriz de alumina. b) Distribución local de la magnetización para un arreglo de hilos con  $R = 90$  nm,  $L = 3.6 \mu\text{m}$  y  $d = 500$  nm, medida con un MFM.

superficie y el mapa del gradiente de la fuerza magnética, como se ilustra en la Fig. 4.1 (b). El sistema MFM ha sido convenientemente modificado para poder aplicar pulsos de campo magnético a lo largo de la dirección perpendicular al plano. [77] Usando la técnica conocida como VFMM (Microscopio de Fuerza Magnética de Campo Variable), se ha podido estudiar el proceso de reversión de los nanohilos de níquel. [79] Con el objeto de aislar la influencia de la punta sobre el estado magnético de los nanohilos, [80] se han utilizado puntas MFM conocidas como MESP-low moment.

### 4.3. Modelo analítico

Para obtener la energía total del arreglo es necesario especificar la forma funcional de la magnetización para cada hilo. Estamos interesados en nanohilos con comportamiento bi-estable, cuya magnetización axial puede definirse por  $\mathbf{M}_i(\mathbf{r}) = M_0\sigma_i\hat{\mathbf{z}}$ , con  $\hat{\mathbf{z}}$  el vector unitario paralelo al eje del hilo y donde  $\sigma_i$  toma los valores  $\pm 1$ , permitiendo que el hilo  $i$  apunte hacia arriba ( $\sigma_i = +1$ ) o hacia abajo ( $\sigma_i = -1$ ), como se muestra en la Fig. 4.1 (b). Debido a que la magnetización de cada hilo es uniforme, entonces la energía de intercambio (Ec. (2.6)) es nula. De esta manera, la energía total del arreglo se escribe como

$$E_{array} = \sum_{i=1}^N E_{self}(i) + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N E_{int}(i, j),$$

con  $E_{self}(i) = E_{dip}(i)$  la autoenergía dipolar de cada hilo (Ec. (2.16)), y  $E_{int}(i, j)$  la energía de interacción dipolar entre los hilos  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo (Ec. (2.17)). Vamos a presentar nuestros resultados en unidades adimensionales reducidas, es decir,  $\tilde{E} = E/\mu_0 M_0^2 V$ , con  $V = \pi R^2 L$  el volumen de un nanohilo.

### 4.3.1. Autoenergía de un nanohilo

La autoenergía dipolar ha sido calculada previamente por Tandon *et al.* [81] y puede ser escrita en unidades reducidas como

$$\tilde{E}_{self}(i) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{8R}{3\pi L} - F_{21} \left[ -\frac{4R^2}{L^2} \right] \right), \quad (4.1)$$

con  $F_{21}[x] = F_{21}[-1/2, 1/2, 2, x]$  una función hipergeométrica. Es importante notar que en la Ec. (4.1) la energía de cada hilo depende sólo de la razón  $R/L$ . El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice E.

### 4.3.2. Interacción dipolar entre nanohilos

La energía de interacción entre dos hilos se obtiene usando el campo magnetostático que experimenta uno de los hilos debido a la presencia del otro. El detalle de este cálculo puede encontrarse en el Apéndice F, y resulta

$$\tilde{E}_{int}(i, j) = 2\sigma_i\sigma_j \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} J_0 \left( \frac{qS_{ij}}{L} \right) J_1^2 \left( \frac{qR}{L} \right) (1 - e^{-q}), \quad (4.2)$$

donde  $J_p$  es una función de Bessel de primera especie y de orden  $p$ , y  $S_{ij}$  es la distancia centro-centro entre dos hilos magnéticos del arreglo. Esta ecuación permite escribir la energía de interacción entre dos hilos como  $\tilde{E}_{int}(i, j) = \sigma_i\sigma_j \tilde{E}_{int}(S_{ij}) = \pm \tilde{E}_{int}(S_{ij})$ , donde el signo  $+$  ( $-$ ) corresponde a  $\sigma_i = \sigma_j$  ( $\sigma_i \neq \sigma_j$ ), respectivamente. Una expresión equivalente a la Ec. (4.2) ha sido obtenida previamente por Beleggia *et al.* [ver Ec. (59), Ref. [72]] a partir de un tratamiento en el espacio de Fourier de la magnetización. La expresión anterior (Ec. (4.2)) sólo puede resolverse numéricamente. Sin embargo, como los hilos estudiados experimentalmente [58, 59, 60, 61] satisfacen  $L/R \gg 1$ , podemos expandir  $J_1$  como

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{16} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{1+2k}}{k! \Gamma(k+2)}. \quad (4.3)$$

Así, podemos obtener una solución analítica de la Ec. (4.2) como una expansión en serie dada por

$$\tilde{E}_{int}(S_{ij}) = \frac{R^2}{2LS_{ij}} \sum_{\lambda=1}^{\infty} g_{\lambda} , \quad (4.4)$$

donde  $\lambda$  indica el orden de la expansión. Como ejemplo, los primeros términos de la suma son

$$g_1 = 1 - \frac{1}{\alpha_1}, \quad (4.5)$$

y

$$g_2 = \frac{R^2}{4S_{ij}^2} \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) + \frac{9R^4}{64S_{ij}^4} \left(1 - \frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right),$$

con  $\alpha_1 \equiv \sqrt{1 + L^2/S_{ij}^2}$ ,  $\alpha_2 \equiv (1 - 2L^2/S_{ij}^2)/\alpha_1^4$  y  $\alpha_3 \equiv (1 + 8L^4/3S_{ij}^4 - 8L^2/S_{ij}^2)/\alpha_1^8$ . La Fig. 4.2 ilustra la energía de interacción entre dos nanohilos idénticos con magnetización axial como función de  $2R/S_{ij}$ . Cuando los hilos están en contacto,  $2R/S_{ij} = 1$ , mientras que cuando los hilos están infinitamente separados,  $2R/S_{ij} = 0$ . De la figura podemos concluir que la aproximación de segundo orden describe perfectamente la energía de interacción en arreglos de hilos. Por otro lado, el primer término de la expansión (4.4) es una muy buena aproximación de la Ec. (4.2) para  $2R/S_{ij} \leq 0.6$ , y  $L/R \gg 1$ . Esto es, en hilos largos y con una distancia centro a centro del orden o mayor que el radio de un hilo, la aproximación de primer orden entrega adecuadamente la energía de interacción. Dado que estas condiciones se satisfacen perfectamente en arreglos experimentales, utilizaremos en adelante la aproximación de primer orden. De esta forma, podemos escribir la energía de interacción entre dos hilos con magnetización axial como

$$E_{int}(S_{ij}) = \mu_0 M_0 V D_{ij} ,$$

donde

$$D_{ij} = \frac{M_0 R^2}{2LS_{ij}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L^2}{S_{ij}^2}}}\right) . \quad (4.6)$$

Esta expresión será utilizada más adelante en nuestras simulaciones numéricas.

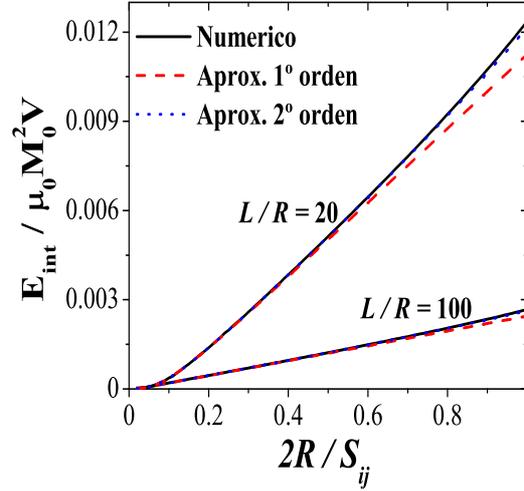


Figura 4.2: Energía de interacción entre dos hilos idénticos con magnetización paralela axial. La línea sólida corresponde a la integración numérica de la Ec. (5.2), la línea entrecortada corresponde a la aproximación de primer orden de la Ec. (5.4) y la línea punteada corresponde a la aproximación de segundo orden de la Ec. (5.4).

Por otro lado, cuando los hilos en el arreglo están suficientemente separados,  $S_{ij} \gg L$ , podemos expandir  $\alpha_1$  en la Ec. (4.5) obteniendo

$$\tilde{E}_{\mu-\mu}(S_{ij}) = \frac{V}{4\pi} \frac{1}{S_{ij}^3}. \quad (4.7)$$

Esta última expresión, que llamaremos aproximación dipolo-dipolo, es equivalente a la energía de interacción entre dos dipolos puntuales separados a una distancia  $S_{ij}$ .

## 4.4. Simulaciones numéricas

Como mencionamos anteriormente, los nanohilos bi-estables se caracterizan por presentar una curva de histéresis con forma cuadrada, definida

por una abrupta reversión de la magnetización entre dos estados remanentes estables. [65, 66]. Sin embargo, el comportamiento magnético de los hilos en un arreglo es distinto al de un estado magnético puro bi-estable debido a las interacciones magnetostáticas entre los hilos. [76, 82] Para modelar la curva de histéresis de un arreglo hemos desarrollado simulaciones de Monte Carlo que consideran las interacciones magnetostáticas entre los hilos. El modelo asume que cada hilo tiene una magnetización orientada a lo largo de las dos direcciones axiales (eje- $z$ ) debido a la anisotropía de forma y que todos los hilos interactúan magnetostáticamente. La energía total de un arreglo con  $N$  hilos idénticos puede escribirse como

$$E_{array} = \mu_0 M_0 V \left( \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N D_{ij} \sigma_i \sigma_j - (H_a + H_{ani}) \sum_{i=1}^N \sigma_i \right). \quad (4.8)$$

Recordemos que la variable  $\sigma_i$  puede tomar los valores  $\pm 1$  sobre un sitio  $i$  de un arreglo bidimensional. El primer término de la Ec. (4.8) es la interacción dipolar de todos los pares de nanohilos magnéticos. La constante de acoplamiento  $D_{ij}$  está dada por la Ec. (4.6), donde  $S_{ij}$  es la distancia entre los hilos magnéticos en los sitios  $i$  y  $j$ . Es importante notar que como  $D_{ij}$  es positiva, la interacción dipolar favorece un alineamiento antiparalelo entre los hilos magnéticos. El segundo término en la Ec. (4.8) corresponde a la contribución de un campo magnético externo,  $H_a$ , aplicado a lo largo del eje de los hilos y el tercer término,  $H_{ani}$ , corresponde al campo que representa la anisotropía de forma de un hilo aislado, es decir, el campo de reversión de un hilo. De hecho,  $H_{ani}$  puede ser considerado como la coercividad,  $H_c$ , de cada hilo individual y puede calcularse como

$$H_{ani} = H_c = \alpha M_0 (N_x - N_z) \quad (4.9)$$

donde  $0 \leq \alpha \leq 1$  es un factor determinado por el mecanismo de reversión de la magnetización y las interacciones dipolares entre los hilos en el arreglo. [83] Los factores demagnetizantes están dados por [72]  $N_x = (1/2) F_{21} [4R^2/L^2] - (4R/3\pi L)$  y  $N_z = 1 - F_{21} [4R^2/L^2] + (8R/3\pi L)$ , con  $F_{21} [x] = F_{21} [-1/2, 1/2, 2, -x]$  una función hipergeométrica.

## 4.5. Resultados y discusiones

### 4.5.1. Validez de la interacción dipolo-dipolo

En este apartado investigamos la validez de la aproximación dipolo-dipolo ( $\tilde{E}_{\mu-\mu}$ ) entre dos hilos magnéticos. Como mencionamos en la introducción, existen numerosos trabajos que estudian arreglos de hilos considerando una interacción dipolo-dipolo entre ellos. Para examinar la validez de esta aproximación calculamos la razón entre la energía de interacción magnetostática, Ec. (4.2), y la aproximación dipolo-dipolo, Ec. (4.7), entre dos hilos idénticos como función de  $2R/S_{ij}$ . La figura 4.3 muestra que la aproximación dipolo-dipolo sobreestima la interacción real, excepto para hilos muy separados unos de otros, situación que no se presenta en un arreglo real. Además, esta aproximación se comporta muy mal, casi independiente del valor de  $2R/S_{ij}$ , para hilos con razón de aspecto mayor que 50, que corresponde justamente a los valores que exhiben los arreglos estudiados experimentalmente.

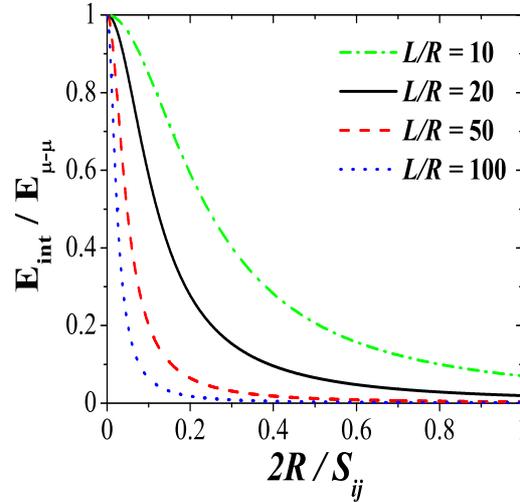


Figura 4.3: Razón entre la energía de interacción magnetostática, Ec. (5.2), y la interacción dipolo-dipolo, Ec. (5.7), como función de  $2R/S_{ij}$ .

### 4.5.2. Sistema magnético de dos hilos interactuantes

A continuación estudiamos el peso de la energía de interacción dipolar entre dos hilos magnéticos. Para esto calculamos la razón entre la autoenergía y la energía de interacción magnetostática entre ellos

$$\eta = \frac{\tilde{E}_{int}(S_{ij})}{2\tilde{E}_{self}}. \quad (4.10)$$

La Fig. 4.4 define la geometría de un sistema de dos hilos para el cual  $\eta = 0.2, 0.1, 0.01$  y  $0.001$ . A partir de esta figura observamos una fuerte dependencia de la energía de interacción respecto de la geometría del arreglo. Como una ilustración, cuando consideramos dos hilos con  $L = 1 \mu\text{m}$ ,  $R = 20 \text{ nm}$  y  $L/R = 50$ , si deseamos trabajar en un régimen casi no interactuante definido por  $\eta = 0.01$ , se obtiene que  $2R/S_{ij} = 0.068$ , lo que significa que los hilos deben tener una distancia centro-centro de  $590 \text{ nm}$ . Para esta geometría, la energía de interacción es un  $1\%$  de la autoenergía. Sin embargo, para los mismos valores de  $L$  y  $R$ , si los hilos están separados a una distancia de  $58 \text{ nm}$  ( $2R/S_{ij} = 0.69$ ), entonces la energía de interacción será un  $20\%$  de la autoenergía ( $\eta = 0.2$ ).

### 4.5.3. Arreglo cuadrado de nanohilos interactuantes

En este apartado investigamos el acoplamiento magnetostático en un arreglo cuadrado. Con las relaciones obtenidas previamente para un sistema de dos hilos, estamos en posición de investigar el efecto del acoplamiento magnetostático entre los hilos de un arreglo. Los cálculos para la energía de interacción total  $\tilde{E}_{array}^{\pm}(N)$  de un arreglo cuadrado de  $N = n \times n$  nanohilos se muestran en el Apéndice D, y nos permiten escribir

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{array}^{\pm}(N) = & 2n \sum_{p=1}^{n-1} (n-p)(\pm 1)^p \tilde{E}_{int}(pd) \\ & + 2 \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=1}^{n-1} (n-p)(n-q)(\pm 1)^{p-q} \tilde{E}_{int}(d\sqrt{p^2+q^2}), \quad (4.11) \end{aligned}$$

y la densidad de energía  $W_{array}^{\pm}(N) = \tilde{E}_{array}^{\pm}(N)/N$ , donde  $+$  ( $-$ ) corresponde a un ordenamiento magnético paralelo (antiparalelo) en el arreglo

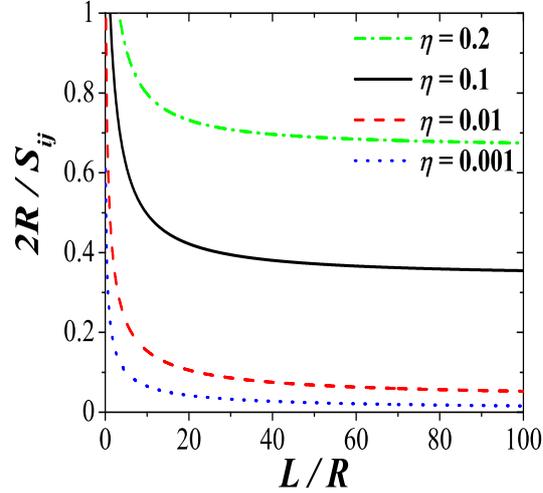


Figura 4.4: Valores de  $\eta$  como función de la geometría de un sistema de dos hilos magnéticos.

con una distancia entre primeros vecinos  $d$ , y  $\tilde{E}_{int}$  es la energía de interacción entre dos elementos magnéticos de forma arbitraria. En particular, para nanohilos magnéticos  $\tilde{E}_{int}$  está dada por la Ec. (4.2). Se debe notar que en un arreglo  $S_{ij}$  es una función de  $d$ . En la configuración antiparalela, la magnetización de los hilos vecinos apunta en direcciones opuestas, definiendo el estado de menor energía del arreglo. [51] La Fig. 4.5 ilustra el comportamiento de  $W_{array}^{\pm}(N)$  como función de  $N$  en un arreglo paralelo (a) y antiparalelo (b) de hilos idénticos con  $R = 20$  nm y  $L = 1$   $\mu$ m y dos distancias diferentes entre primeros vecinos  $d$ . En la figura observamos que en un arreglo paralelo, para alcanzar la convergencia de  $W_{array}^+(N)$  se necesita un gran número de hilos ( $N \approx 10^6$ ), lo que equivale a una muestra de  $\approx 0.01$   $\mu\text{m}^2$ . Sin embargo, en vista de las cancelaciones originadas en las diferencias de signo de las interacciones paralelas y antiparalelas, la configuración antiparalela converge más rápidamente, requiriendo sólo del orden de  $10^2$  hilos y una muestra de  $\approx 1$   $\mu\text{m}^2$ .

También investigamos la variación del valor asintótico de  $W_{array}^{\pm}(N)$  como función de la distancia entre primeros vecinos  $d$  en un arreglo paralelo,

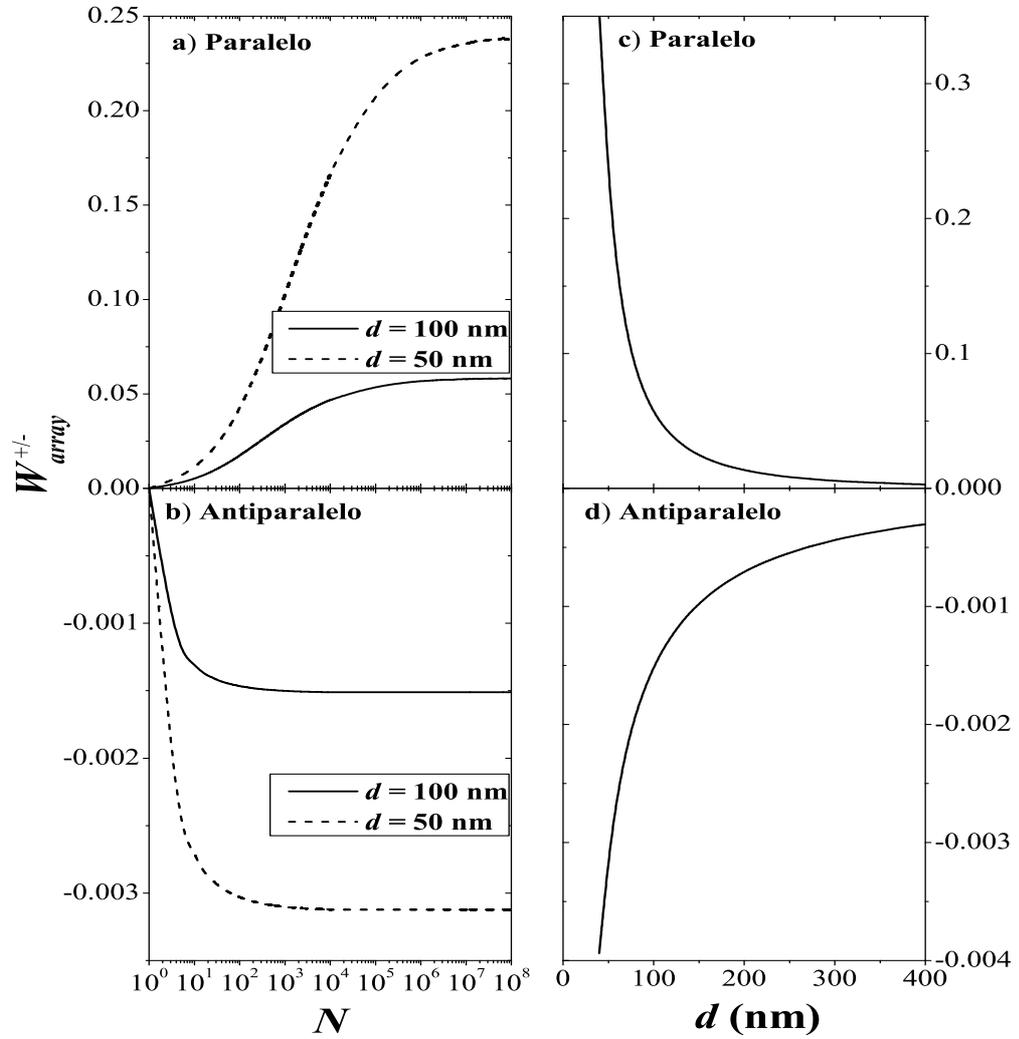


Figura 4.5: a) y b)  $W_{array}^{\pm}(N)$  en un arreglo cuadrado de hilos idénticos ( $R = 20$  nm y  $L = 1$   $\mu$ m). c) y d) Valores asintóticos de la densidad de energía de interacción en un arreglo cuadrado obtenido con  $N = 10^6$  (arreglo paralelo) y  $N = 10^2$  (arreglo antiparalelo) en función de  $d$ .

(Fig. 4.5 (c)), y un arreglo antiparalelo, (Fig. 4.5 (d)). Nuestros resultados muestran que en un arreglo paralelo el efecto de la interacción decae exponencialmente y se extiende sobre grandes distancias comparadas con  $d$ . La Figura 4.5 concuerda muy bien con conclusiones obtenidas a partir de experimentos realizados por Nielsch *et al.* [58] quienes concluyen que, debido a la alta razón de aspecto de los hilos magnéticos presentes en un arreglo hexagonal, el campo de interacción se extiende sobre varias distancias entre primeros vecinos.

#### 4.5.4. Curvas de histéresis

La Fig. 4.6 (a) muestra la curva de histéresis de nuestro arreglo de nanohilos de níquel a lo largo de la dirección axial medida con un magnetómetro de SQUID. El tamaño de la muestra es de  $16 \text{ mm}^2$ . La información magnética obtenida a partir de la curva de histéresis sugiere un sistema con un eje fácil bien definido paralelo a los hilos debido a su anisotropía de forma. El campo coercitivo es  $H_c = 215 \text{ Oe}$  y la magnetización remanente es  $M_r^* = 0.379 M_0$ , con  $M_0 = 480 \text{ emu/cm}^3$ . Para los hilos considerados experimentalmente,  $N_x - N_z = 0.469$ .

Hemos realizado simulaciones numéricas para el mismo arreglo con la intención de comprender el efecto de las interacciones dipolares sobre la curva de histéresis. A partir del valor medido de  $H_c$  y  $M_0$ , usando la Ec. (4.9) obtenemos  $\alpha \approx 0.08$ . Considerando el valor de  $H_c = H_{ani}$  en la expresión de la energía (Ec. 4.8), estamos en condiciones de simular la curva de histéresis. Esto es, para cada valor de campo calculamos la mínima energía, lo que nos entrega la configuración magnética del sistema, a partir de la cual podemos obtener la magnetización total en función del campo. Las simulaciones de Monte Carlo fueron realizadas usando el algoritmo de Metrópolis con dinámica local y métodos de espín flip. [84] El estado inicial con  $H_a = 2.0 \text{ kOe}$ , mayor que el campo de saturación, considera la magnetización de todos los hilos alineados con el campo externo. El campo fue disminuido linealmente a razón de 300 pasos de Monte Carlo para  $\Delta H = 0.01 \text{ kOe}$ . La nueva orientación de los hilos magnéticos fue elegida arbitrariamente con una probabilidad  $p = \text{mín} [-\Delta E/k_B T]$ , donde  $\Delta E$  es el cambio en la energía debido a la reorientación del hilo, y  $k_B$  es la constante de Boltzmann. La Fig. 4.6 (b) ilustra las curvas de histéresis simuladas para muestras con un tamaño entre  $4 \text{ }\mu\text{m}^2$  ( $N = 14$ ) y  $2116 \text{ }\mu\text{m}^2$  ( $N = 9699$ ). Debido a que en nuestros cálculos no consideramos la estructura interna de los hilos, la coercividad presenta un

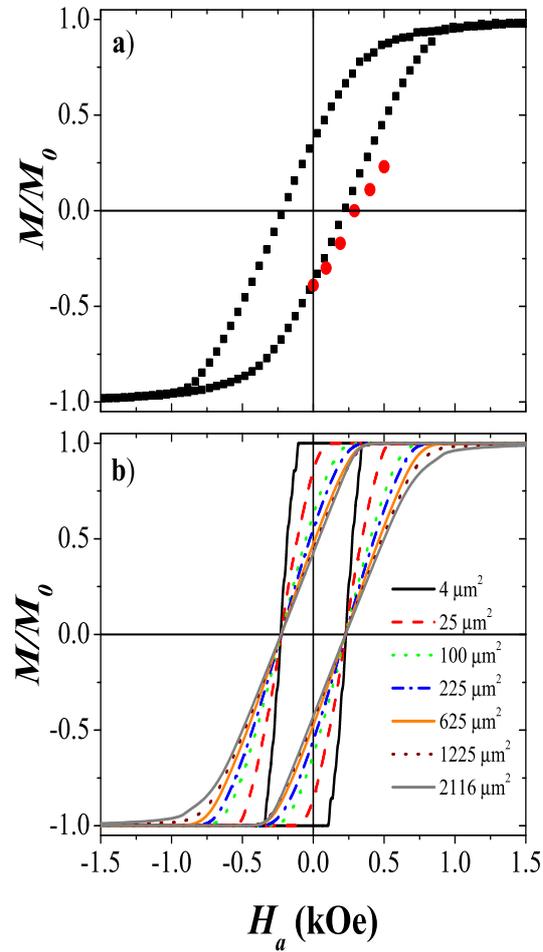


Figura 4.6: (a) Curva de histéresis medida con un SQUID con el campo externo aplicado paralelo a la dirección del hilo. Los puntos rojos corresponden al momento magnético deducido a partir de las imágenes de MFM (ver el apartado de patrón magnético). (b) Curvas de histéresis realizadas mediante simulaciones numéricas considerando diferentes tamaños de las muestras.

valor fijo. Cada curva es el resultado del promedio de 5 simulaciones independientes. A partir de esta figura observamos que el tamaño de la muestra influye fuertemente en la forma de la curva, modificando considerablemente el valor de la remanencia. Con las instalaciones computacionales actuales no es posible obtener ciclos de histéresis para un arreglo con un número de hilos,  $N$ , mayor que 10000. Para describir la remanencia de arreglos mayores, como los investigados experimentalmente, proponemos una aproximación alternativa en el siguiente apartado.

#### 4.5.5. Magnetización remanente

Con el objeto de entender el rol del tamaño de la muestra escribimos la densidad de energía de interacción para arreglos con un ordenamiento magnético paralelo de diferentes tamaños como,

$$W_{array}^+ = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (D_{ij}/M_0N) .$$

Si miramos la Fig. 4.6 (b) observamos que es posible introducir una función analítica fenomenológica que permite obtener la magnetización remanente como función de las interacciones magnetostáticas presentes en el arreglo. La remanencia reducida,  $m_r$ , puede escribirse como

$$m_r = \frac{M_r}{M_0} = 1 - \frac{W_{array}^+}{\alpha} , \quad (4.12)$$

donde  $0 \leq m_r \leq 1$ . En la Fig. 4.7 mostramos la dependencia de la remanencia calculada,  $m_r$  (línea entrecortada) y la densidad de energía de interacción,  $W_{array}^+$  (línea sólida) como función del tamaño de la muestra (es decir, el número de hilos,  $N$ ). Los puntos negros ilustran  $m_r$  obtenida a partir de las curvas de histéresis mostradas en la Fig. 4.6 (b). Para un arreglo de  $14400 \mu\text{m}^2$  ( $N \approx 70000$ ) la magnetización remanente converge al valor  $m_r = 0.38$ , en excelente acuerdo con la remanencia obtenida con las mediciones de SQUID. Estos cálculos establecen un límite inferior del número de hilos que deben usarse en simulaciones que permitan describir adecuadamente curvas de histéresis experimentales. Sin embargo, experimentalmente no es posible medir arreglos con un área superficial menor que unos pocos  $\text{mm}^2$ . En la actualidad, las muestras usadas en los experimentos tienen un

área superficial de  $16 \text{ mm}^2$ , un tamaño muy superior al que se requiere para que la muestra alcance saturación de la remanencia. Como consecuencia, la dependencia establecida fenomenológicamente de la remanencia como función del tamaño de la muestra no ha sido confirmada experimentalmente aún. Sin embargo, en el futuro, cuando sea posible medir muestras menores, es importante considerar este límite inferior.

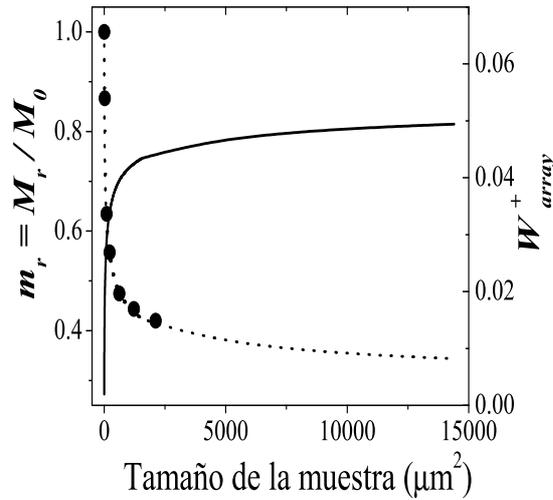


Figura 4.7:  $W_{array}^+$  (línea sólida) y  $m_r$  (línea entrecortada) como función del tamaño de la muestra. Los puntos negros corresponden a la magnetización remanente obtenida a partir de las curvas de histéresis simuladas en la Fig. 5.6 (b).

Para investigar la validez de la Ec. (4.12) calculamos la remanencia de diferentes muestras encontradas en la literatura. Asumiendo que el tamaño de la muestra es suficientemente grande como para alcanzar convergencia en el valor de la remanencia, usamos valores medidos de  $H_c$  para calcular  $\alpha$  y  $m_r$  mediante las Ecs. (4.9) y (4.12). Para asegurar la convergencia fijamos  $N = 70000$ . La tabla 4.1 muestra los parámetros geométricos del arreglo,  $H_c$ ,  $\alpha$  (que toma en cuenta la influencia de las interacciones magnetostáticas en el proceso de reversión y la coercividad), y los valores medidos ( $m_r^*$ ) y calculados ( $m_r$ ) de la remanencia. En dicha tabla se muestra un buen acuerdo entre

los valores de la remanencia medidos experimentalmente y los calculados mediante la Ec. (4.12). Las pequeñas diferencias pueden originarse en la dispersión de las longitudes de los hilos y en las posiciones de cada hilo en el arreglo, y a una reducción en la homogeneidad de los diámetros de los nanoporos. [61] Es importante notar que en la muestra definida por  $2R = 55$  nm y  $d = 65$  nm los hilos están muy cerca unos de otros, de forma que la interacción dipolar entre los hilos vecinos es muy fuerte. Debido a esta interacción la remanencia disminuye como se observa en los valores medidos y calculados de la Tabla 4.1.

Cuadro 4.1: Parámetros para diferentes arreglos de nanohilos de níquel. Los parámetros geométricos, junto con  $H_c$  y  $m_r^*$  han sido definidos en este capítulo (superíndice<sup>1</sup>), y tomados desde las Refs. [85] (superíndice<sup>2</sup>) y [61] (superíndice<sup>3</sup>).

$2R(nm)$	$d(nm)$	$L(\mu m)$	$H_c(Oe)$	$m_r^*$	$\alpha$	$m_r$
<sup>(1)</sup> 180	500	3.6	215	0.38	0.08	0.38
<sup>(2)</sup> 25	65	2.5	720	0.70	0.24	0.80
<sup>(2)</sup> 40	65	2.5	630	0.48	0.21	0.42
<sup>(2)</sup> 55	65	2.5	420	0.10	0.14	0.00
<sup>(2)</sup> 35	105	2.5	780	0.74	0.26	0.84
<sup>(2)</sup> 50	105	2.5	680	0.70	0.23	0.66
<sup>(3)</sup> 30	100	1.0	1200	0.99	0.41	0.92
<sup>(3)</sup> 40	100	1.0	1000	0.80	0.35	0.83
<sup>(3)</sup> 55	100	1.0	600	0.35	0.21	0.45

#### 4.5.6. Patrón magnético: estructura de laberinto

En el arreglo hexagonal cuya histéresis fue medida, también se han obtenido imágenes de MFM en diferentes estados de remanencia ya que el sistema de MFM utilizado permite aplicar campos magnéticos en el transcurso de la operación de microscopía.

Las imágenes en la Fig. 4.8 ilustran diferentes patrones en remanencia obtenidos con la aplicación de un campo magnético axial. Es importante mencionar que la punta del MFM fue previamente saturada con un campo

en la misma dirección que los campos magnéticos utilizados para las medidas. El contraste blanco corresponde a nanohilos con su magnetización orientada en dirección opuesta a la dirección del campo de la punta. Cuando la magnetización de los nanohilos apunta en la dirección del campo de la punta, el contraste es negro. Obtuvimos el estado inicial (Fig. 4.8 (a)) a campo cero. Las imágenes obtenidas después de aplicar *in situ* campos magnéticos de 90, 190, 290, 400, y 500 Oe (ver Figs. 4.8 (b)-4.8 (f), respectivamente) nos muestran la evolución del estado magnético de los nanohilos individualmente. En ellas observamos interesantes patrones de magnetización en función del campo aplicado. Es importante notar el aumento del número de nanohilos negros después de aumentar el campo magnético aplicado.

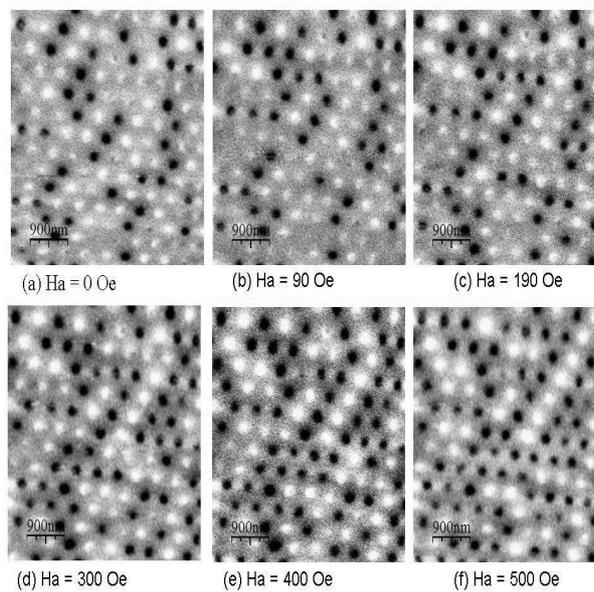


Figura 4.8: Imágenes de MFM del estado inicial (a) y después de aplicar un campo paralelo al campo de la punta de (b) 90 Oe, (c) 190 Oe, (d) 290 Oe, (e) 400 Oe, y (f) 500 Oe.

Recientemente, Asenjo *et al.* [77] analizaron información cuantitativa de la magnetización neta a partir de las imágenes de MFM. Contando el número de hilos que apunta en cada dirección en las imágenes de MFM, podemos

obtener la magnetización remanente,  $m_r^*$  para diferentes valores de  $H_a$ , como

$$m_r^* = \frac{N_w - N_b}{N_w + N_b},$$

donde  $N_w$  y  $N_b$  son el número de hilos con su magnetización apuntando hacia arriba o hacia abajo, respectivamente. Estos valores de  $m_r^*$  se ilustran con puntos rojos en la Fig. 4.6 (a). En los resultados de MFM debemos tomar en cuenta el efecto del campo dipolar de la punta, el que no se observa en una curva medida con SQUID.

En los patrones exhibidos, las interacciones juegan un rol fundamental. En principio, este patrón está determinado por las interacciones magnéticas entre los hilos. Por ejemplo, en el caso de un arreglo cuadrado, [51] cada uno de los cuatro primeros vecinos de un hilo está alineado antiparalelamente con el hilo original, y la estructura magnética del arreglo exhibe un patrón tipo tablero (como en un ajedrez). Sin embargo, cuando consideramos una celda típica hexagonal, como en la Ref. [55], tenemos dos estados casi degenerados. La configuración ilustrada en la Fig. 4.9 (a) tiene, para  $R = 90$  nm,  $d = 500$  nm y  $L = 3.6$   $\mu$ m, un 10% menos de energía (a  $T = 0$ ) que la configuración en la Fig. 4.9 (b). Debido a esta pequeña diferencia, la temperatura, el desorden en la red o la historia magnética de la muestra permite que el arreglo presente cualquiera de las dos configuraciones de corto alcance. De esta manera observamos una mezcla entre estos dos estados en un arreglo regular, lo que origina el patrón de laberinto ilustrado en la Fig 4.9 (c). Esta figura se obtuvo mediante simulaciones de Monte Carlo partiendo desde una muestra saturada y disminuyendo el campo externo hasta alcanzar la remanencia. En este estado casi el mismo número de hilos tiene su magnetización apuntando hacia arriba (blanco en Fig. 4.9) o hacia abajo (negro en Fig. 4.9), y los hilos vecinos se organizan en estructuras como las mostradas en las Figs. 4.9 (a) y 4.9 (b).

Una comparación entre las imágenes simuladas y las observadas mediante MFM muestran un acuerdo cualitativo.

## 4.6. Conclusiones

En conclusión, hemos investigado el rol de la interacción magnetostática en las propiedades magnéticas de arreglos de nanohilos, obteniendo expresiones analíticas para la interacción magnetostática entre los hilos. Expandiendo estas expresiones investigamos el rango de validez de las aproximaciones

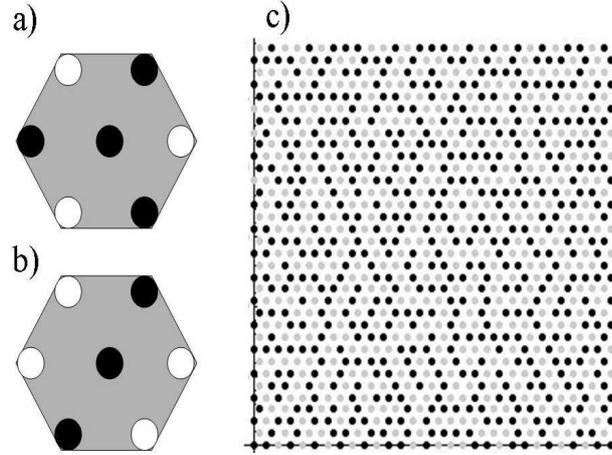


Figura 4.9: Configuración magnética de una celda típica hexagonal en el estado de mínima energía (a) y primer estado excitado (b). Puntos negros (blancos) representan un hilo con su magnetización apuntando hacia arriba (abajo). La diferencia en la energía de ambas configuraciones es de un 10%. (c) Estructura magnética simulada en el estado demagnetizado de una muestra de  $15 \mu\text{m} \times 15 \mu\text{m}$ .

de primer y segundo orden a la energía de interacción. Cuando los hilos están separados por una distancia mayor que su diámetro, entonces la aproximación a primer orden es válida. También concluimos que la interacción dipolo-dipolo es válida solo cuando  $2R/S_{ij} \simeq 0$ .

Además obtuvimos una expresión analítica que permite obtener la magnetización remanente como función de las interacciones magnetostáticas presentes en el arreglo. Nuestros resultados nos permiten concluir que, debido al largo alcance de las interacciones dipolares entre los hilos, el tamaño de la muestra influye fuertemente en la remanencia del arreglo. Para garantizar reproducibilidad es importante considerar muestras del orden de  $10^2$  o  $10^6$  hilos, según sea el ordenamiento magnético entre éstos. También, hemos explicado el típico patrón de laberinto observado en las imágenes de MFM a partir de las configuraciones magnéticas de menor energía en una celda hexagonal. Nuestros resultados muestran un buen acuerdo con mediciones de SQUID y MFM.

# Capítulo 5

## Multicapas de anillos magnéticos

En este capítulo estudiaremos las propiedades magnéticas de anillos formados por capas alternadas de materiales magnéticos y no magnéticos y obtendremos diagramas de fase que entregan la estabilidad relativa de las configuraciones magnéticas básicas de los anillos, como función de su geometría. Las interacciones entre las capas magnéticas juegan un rol importante, como se evidencia de los diagramas de fase presentados. Centraremos nuestra atención sobre las condiciones necesarias para la aparición de la configuración de vórtice, en cuyo caso la estructura de multicapas podría ser usada para producir memorias magnéticas de acceso aleatorio. Parte del trabajo presentado en este capítulo ha sido publicado en las referencias [86] y [87].

### 5.1. Introducción

Las propiedades magnéticas de los sistemas de multicapas han sido intensamente estudiadas en los últimos años. Una de las principales razones es que estas estructuras representan la arquitectura magnética básica necesaria para producir las MRAMs, [29, 30, 31] uno de los problemas más estudiados en el área del magnetismo.

Como ya discutimos en el capítulo 3, es importante estudiar las configuraciones magnéticas estables del sistema, las que están fuertemente determinadas por la forma y geometría del elemento. Para esto tenemos que considerar las contribuciones de la energía dipolar, energía de intercambio y anisotropía. [18] Resultados experimentales y simulaciones numéricas sobre anillos magnéticos han identificado tres configuraciones magnéticas básicas,

conocidas como la ferromagnética fuera del plano ( $c = 1$ ), el estado de cebolla ( $c = 2$ ), y el vórtice ( $c = 3$ ). [36, 51, 88, 89, 90] En la configuración  $c = 1$ , los momentos magnéticos yacen paralelos al eje del anillo, mientras que en las otras dos configuraciones, los momentos magnéticos están paralelos a su base. El estado de cebolla se alcanza generalmente durante el ciclo de histéresis (ver Fig. 5.1) y está caracterizado por la presencia de dos paredes de dominio. [91, 92] Es importante mencionar que en las configuraciones  $c = 1$  y  $c = 2$  en las cuales la magnetización promedio del anillo es distinta de cero, el comportamiento magnético de estos es sensible a las fluctuaciones de forma y rugosidades superficiales, lo que produce complejos procesos de reversión. Sin embargo, en la configuración de vórtice, la mayor parte del flujo magnético está confinado dentro de la partícula, y la magnetización es casi insensible a las imperfecciones superficiales. Además, en este caso, el confinamiento de las líneas de flujo magnético permite obtener arreglos mucho más densos. Otra ventaja de los anillos magnéticos es la ausencia de un core central (definido en el capítulo 3) en la configuración de vórtice, lo que permite obtener procesos de reversión más simples y reproducibles. Como consecuencia, el estudio del estado de vórtice en estructuras multicapas de anillos magnéticos es un aspecto fundamental para la producción de las MRAMs.

Los primeros diseños de las MRAMs eran dispositivos en el plano, es decir, el sentido de la corriente en el elemento de memoria estaba en el mismo plano que la capa magnética. Recientemente, Zhu y colaboradores [30] propusieron un nuevo diseño de MRAM basado en estructuras multicapas de anillos magnéticos, aprovechando las ventajas de su configuración de vórtice. [92, 93] Este diseño utiliza el efecto de magnetoresistencia gigante vertical obtenido a partir de una corriente que circula perpendicular a las capas magnéticas. El impacto de esta propuesta nos ha llevado a investigar, en este capítulo, las condiciones bajo las cuales los anillos magnéticos nanométricos, en una estructura de multicapas, presentan estados de vórtices.

## 5.2. Sistema geométrico

Consideraremos un sistema multicapa formado por dos anillos magnéticos separados por un espaciador no magnético, como se ilustra en la Fig. 5.2. Su geometría está caracterizada por el radio externo  $R$  y el radio interno  $a$ , las alturas (o longitudes)  $L_1$  y  $L_2$  de la capa magnética inferior y superior, respectivamente, y el espesor  $d$  de la capa no magnética. Estamos interesa-

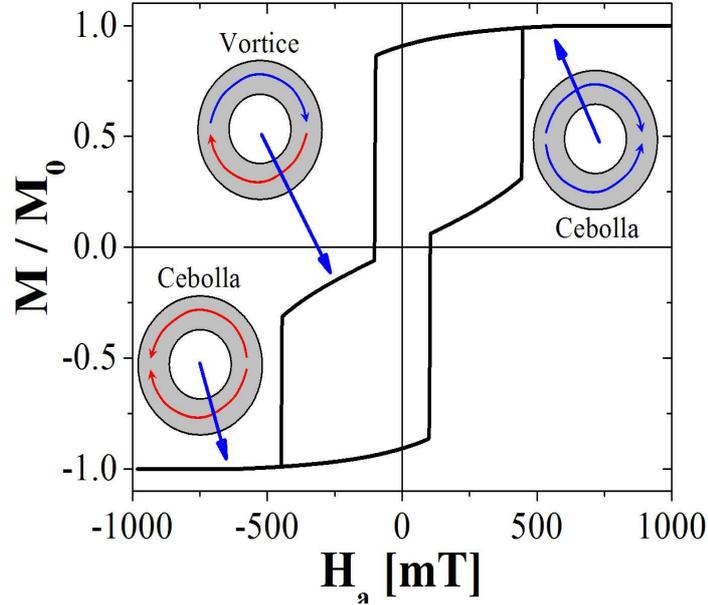


Figura 5.1: Curva de histéresis realizada mediante simulación numérica (OOMMF) para un anillo de cobalto con radio externo  $R = 25$  nm, radio interno  $a = 12.5$  nm y longitud  $L = 20$  nm.

dos en determinar el rango de valores de estos parámetros para los cuales los anillos magnéticos, en la estructura multicapa, exhiben una de las tres posibles configuraciones magnéticas básicas. En otras palabras, investigamos la estabilidad relativa de las configuraciones magnéticas, que pueden identificarse mediante dos índices  $[c_1, c_2]$ , donde  $c_1, c_2 = 1, 2, \text{ o } 3$  corresponden a las configuraciones internas del anillo magnético inferior y superior, respectivamente. A continuación evaluamos y comparamos la energía total  $E_{tot}^{[c_1, c_2]}$  de las configuraciones magnéticas como función de los parámetros geométricos del sistema.

### 5.3. Modelo analítico

Para calcular la energía total,  $E_{tot}^{[c_1, c_2]}$ , es necesario definir la distribución espacial de la magnetización,  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ , correspondiente a cada una de las tres configuraciones básicas del sistema. La energía total de la estructura mul-

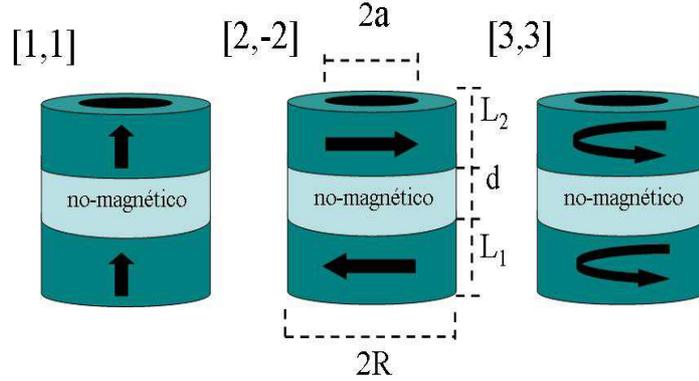


Figura 5.2: Configuraciones magnéticas en anillos multicapa.

ticapa puede escribirse en la forma  $E_{tot}^{[c_1, c_2]} = E^{[c_1]}(1) + E^{[c_2]}(2) + E_{int}^{[c_1, c_2]}$ , donde  $E^{[c_i]}(i) = E_{dip}^{[c_i]}(i) + E_{ex}^{[c_i]}(i)$  es la autoenergía del anillo magnético  $i$  (ver Ecs. (2.6) y (2.16)), y  $E_{int}^{[c_1, c_2]}$  es la energía de interacción dipolar entre dos anillos magnéticos (2.17). Presentaremos nuestros resultados en unidades adimensionales

$$\tilde{E} \equiv \frac{E}{\mu_0 M_0^2 l_{ex}^3}.$$

Es conveniente definir las razones  $\gamma_i = H_i/R$  y  $\beta = a/R$ , donde  $\beta$  es la razón entre el radio interno y externo del anillo, de tal manera que  $\beta = 0$  representa un cilindro (como el estudiado en el capítulo 3), mientras que  $\beta \rightarrow 1$  representa el caso límite de un anillo ultra delgado.

### 5.3.1. Configuración ferromagnética ( $c = 1$ )

Para la configuración  $c = 1$ , podemos aproximar la distribución espacial de la magnetización por  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_0 \hat{\mathbf{z}}$ , donde  $\hat{\mathbf{z}}$  es un vector unitario paralelo al eje del anillo. El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice E. Asumimos que en esta configuración los anillos están uniformemente magnetizados. De esta forma, la energía de intercambio de cada anillo magnético es cero, y la autoenergía está dada sólo por la contribución dipolar. Este término fue previamente obtenido por Beleggia et al. [94] y está dado por

$$\tilde{E}^{[1]}(i) = \frac{\pi R^3}{l_{ex}^3} \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} (1 - e^{-q\gamma i}) (J_1(q) - \beta J_1(\beta q))^2,$$

donde  $J_1(z)$  es una función de Bessel de primera especie y orden 1.

### 5.3.2. Configuración de cebolla ( $c = 2$ )

El estado de cebolla (ver Fig. 5.1) se obtiene generalmente como un estado remanente y está caracterizado por la presencia de dos paredes de dominio. [91, 92]

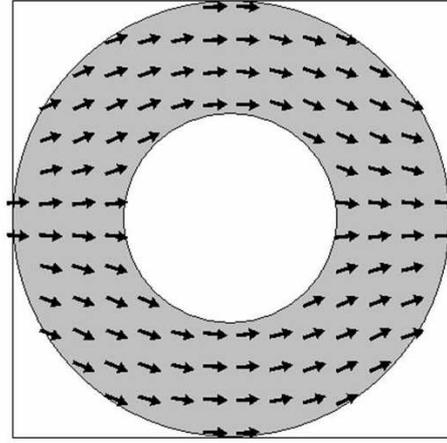


Figura 5.3: Configuración de cebolla de un anillo de cobalto con  $L = 2.1 l_{ex}$ ,  $R = 7 l_{ex}$ , y  $\beta = 0.5$ . Las flechas indican la dirección de la magnetización.

Landeros *et al.* [95] mostraron que el estado de cebolla puede ser descrito por un modelo analítico simple que depende de un parámetro variacional  $n$ , cuyo valor es aquél que minimiza la energía total del anillo. En su modelo, la magnetización reducida está escrita como la suma de una componente radial ( $m_r = M_r/M_0$ ) y una componente azimuthal ( $m_\phi = M_\phi/M_0$ ) que satisfacen las relaciones

$$m_r(\phi) = \begin{cases} f(\phi), & 0 < \phi < \pi/2 \\ -f(\pi - \phi), & \pi/2 < \phi < \pi \\ -f(\phi - \pi), & \pi < \phi < 3\pi/2 \\ f(2\pi - \phi), & 3\pi/2 < \phi < 2\pi \end{cases}$$

y

$$m_\phi(\phi) = \begin{cases} -\sqrt{1-f^2(\phi)}, & 0 < \phi < \pi/2 \\ -\sqrt{1-f^2(\pi-\phi)}, & \pi/2 < \phi < \pi \\ \sqrt{1-f^2(\phi-\pi)}, & \pi < \phi < 3\pi/2 \\ \sqrt{1-f^2(2\pi-\phi)}, & 3\pi/2 < \phi < 2\pi \end{cases}$$

con  $f$  dado por

$$f(n, \phi) = \cos^n \phi, \quad n \geq 1.$$

En este modelo,  $n = 1$  corresponde a una configuración ferromagnética en el plano. Ellos encontraron que, cuando la configuración de cebolla es la configuración estable, entonces  $n \approx 1$ , como se ilustra en la Fig. 5.4. Esto

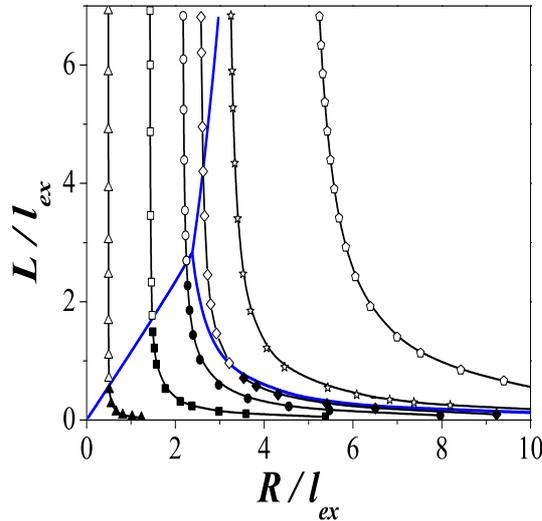


Figura 5.4: Curvas con  $n$  constante para anillos con  $\beta = 0.5$ . Los símbolos llenos corresponden a estados estables de cebolla, y símbolos abiertos a configuraciones metaestables o inestables. La línea gruesa (azul) representa los bordes entre las regiones estables. Resultados son presentados para  $n = 1.01$  (triángulos), 1.1 (cuadrados), 1.3 (círculos), 1.5 (diamantes), 2 (estrellas), y 4 (pentágonos).

concuera con el trabajo de Beleggia *et al.* [94] quienes argumentaron que

al reemplazar el estado de cebolla por una configuración ferromagnética uniforme, introduciremos un error en la posición de las líneas de transición que no excede un 10%. En vista de estos resultados, consideraremos  $n = 1$  y entonces  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_0 \hat{\mathbf{x}}$ , donde  $\hat{\mathbf{x}}$  es un vector unitario paralelo a la base del anillo. El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice E. Esta energía fue previamente calculada por Beleggia et al. [94] y está dada por

$$\tilde{E}^{[2]}(i) = \frac{\pi R^3}{2l_{ex}^3} \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} (e^{-q\gamma_i} + q\gamma_i - 1) (J_1(q) - \beta J_1(q\beta))^2.$$

### 5.3.3. Configuración de vórtice ( $c = 3$ )

Una de las principales ventajas de la geometría anular sobre los cilindros magnéticos, es que los anillos no presentan una región de core (definida en el capítulo 3). Como se observa a partir de la Fig. 3.3, si tenemos un agujero en el centro del cilindro (anillo), la configuración de vórtice no tendrá una componente a lo largo del eje del cilindro, haciendo mucho más estable y robusta esta configuración. De esta forma, para la configuración de vórtice,  $c = 3$ , la magnetización puede aproximarse por  $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_0 \hat{\phi}$ , donde  $\hat{\phi}$  es un vector unitario en coordenadas cilíndricas. El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice G. En este caso, la contribución dipolar a la autoenergía es cero, de manera que

$$\tilde{E}^{[3]}(i) = -\frac{\pi L_i}{l_{ex}} \ln \beta.$$

### 5.3.4. Interacción dipolar entre dos anillos magnéticos

Como se menciona en el Capítulo 2, las interacciones entre las partículas, como la interacción de RKKY e intercambio directo, decaen rápidamente con la distancia, por lo que no contribuyen a la interacción entre los dos anillos magnéticos, si el espesor,  $d$ , del espaciador es mayor que la longitud de intercambio  $l_{ex}$ . De esta forma solo debemos calcular la contribución de la interacción dipolar entre los anillos. Al respecto, los únicos términos distintos de cero corresponden a configuraciones con ambos anillos en estados  $c = 1$  o  $c = 2$ . Debido a que la configuración de vórtice ( $c = 3$ ) presenta la condición de flujo perfectamente cerrado, un anillo magnético

con esta magnetización no interactúa con otro, independiente de la configuración magnética de este último. Además, es fácil mostrar que la interacción entre dos anillos, uno en la configuración  $c = 1$  y el otro en la  $c = 2$ , es cero. El detalle de este cálculo está dado en el Apéndice H, de donde tendremos

$$\tilde{E}_{int}^{[1,1]} = -\frac{\pi R^3}{l_{ex}^3} \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} [J_1(q) - \beta J_1(q\beta)]^2 e^{-q\frac{d}{R}} (1 - e^{-q\gamma_1}) (1 - e^{-q\gamma_2}),$$

y  $\tilde{E}_{int}^{[2,-2]} = \tilde{E}_{int}^{[1,1]}/2$ . El signo menos en el superíndice de  $\tilde{E}_{int}^{[2,-2]}$  indica que las magnetizaciones del anillo inferior y superior son antiparalelas. Además, de la ecuación anterior se observa que la energía total de la configuración  $[2, 2]$  es siempre mayor que la energía de la configuración  $[2, -2]$ .

## 5.4. Resultados y Discusiones

Habiendo evaluado la energía total de las tres configuraciones magnéticas básicas, estamos ahora en posición de investigar la estabilidad relativa de las configuraciones  $[c_1, c_2]$ .

### 5.4.1. Sistemas con igual longitud $L_1 = L_2 = L$

Consideramos primero sistemas con  $L_1 = L_2 = L$ . La Fig. 5.5 muestra los diagramas de fase que entregan las regiones en el plano  $RL$  dentro de las cuales una de las configuraciones  $[c_1, c_2]$  es la de menor energía, para  $d/l_{ex} = 1$  (líneas punteadas),  $d/l_{ex} = 10$  (líneas cortadas), y  $d/l_{ex} \gg 1$  (líneas sólidas), y para dos valores de  $\beta = a/R = 0.3$  (a) y  $0.9$  (b). La condición  $d/l_{ex} \gg 1$  representa a anillos magnéticos no interactuantes (aislados). Los diagramas presentan sólo tres regiones, que corresponden a las configuraciones  $[1, 1]$ ,  $[2, -2]$ , y  $[3, 3]$ , como en el caso de un anillo aislado. [95] Es importante mencionar que en nuestro modelo la configuración  $[3, -3]$ , que corresponde a dos vórtices con circulaciones en sentido opuesto, y la configuración  $[3, 3]$ , tienen la misma energía, ya que en ambos casos los anillos magnéticos no interactúan. A partir de ahora nos referiremos a ambas como configuraciones  $[3, 3]$ . En las figuras se puede observar que una mayor interacción, esto es, una reducción de  $d$ , favorece la estabilidad de las configuraciones  $[1, 1]$  y  $[2, -2]$ , disminuyendo la región de configuraciones tipo vórtice, para las cuales la

interacción es nula. Asimismo, para  $d/l_{ex} \geq 10$  la interacción es despreciable y ambos anillos se comportan en forma independiente. Las líneas de transición entre las configuraciones magnéticas, así como la posición del punto triple se modifican fuertemente con  $\beta$ . Se debe notar la reducción significativa de la región de estabilidad de la configuración  $[2, -2]$  a medida que la pared del anillo se hace cada vez más delgada ( $\beta \rightarrow 1$ ).

Un aspecto importante es la dependencia de todo el diagrama como función de  $\beta$ , que puede ser investigada siguiendo la trayectoria del punto triple en el plano  $RL$  como función de  $d$ . En la Fig. 5.6 presentamos estas trayectorias para diferentes valores de la razón  $d/l_{ex}$ . Es importante mencionar que el radio  $R_t$  del punto triple define el menor valor de  $R$  para el cual las configuraciones  $[3, 3]$  son estables. A medida que crece  $\beta$ , las trayectorias ilustradas se aproximan a una trayectoria límite (línea entrecortada) que corresponde a anillos completamente desacoplados ( $d \gg l_{ex}$ ). Es decir, en anillos delgados la interacción dipolar entre ellos es pequeña, independiente de la distancia a que estos se encuentren, reduciéndose el diagrama de fase al de un anillo magnético aislado. [95]

#### 5.4.2. Sistemas de distinta longitud $L_1 \neq L_2$

Centramos ahora nuestra atención en geometrías con  $L_1$  distinto de  $L_2$ , permitiendo así la existencia de nuevas configuraciones en las que ambos anillos pueden presentar diferentes estados magnéticos, tales como las  $[1, 2]$ ,  $[2, 3]$ , y  $[3, 1]$ . La Fig. 5.7 muestra diagramas de fase en el plano  $RL_2$  para  $\beta = 0.3$  y  $L_1/l_{ex} = 2$ , para dos espesores de la capa no magnética,  $d/l_{ex} = 10$  (a) y  $d/l_{ex} = 1$  (b). Para estas geometrías observamos la aparición de las configuraciones  $[1, 2]$ ,  $[2, 1]$ ,  $[2, 3]$  y  $[3, 2]$ . Resulta claro entonces que es posible generar configuraciones más complejas, que podrían ser interesantes desde el punto de vista de nuevas aplicaciones.

Los diagramas de fase en las Figs. 5.8 y 5.9 ilustran geometrías para las cuales es posible suprimir o aumentar la presencia de configuraciones particulares. En ambos casos consideramos  $H_1/l_{ex} = 6$ , y dos espesores diferentes de la capa no magnética, que son  $d/l_{ex} = 10$  (a) y  $d/l_{ex} = 1$  (b). En la Fig. 5.8 los resultados representan anillos con paredes gruesas ( $\beta = 0.3$ ) mientras que en la Fig. 5.9 mostramos anillos con paredes delgadas ( $\beta = 0.9$ ). Además observamos que el tamaño de las regiones de estabilidad cambia a medida que modificamos los parámetros geométricos. Este resultado puede ser relevante para la construcción de dispositivos basados en estas estructuras, permitiendo

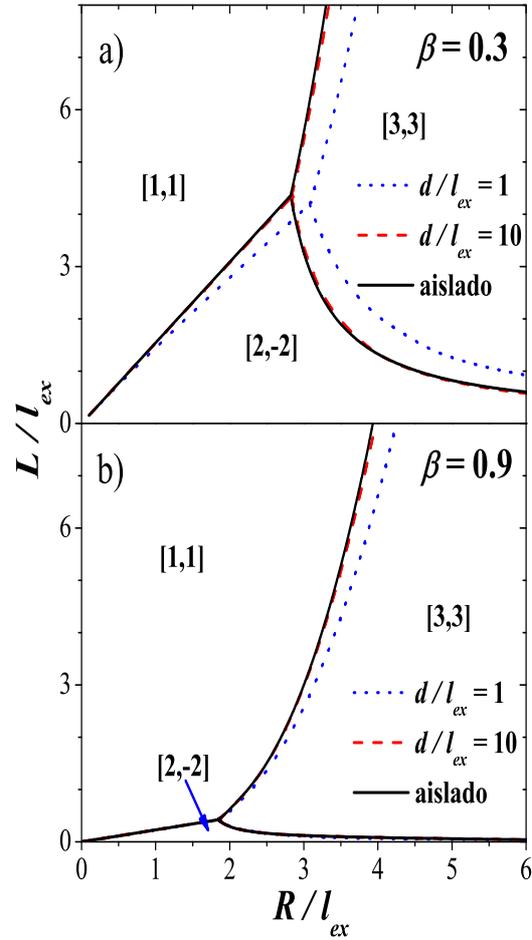


Figura 5.5: Diagramas de fase para estructuras de anillos multicapas con  $L_1 = L_2 = L$ , para (a)  $\beta = a/R = 0.3$  y (b)  $\beta = 0.9$ . Los resultados son presentados para  $d/l_{ex} = 1$  (líneas punteadas),  $d/l_{ex} = 10$  (líneas entrecortadas), y para  $d/l_{ex} \gg 1$  (líneas sólidas).

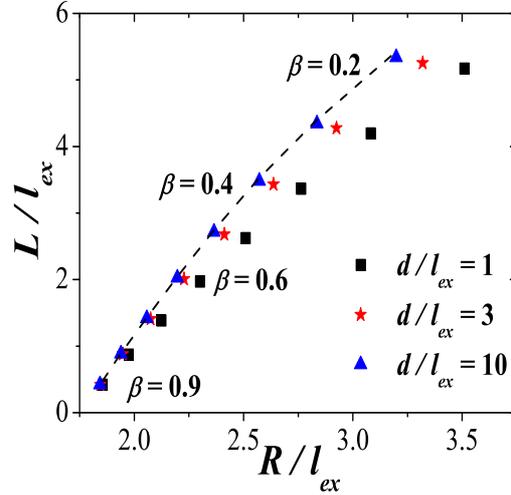


Figura 5.6: Trayectorias del punto triple como función de  $\beta$ , para  $d/l_{ex} = 1$  (cuadrados), 3 (estrellas), y 10 (triángulos). La línea entrecortada corresponde al caso en el cual los anillos magnéticos están completamente desacoplados ( $d \gg l_{ex}$ ).

suprimir algunas fases o configuraciones mediante una apropiada elección de los parámetros geométricos. Por ejemplo, en las Figs. 5.8 y 5.9, el anillo inferior nunca presenta el estado de cebolla ( $c_1 = 2$ ), que si es observado en las Figs. 5.5 y 5.7. Es importante notar la significativa reducción en el tamaño de la región de estabilidad de la configuración [1, 2], a medida que reducimos el espesor de la pared del anillo,  $\beta$ , como se ve en la Fig. 5.9.

Ahora estudiaremos los diagramas de fase en el plano  $Rd$ , para valores fijos de  $L_1$ ,  $L_2$ , y  $\beta$ . La Fig. 5.10 muestra los diagramas correspondientes a  $L_1 = 3 l_{ex}$  y  $L_2 = L_1/2$ , para  $\beta = 0.2$  (a), 0.5 (b), y 0.8 (c). Inmediatamente observamos que la existencia de la configuración [3, 3] es casi independiente del espesor  $d$  de la capa no magnética, donde obtenemos  $d \geq l_{ex}$ . Además, el valor mínimo de  $R$ , para el cual la configuración [3, 3] aparece, puede ser tan pequeño como unas pocas  $l_{ex}$  al mismo tiempo que  $\beta$  no sea demasiado pequeño.

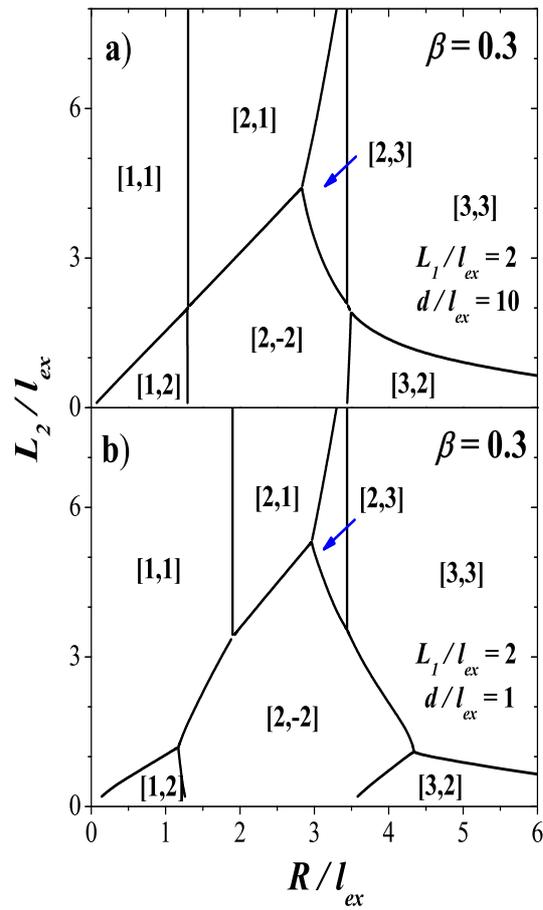


Figura 5.7: Diagramas de fase para anillos multicapas con  $L_1/l_{ex} = 2$  y  $\beta = a/R = 0.3$ , para  $d/l_{ex} = 10$  (a) y  $d/l_{ex} = 1$  (b).

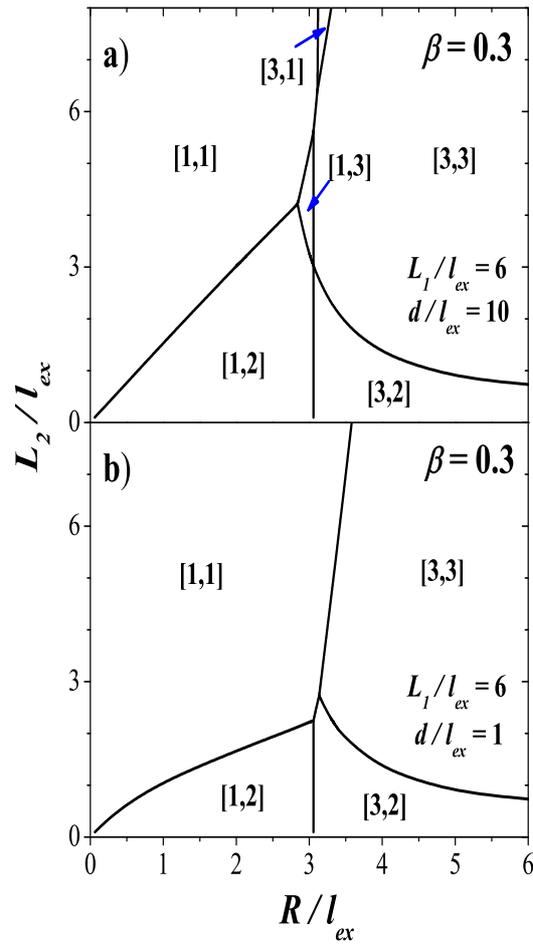


Figura 5.8: Diagramas de fase para anillos multicapas con  $L_1/l_{ex} = 6$  y  $\beta = 0.3$ , para  $d/l_{ex} = 10$  (a) y  $d/l_{ex} = 1$  (b).

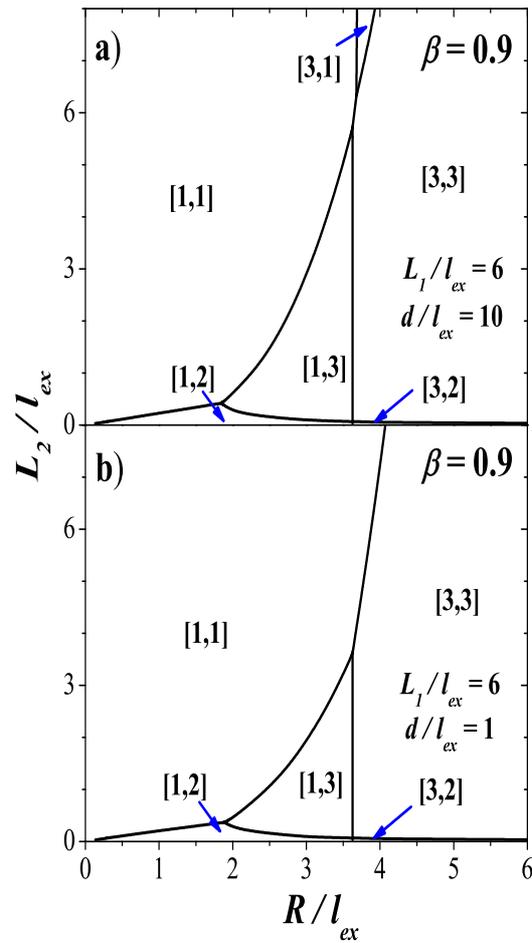


Figura 5.9: Diagramas de fase para anillos multicapas con  $L_1/l_{ex} = 6$  y  $\beta = 0.9$ , para  $d/l_{ex} = 10$  (a) y  $d/l_{ex} = 1$  (b).

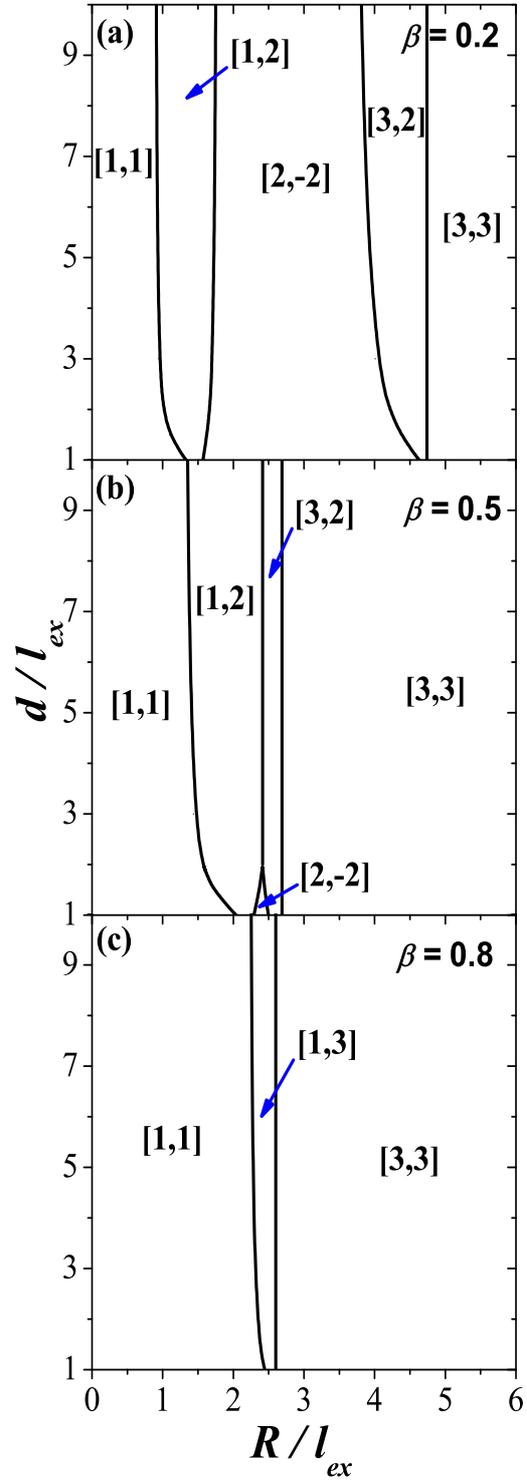


Figura 5.10: Diagramas de fase para anillos multicapas con  $L_1 = 3 l_{ex}$  y  $L_2 = L_1/2$  en el plano  $Rd$ , para  $\beta = 0.2$  (a),  $\beta = 0.5$  (b), y  $\beta = 0.8$  (c).

## 5.5. Conclusiones

Hemos estudiado el comportamiento magnético de anillos formados de capas alternadas de materiales magnéticos y no magnéticos. Nuestros resultados son presentados en diagramas de fase que consideran diversos parámetros geométricos, que intentan ser una guía en la producción de nanoestructuras con propósitos tecnológicos tales como la fabricación de MRAMs. Estos diagramas no sólo permiten controlar el número de configuraciones magnéticas que el sistema puede exhibir, sino que también, la posibilidad de suprimir configuraciones específicas. En particular, hemos investigado el rango de los parámetros geométricos para los cuales la configuración  $[3, 3]$  es la de menor energía.

# Capítulo 6

## Tubos magnéticos bifásicos

En este capítulo estudiaremos las propiedades magnéticas de tubos bifásicos formados por un tubo magnético interno, un tubo espaciador no magnético y un tubo magnético externo, como función de su geometría. A partir de expresiones analíticas para la energía, obtendremos diagramas de fase que entregan la estabilidad relativa de las configuraciones magnéticas básicas de los tubos. En dichos diagramas, las interacciones entre las fases magnéticas juegan un rol importante. Centraremos nuestra atención sobre las condiciones necesarias para la aparición de nuevos estados magnéticos, que permitirán utilizar estos tubos bifásicos en diversas aplicaciones. Además, estudiaremos el desplazamiento de la curva de histéresis debido a la interacción entre el tubo interno y externo. Finalmente, calcularemos el campo de nucleación de un nanotubo magnético asumiendo que la reversión de la magnetización es mediante una pared de vórtice. Parte del trabajo presentado en este capítulo será publicado en la referencia [96].

### 6.1. Introducción

Como mencionamos en el capítulo 1, el almacenamiento de información de los medios de grabación convencionales, formados de granos débilmente acoplados, está limitado por el efecto superparamagnético, [13] que surge cuando el tamaño de los granos es menor que 10 nm. En este caso, fluctuaciones térmicas en la orientación de los momentos magnéticos pueden provocar pérdida de información. De esta forma, para aumentar la densidad de grabación magnética es necesario proponer nuevos elementos magnéticos.

Los arreglos regulares de estructuras magnéticas multicapas de cilindros [97] o anillos [86] han sido considerados como la base para extender la densidad de almacenamiento magnético más allá del límite superparamagnético. En estos sistemas, un cilindro o anillo con  $n$  capas magnéticas puede almacenar hasta  $2^n$  bits, cuyo volumen es mucho mayor que el de los granos en medios magnéticos convencionales, eliminando de esta manera las fluctuaciones térmicas y aumentando la densidad de grabación por un factor  $2^{n-1}$ .

Recientemente, con nuevas técnicas de fabricación se han sintetizado nanotubos magnéticos, [98, 99, 100] abriendo un nuevo campo de investigación. Debido a la falta de material magnético en el eje de simetría, los tubos exhiben configuraciones de vórtice y modos de reversión libres de core (definido en el capítulo 3) lo que permite obtener campos de reversión uniformes, que garantizan la reproducibilidad del proceso. [100, 101] Además, debido a su baja densidad, los nanotubos pueden flotar en soluciones, siendo así muy convenientes para diversas aplicaciones biológicas (ver Ref. [98] y refs. citadas ahí). Simulaciones numéricas [100, 102] y cálculos analíticos [101, 102, 103] en estos tubos han identificado la existencia de dos configuraciones magnéticas ideales: un estado ferromagnético con todos los momentos magnéticos apuntando paralelos al eje del tubo ( $c = 1$ ) y un ordenamiento magnético en el plano formando un vórtice ( $c = 3$ ). El estado ferromagnético en el plano ( $c = 2$ ) no aparece en estos sistemas debido a que en partículas cuyo diámetro es menor que la altura, no es energéticamente favorable.

En 2004, Pirota *et al.* [104] sintetizaron microhilos bifásicos formados de dos capas magnéticas: un núcleo cilíndrico y un microtubo magnético externo, separados por una microcapa no magnética. La síntesis de estos sistemas, y la existencia de nanotubos magnéticos abre la posibilidad de fabricar micro y nanotubos bifásicos, donde nuevas fases magnéticas podrían aparecer. Debido a su geometría, los tubos internos y externos pueden estar lo bastante cerca para interactuar vía un fuerte acoplamiento dipolar. Esta interacción puede producir nuevas fases magnéticas del sistema, [105] las que pueden ser utilizadas en aplicaciones específicas. Además, se espera que aparezca un desplazamiento en la curva de histéresis, que no está relacionado a ningún tipo de interacción de intercambio [106, 107] sino más bien a la interacción dipolar. Este efecto se conoce como dipolar bias y es el responsable de la magnetoimpedancia gigante que presentan microhilos amorfos. [108] Además, este efecto puede ser usado para controlar el mecanismo de reversión de las estructuras magnéticas, con potenciales aplicaciones en dispositivos electrónicos de espín. De hecho, un efecto similar se usa en válvulas de espín y en uniones

magnéticas de efecto túnel donde la interacción de intercambio entre láminas ferromagnéticas (FM) y antiferromagnéticas (AFM) permiten que el material exhiba una respuesta asimétrica bien definida a las excitaciones magnéticas. [33] Esta interacción de intercambio FM/AFM ha sido considerada como la fuente extra de anisotropía necesaria para traspasar el límite superparamagnético en nanopartículas magnéticas. [106]

## 6.2. Sistema geométrico

Consideramos un tubo magnético bifásico formado por dos tubos magnéticos concéntricos de longitud  $L$  separados por un espaciador no magnético, como se ilustra en la Fig. 6.1 (a). El tubo interno (externo) está caracterizado por su radio externo  $R_i$  ( $R_e$ ) y radio interno  $a_i$  ( $a_e$ ). Las configuraciones magnéticas de los tubos bifásicos pueden ser identificadas por dos índices  $[c_i, c_e]$ , donde  $c_i, c_e = 1$  o  $3$  denotan las configuraciones magnéticas del tubo interno y externo, respectivamente (ver Fig. 6.1 (b)).

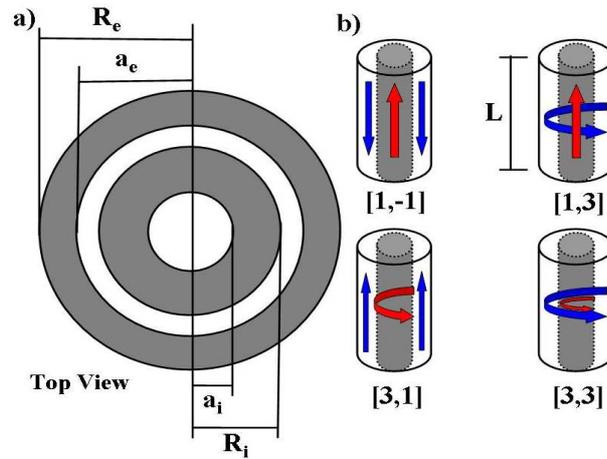


Figura 6.1: (a) Parámetros geométricos y (b) configuraciones magnéticas características de un micro y nanotubo bifásico.

### 6.3. Modelo analítico

Vamos a adoptar una descripción simplificada del sistema, donde la distribución discreta de los momentos magnéticos es reemplazada por una continua caracterizada por una variación suave de la magnetización. La energía total de la estructura bifásica puede ser escrita en la forma  $E_{tot}^{[c_i, c_e]} = E_{self}^{[c_i]} + E_{self}^{[c_e]} + E_{int}^{[c_i, c_e]}$ , donde  $E_{self}^{[c_p]} = E_d^{[c_p]} + E_{ex}^{[c_p]}$  es la autoenergía de cada tubo magnético (con  $p = i, e$ ), y  $E_{int}^{[c_i, c_e]}$  es la energía de interacción dipolar entre ellos. Procederemos ahora a calcular los términos de la energía en la expresión para  $E_{tot}^{[c_i, c_e]}$ . A continuación, debemos especificar la forma funcional de la magnetización para cada configuración considerada.

#### 6.3.1. Configuración ferromagnética ( $c = 1$ )

Para la configuración  $c = 1$  podemos aproximar la distribución espacial de la magnetización por  $\mathbf{M}_p(\mathbf{r}) = M_p \hat{\mathbf{z}}$ , donde  $\hat{\mathbf{z}}$  es un vector unitario paralelo al eje del anillo. El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice E. Asumimos que en esta configuración los tubos están uniformemente magnetizados. De esta forma, la energía de intercambio de cada tubo magnético es cero, y la autoenergía está dada sólo por la contribución dipolar. En este caso,

$$E_{self}^{[1]}(p) = \pi \mu_0 M_p^2 R_p^2 \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} (1 - e^{-qL}) (J_1(qR_p) - \beta_p J_1(qa_p))^2,$$

con  $\beta_p = a_p/R_p$  y  $J_1(z)$  es una función de Bessel de primera especie. Una expresión análoga para este término fue previamente obtenida por Beleggia et al. [94].

#### 6.3.2. Configuración de vórtice ( $c = 3$ )

Para la configuración de vórtice asumiremos que la magnetización tiene la forma general (que incluye un core magnético),  $\mathbf{M}_p(\mathbf{r}) = M_z(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{z}} + M_\phi(\mathbf{r}) \hat{\phi}$ , donde  $\hat{\mathbf{z}}$  y  $\hat{\phi}$  son vectores unitarios en coordenadas cilíndricas, y  $M_z$  (componente responsable de la magnetización del core) y  $M_\phi$  (componente que entrega la magnetización del vórtice en el plano) satisfacen la relación  $M_z^2 + M_\phi^2 = M_0^2$ . Vamos a estudiar ahora si existe un core en un nanotubo aislado. Mediante simulaciones micromagnéticas (OOMMF) de un nanotubo de cobalto

para diferentes valores de  $\beta$ , encontramos que para tubos con paredes delgadas, el core es despreciable. En la Fig. 6.2 presentamos los resultados de

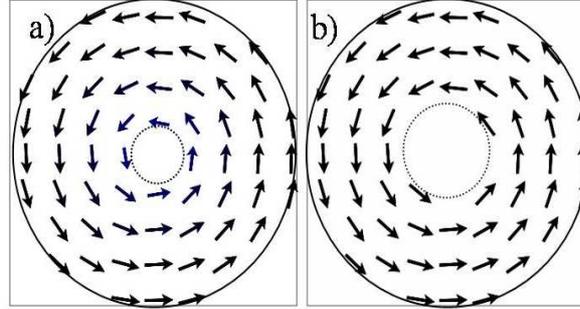


Figura 6.2: Instantánea de la magnetización a lo largo de un plano perpendicular al eje del tubo. El tamaño de las flechas entrega la magnitud de la componente de la magnetización en el plano. El nanotubo está definido por  $R = 52$  nm,  $L = 700$  nm y a)  $\beta = 0.1$  ( $M_z/M_0 = 0.11$ ), y b)  $\beta = 0.3$  ( $M_z/M_0 \approx 10^{-6}$ ).

dos simulaciones: a) para  $\beta = 0.1$ , y b) para  $\beta = 0.3$ . Las flechas representan la componente  $\phi$  de la magnetización; luego, una flecha corta en este diagrama significa que existe una componente a lo largo de la dirección  $z$  que produce un core magnético. Para  $\beta = 0.1$  obtenemos  $M_z/M_0 = 0.11$ , mientras que para  $\beta = 0.3$ ,  $M_z/M_0 \approx 10^{-6}$ . A partir de estos resultados podemos concluir que, en términos generales, para  $\beta > 0.1$  el core magnético puede ser despreciado. De esta forma, para la configuración de vórtice,  $c = 3$ , la magnetización puede aproximarse por  $\mathbf{M}_p(\mathbf{r}) = M_0 \hat{\phi}$ , donde  $\hat{\phi}$  es un vector unitario en coordenadas cilíndricas. El detalle de los cálculos puede ser encontrado en el Apéndice G. En este caso, la contribución dipolar a la autoenergía es cero, de manera que

$$E_{self}^{[3]}(p) = -2A_p \pi L \ln \beta_p.$$

### 6.3.3. Interacción dipolar entre el tubo magnético interno y externo de un sistema bifásico

Estamos interesados en sistemas donde el espesor del tubo intermedio,  $d_s = a_e - R_i$ , es suficientemente grande como para poder despreciar la in-

teracción de intercambio indirecta entre los dos tubos magnéticos. De esta forma sólo debemos calcular la contribución de la interacción dipolar entre los tubos. Al respecto, el único término distinto de cero aparece cuando ambos tubos están en la configuración  $c = 1$ . Debido a que la configuración de vórtice ( $c = 3$ ) presenta la condición de flujo perfectamente cerrado, un tubo magnético con esta magnetización no interactúa con otro, independiente de la configuración magnética de este último. El detalle de este cálculo está dado en el Apéndice I, de donde tendremos

$$E_{int}^{[1,-1]} = -2\pi\mu_0 M_i M_e R_i R_e \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} (1 - e^{-qL}) \\ (J_1(qR_i) - \beta_i J_1(qa_i)) (J_1(qR_e) - \beta_e J_1(qa_e)) .$$

El signo menos en el superíndice de  $\tilde{E}_{int}^{[1,-1]}$  indica que las magnetizaciones del tubo interior y exterior son antiparalelas. Además, la energía total de la configuración  $[1, 1]$  es siempre mayor que la energía de la configuración  $[1, -1]$ .

## 6.4. Resultados y discusiones

### 6.4.1. Propiedades estáticas: diagramas de fase

Estamos ahora en posición de investigar la estabilidad relativa de las configuraciones  $[c_i, c_e]$ . Consideraremos tubos bifásicos de níquel ( $l_{ex} = 8.225$  nm) y cobalto ( $l_{ex} = 2.849$  nm). Sin embargo, para describir apropiadamente la geometría de los tubos, necesitamos usar cinco parámetros geométricos diferentes. Para simplificar la ilustración de nuestros resultados, presentaremos diagramas de fase en términos de  $d_i/d_e$ , donde  $d_i = R_i - a_i$  es el espesor del tubo magnético interno y  $d_e = R_e - a_e$  representa el espesor del tubo magnético externo, como ilustramos en la Fig. 6.3.

#### Nanotubos bifásicos

Comenzamos investigando nanotubos bifásicos con  $a_i = 10$  nm y  $d_s = 50$  nm. La Fig. 6.4 muestra los diagramas de fase que entregan las regiones dentro de las cuales una de las configuraciones  $[c_i, c_e]$  es la de menor energía

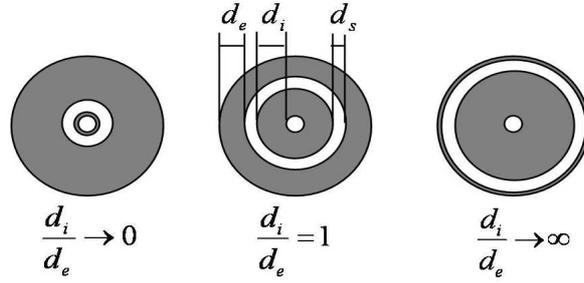


Figura 6.3: Parámetros geométricos y límites para un micro y nanotubo bifásico.

para diferentes longitudes de los nanotubos. Los diagramas muestran la existencia de sólo tres fases magnéticas, que corresponden a las configuraciones  $[1, -1]$ ,  $[1, 3]$ , y  $[3, 3]$ . La ausencia de la fase  $[3, 1]$  puede ser comprendida a partir del trabajo de Escrig *et al.* [101] Al inspeccionar el diagrama de fase para tubos magnéticos presentado en ese trabajo podemos ver que, para una longitud fija, será más fácil encontrar un estado de vórtice para radios externos mayores. Así, será mucho más difícil encontrar un tubo bifásico con su tubo interno en la fase de vórtice, al mismo tiempo que el tubo externo, que tiene un radio mayor que el tubo interno, presente una fase ferromagnética. La fase  $[3, 1]$  es aún menos probable en este régimen interactuante, debido a que la interacción dipolar entre los tubos favorece un acoplamiento antiferromagnético. Inspeccionando la ecuación para la energía observamos que la fase  $[3, 1]$  aparece sólo en el límite  $d_i/d_e \rightarrow \infty$ . Además, observamos que un tubo bifásico corto favorece la aparición de las configuraciones de vórtice. Es importante mencionar que en nuestro modelo la configuración  $[3, -3]$ , que corresponde a dos vórtices girando en sentidos opuestos, y la  $[3, 3]$  tienen la misma energía, ya que en ambos casos los nanotubos magnéticos no interactúan entre ellos. En el resto del capítulo nos referiremos a ambas configuraciones como  $[3, 3]$ .

La dependencia del diagrama de fase respecto de  $d_s$  se muestra en la Fig. 6.5. En estos gráficos observamos que el tipo de material magnético, representado en estos cálculos por  $l_{ex}$ , juega un rol fundamental en la determinación del punto triple. Sin embargo, hay aspectos menos evidentes debido a que la ordenada es un parámetro compuesto. Podemos ilustrar este punto con un ejemplo. Consideremos un tubo bifásico de níquel definido por  $a_i = 10$

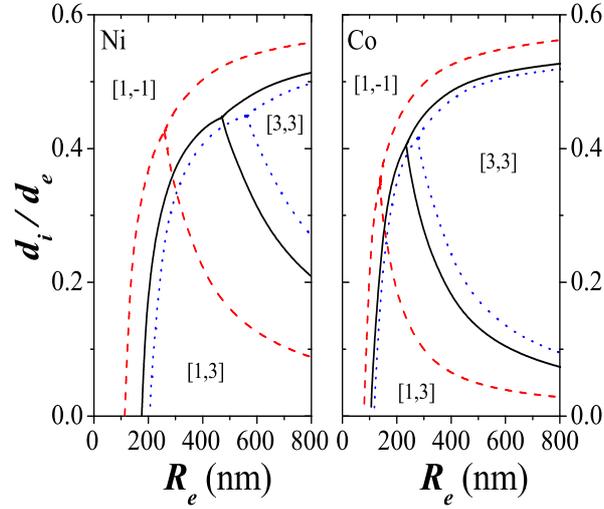


Figura 6.4: Diagramas de fase para nanotubos bifásicos con  $a_i = 10$  nm,  $d_s = 50$  nm y  $L = 1$   $\mu\text{m}$  (líneas entrecortadas),  $6$   $\mu\text{m}$  (líneas sólidas), y  $10$   $\mu\text{m}$  (líneas punteadas). Variable: longitud del tubo.

nm,  $d_i = 30$  nm,  $d_e = 150$  nm y  $L = 6$   $\mu\text{m}$ . En este caso  $d_i/d_e = 0.2$ . Si la partícula está definida por  $d_s = 5$  nm,  $R_e = 195$  nm, y a partir de la Fig. 6.5 observamos que la partícula exhibe una fase  $[1, -1]$ . Pero si para la misma geometría escogemos  $d_s = 100$ ,  $R_e = 290$ , entonces la partícula estará en la fase  $[1, 3]$ .

Centraremos ahora nuestra atención en el impacto del parámetro  $a_i$  (ver Fig. 6.6). Al aumentar el radio del tubo interno se observa un fuerte corrimiento de las líneas de transición. El tubo interno, al aumentar su diámetro tiende a formar un vórtice, disminuyendo las fases  $[1, 3]$  y  $[1, -1]$  a expensas de la  $[3, 3]$ . Para observar esto es necesario mirar en detalle el diagrama, considerando que la abscisa está definida por un parámetro compuesto.

### Microtubos bifásicos

También es posible estudiar el comportamiento en sistemas bifásicos de tamaño mayor, los microtubos bifásicos. En este caso, para el rango de

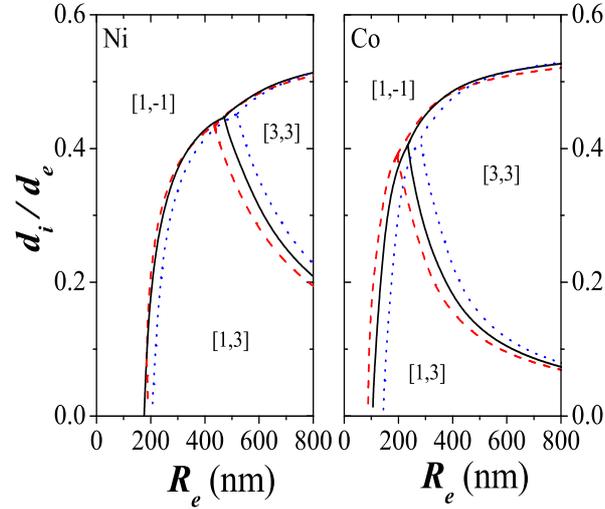


Figura 6.5: Diagramas de fase para nanotubos bifásicos con  $a_i = 10$  nm,  $L = 6 \mu\text{m}$  y  $d_s = 5$  nm (líneas entrecortadas), 50 nm (líneas sólidas), y 100 nm (líneas punteadas). Variable: espesor de la lámina no magnética.

diámetros y longitudes consideradas, las líneas de transición son casi independientes del material magnético. Nuestros resultados están resumidos en la Fig. 6.7, y describen las fases para cualquier material magnético. Fig. 6.7 (a) ilustra la dependencia del diagrama de fase sobre  $d_s$ , y la Fig. 6.7 (b) muestra el comportamiento del diagrama completo como función de  $a_i$ . Los diagramas presentan sólo dos regiones, correspondientes a las fases  $[1, -1]$  y  $[3, 3]$ . La fase  $[1, 3]$  desaparece para diámetros en el rango de los micrómetros, como era de esperarse a partir de las figuras previas.

En el ámbito experimental, Pirola *et al.* [104] y Vázquez *et al.* [61] han investigado el comportamiento magnético de diferentes microhilos multicapas. Las curvas de histéresis medidas por ellos exhiben claramente dos saltos de Barkhausen, cada uno de ellos relacionado con la reversión de uno de los tubos. Para valores pequeños de  $d_i/d_e$ , observaron que estos saltos son suaves, mostrando la existencia de estados no homogéneos durante el proceso de reversión de cada tubo. Esta observación cualitativa está en acuerdo con nuestros diagramas de fase, que muestran que la configuración  $[3, 3]$ , que

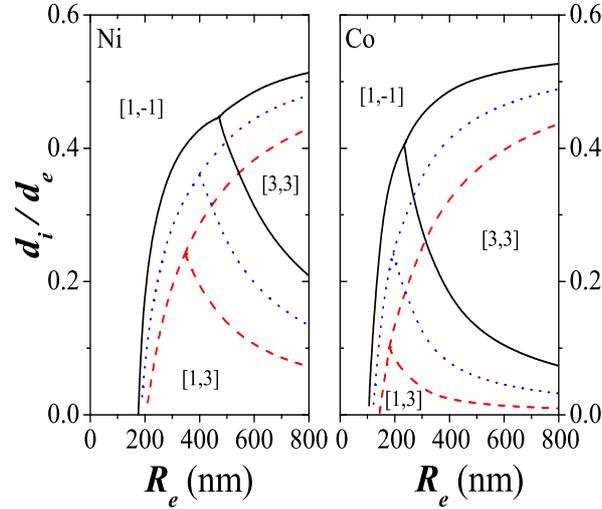


Figura 6.6: Diagramas de fase para nanotubos bifásicos con  $d_s = 50$  nm,  $L = 6 \mu\text{m}$  y  $a_i = 10$  nm (líneas sólidas), 30 nm (líneas punteadas), y 60 nm (líneas entrecortadas). Variable: radio interno  $a_i$ .

exhibe una reversión no homogénea (curvas de histéresis), aparece preferentemente para valores pequeños de  $d_i/d_e$ . Se debe notar que un microhilo bifásico se obtiene a partir de nuestros resultados usando  $a_i = 0$ .

#### 6.4.2. Propiedades dinámicas: curvas de histéresis

A continuación investigaremos propiedades dinámicas de los tubos magnéticos bifásicos, para lo cual estudiaremos sus curvas de histéresis. Un sistema bifásico está compuesto de dos tubos magnéticos concéntricos, cada uno con una coercividad propia que depende de sus parámetros geométricos y del material. Esto indica que la curva de histéresis de un sistema bifásico generalmente presentará dos saltos abruptos (ver Fig. 6.8 (a)), y no sólo uno, como en el caso de los sistemas bi-estables estudiados en el capítulo 4. Recientemente Landeros *et al.* [102] encontraron que los nanotubos magnéticos revierten preferentemente mediante la nucleación de una pared de vórtice. Asumiendo este modo de reversión calculamos a continuación el campo de

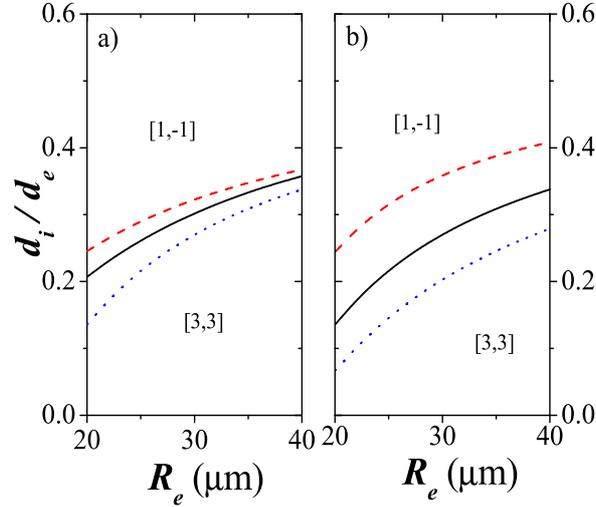


Figura 6.7: Diagramas de fase para microtubos bifásicos con a)  $a_i = 5 \mu\text{m}$ ,  $L = 1 \text{ cm}$  y  $d_s = 1 \mu\text{m}$  (líneas cortadas),  $5 \mu\text{m}$  (líneas sólidas), y  $10 \mu\text{m}$  (líneas punteadas) y b)  $d_s = 5 \mu\text{m}$ ,  $L = 1 \text{ cm}$  y  $a_i = 3 \mu\text{m}$  (líneas cortadas),  $5 \mu\text{m}$  (líneas sólidas), y  $7 \mu\text{m}$  (líneas punteadas)

nucleación, definido como el campo al cual la magnetización comienza a revertir, para un nanotubo infinito aislado.

### Campo de nucleación: curling mode

El modo de reversión vía el desplazamiento de una pared de vórtice (curling mode) fue propuesto por Frei *et al.* [109] y ha sido usado para describir la reversión de la magnetización en partículas [110] y películas con magnetización perpendicular. [111] Este modo de reversión ha sido estudiado en diversas geometrías: cilindros infinitos, [109, 112] esferas, [109] elipsoides, [109] y cilindros finitos. [113] Sin embargo, por simplicidad, generalmente se utiliza la aproximación de un cilindro infinito. En esta sección vamos a calcular el campo de nucleación de un nanotubo infinito,  $H_n$ , usando un modelo de Ritz, propuesto por Ishii y colaboradores para estudiar cilindros infinitos [112] y películas delgadas. [111] En este caso describimos la depen-

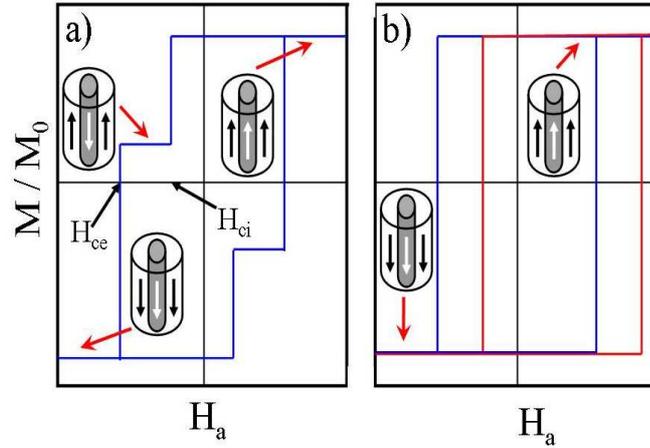


Figura 6.8: a) Curva de histéresis de un tubo bifásico. Generalmente esperamos dos saltos abruptos, definidos por la reversión de la magnetización en cada uno de los tubos que componen el sistema bifásico. b) La curva azul (roja) ilustra el ciclo de histéresis del tubo interno en ausencia (presencia) del tubo externo. El desplazamiento de la curva roja se debe a la interacción dipolar entre ambos tubos.

dencia espacial de la magnetización por una función tipo con un parámetro minimizable que permite describir el *curling mode*. Este modelo no se obtiene a partir de una solución de la Ecuación de Brown, pero permite simplificar los cálculos y realizar un tratamiento analítico. A la fecha, la complejidad de los resultados obliga a reemplazar el nanotubo por un cilindro infinito. Sin embargo nuestro modelo entrega resultados analíticos aun si consideramos tubos infinitos, lo que facilita la interpretación de resultados experimentales en nanotubos magnéticos. A partir de las expresiones para la energía y considerando que la segunda derivada de la energía total con respecto a una pequeña desviación de la magnetización debe ser positiva para el estado de equilibrio y cero en la nucleación, podemos obtener el campo de nucleación como

$$\frac{H_n}{M_0} = -\frac{2K}{\mu_0 M_0^2} - \alpha(\beta) \frac{l_{ex}^2}{R^2}. \quad (6.1)$$

En la ecuación anterior  $K$  es la constante de anisotropía magnetocristalina y

$$\alpha(\beta) = \frac{8}{3} \frac{(14 - 13\beta^2 + 5\beta^4)}{(11 + 11\beta^2 - 7\beta^4 + \beta^6)}.$$

Detalles de este cálculo se encuentran en el Apéndice J. Resulta claro que para  $\beta = 0$ , obtenemos el campo de nucleación en un cilindro infinito (o nanohilo), previamente obtenido por Shtrikman *et al.* [114] y definido por

$$\frac{H_n}{M_0} = -\frac{2K}{\mu_0 M_0^2} - \frac{112 l_{ex}^2}{33 R^2}.$$

Sin embargo, debemos tener en cuenta que para calcular la Ec. (6.1) hemos supuesto un nanotubo infinito que revierte mediante el desplazamiento de una pared de dominio tipo vórtice. De esta manera, dicha ecuación sólo es válida cuando consideramos tubos extremadamente largos, con radios del orden de los 100 nm. Tubos con radios menores revierten nucleando una pared transversal, [102] mientras que tubos mayores presentan modos de reversión más complejos (multidominios). Cuando la reversión ocurre vía nucleación de una pared tipo vórtice,  $H_n$  representa la coercividad.

Vamos a comprobar ahora si esta ecuación describe adecuadamente resultados experimentales. Para ello consideramos arreglos de nanotubos magnéticos fabricados en el Max-Planck-Institute of Microstructure Physics, Alemania. Estos arreglos han sido producidos mediante la deposición de capas atómicas (ALD) de níquel en membranas porosas de alumina. El proceso de ALD consiste en una deposición secuencial de capas delgadas a partir de dos reactantes diferentes. Se ha usado Nickelocene NiCp2 con O3 como reactantes para la deposición de óxidos metálicos, los que fueron reducidos a materiales magnéticos después del proceso de ALD a 400 °C bajo una atmósfera de Ar + 5% H2. La temperatura de deposición varía entre los 270 °C y los 330 °C, con una razón de deposición de 0.22-0.3 Å por ciclo. El detalle completo de los métodos de preparación se encuentra en la siguiente referencia. [115] Los nanotubos de níquel ( $R = 180, 220$  y  $260$  nm en radio y  $L = 5 \mu\text{m}$  en longitud) están ordenados en un patrón hexagonal.

La información obtenida a partir de los resultados experimentales [115] evidencia un comportamiento casi isotrópico, vale decir, ciclos de histéresis casi independientes de la dirección del campo aplicado, con coercividades del orden de los 200 Oe, muy superior a la coercividad medida en muestras macroscópicas ( $< 10$  Oe). La Tabla 6.1 muestra resultados experimentales para la coercividad junto a nuestros cálculos para el campo de nucleación, que representa la coercividad. En ella se observa un excelente acuerdo entre los valores medidos experimentalmente y los calculados a partir de la Ec. (6.1).

Cuadro 6.1: Coercividades medidas experimentalmente  $H_c^*$  y calculadas analíticamente  $H_n$  para nanotubos de Ni de  $5 \mu\text{m}$  de largo con una constante de anisotropía  $K = 4.5 \times 10^3 \text{ J/m}^3$ .

$R(\text{nm})$	$\beta$	$H_c^*(\text{Oe})$	$H_n(\text{Oe})$
180	0.87	200	200
220	0.89	200	195
260	0.91	200	192

### Dipolar bias: desplazamiento de la curva de histéresis debido a la interacción dipolar

Como mencionamos en la introducción, debido a la geometría de un sistema bifásico, los tubos internos y externos pueden estar suficientemente cerca y acoplarse vía interacción dipolar. Debido a esto puede aparecer un desplazamiento en la curva de histéresis conocido como dipolar bias. Supongamos un tubo bifásico formado por un tubo interno magnéticamente suave (con coercividad  $H_{ci}$ ) y un tubo externo magnéticamente duro (con coercividad  $H_{ce} > H_{ci}$ ). Esperamos que la curva de histéresis presente dos saltos de Barkhausen, que corresponden a la reversión del tubo interno, seguida de la reversión del externo, como se ilustra en la Fig. 6.8 (a). Si a continuación saturamos la muestra (de forma que ambos tubos estén saturados) y rehacemos la curva de histéresis aplicando un campo externo tal que  $|H_a| < H_{ce}$ , podremos estudiar el proceso de reversión del tubo interno en presencia del tubo externo. La Fig. 6.8 (b) ilustra la curva de histéresis del tubo interno aislado,  $H_{ci}$  (curva azul), y la correspondiente al mismo tubo interactuando con el tubo externo,  $H_{ci}^{ce}$  (curva roja). Cuando ambos tubos se encuentran saturados, la interacción dipolar favorece un alineamiento antiferromagnético entre ellos, de forma que se espera que el tubo interno revierta a un campo menor que el necesario para revertir el mismo tubo aislado. Del mismo modo, cuando el sistema esta ordenado antiparalelo, se espera que el tubo interno revierta a un campo mayor que el necesario para revertir el mismo tubo aislado. Este efecto puede ser usado para controlar el mecanismo de reversión de estructuras magnéticas con potenciales aplicaciones.

En la actualidad, el grupo de Kornelius Nielsch, en Halle, está a las puertas de producir nanotubos bifásicos utilizando, por ejemplo, técnicas

de ALD. Sin embargo, por el momento debemos comparar nuestros resultados con experimentos en microhilos bifásicos fabricados en el Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid-CSIC, España. Los microhilos bifásicos producidos por este grupo consisten en un núcleo amorfo ( $R_i = 17.4 \mu\text{m}$ ) de  $\text{Co}_{67.06}\text{Fe}_{3.84}\text{Ni}_{1.44}\text{B}_{11.53}\text{Si}_{14.47}\text{Mo}_{1.66}$ . En una primera etapa, este es cubierto por una capa no magnética de Pyrex ( $d_s = 12.1 \mu\text{m}$ ) producida durante la fabricación del microhilo amorfo. [116] A continuación, se recubre el Pyrex con una nanocapa de 30 nm de oro, la que actúa como electrodo/substrato para el proceso final de electrodeposición del microtubo externo de CoNi. El espesor de la capa de CoNi depende de la densidad de corriente y el tiempo de electrodeposición, mientras que la cantidad relativa de Co y Ni varía ligeramente con la densidad de corriente. [117] En este caso, el proceso de electrodeposición fue realizado a 40 °C con una densidad de corriente fija de 6 mA/cm<sup>2</sup> durante un cierto tiempo (máximo 1 hora). Utilizando un Microscopio Electrónico de Barrido (SEM) se determinó que la cubierta electrodepositada crece a una razón de 0.28  $\mu\text{m}/\text{min}$ . Mediante Espectros-copia de Fluorescencia de Rayos X se determinó que la cubierta magnética externa tiene una composición de  $\text{Co}_{90}\text{Ni}_{10}$ , con una magnetización de saturación,  $M_e = 1.3 \times 10^6 \text{ A/m}$ . Los microhilos estudiados tienen una longitud de 1 cm de largo.

Para observar el campo de bias inducido por el microtubo magnético duro sobre el núcleo magnético suave debemos restar el campo del núcleo magnético suave (sin el microtubo de CoNi) al campo total obtenido para los microhilos bifásicos. Esto es,

$$H_b = H_{ci} - H_{ci}^{ce} = \frac{M_e E_{int}^{[1,1]}}{V}, \quad (6.2)$$

con  $V = \pi R_e^2 L$  el volumen del sistema bifásico. La Fig. 6.9 muestra las curvas de histéresis para campos aplicados grandes, medidos a 100 K en un magnetómetro de SQUID, para microhilos bifásicos con diferentes espesores del tubo de CoNi. Observamos que el proceso de reversión de la magnetización toma lugar en dos etapas, típicas del carácter bifásico de la muestra: un salto de Barkhausen gigante a campos muy bajos, de unos pocos A/m, que se debe a la reversion del núcleo magnético suave; y una reversion suave adicional (en el rango de los 10 y 20 kA/m) debida al microtubo externo magnéticamente duro de CoNi. En este caso en particular, los saltos y coercividades de las curvas de histéresis dependen del espesor y composición del microtubo externo.

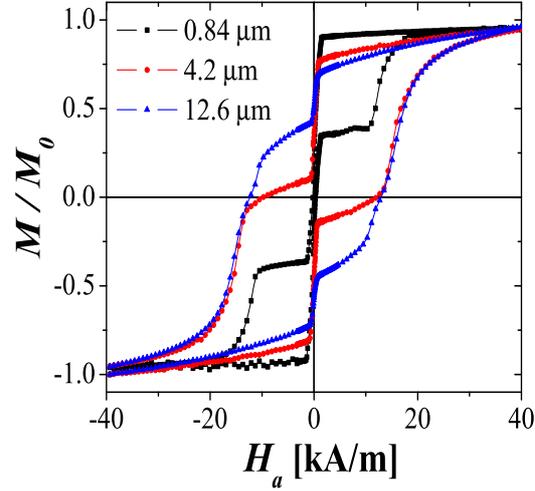


Figura 6.9: Curvas de histéresis para campos aplicados grandes, medidos a 100 K, para microhilos bifásicos suave/duro para espesores seleccionados del microtubo externo (magnético duro)

Las curvas de histéresis de la Fig. 6.9 son simétricas, indicando que aparentemente no existe una interacción relevante entre las fases magnéticas. Para investigar esta interacción, saturamos la muestra completa y realizamos curvas de histéresis para campos aplicados menores que el necesario para revertir la fase magnética dura (en este caso, el microtubo externo), observando de esta forma el proceso de reversión del núcleo interno.

La Fig. 6.10 (a) muestra una rama de la curva de histéresis a bajo campo medida a 5 K, después de premagnetizar la muestra a  $+1600$  kA/m para diferentes espesores del microtubo externo. Es importante señalar que para observar un significativo efecto de bias es necesario saturar la muestra. En la figura se observa que las curvas se desplazan hacia la dirección del campo utilizado para saturar la muestra. Este desplazamiento muestra la existencia de un campo de bias,  $H_b$ , similar al campo de exchange bias en láminas FM/AFM. En la Fig. 6.10 (b) graficamos el campo de bias para las curvas medidas en la Fig. 6.10 (a). Podemos observar que nuestra expresión para el campo de bias (Ec. (6.2)) describe perfectamente los resultados experimen-

tales que existen a la fecha.

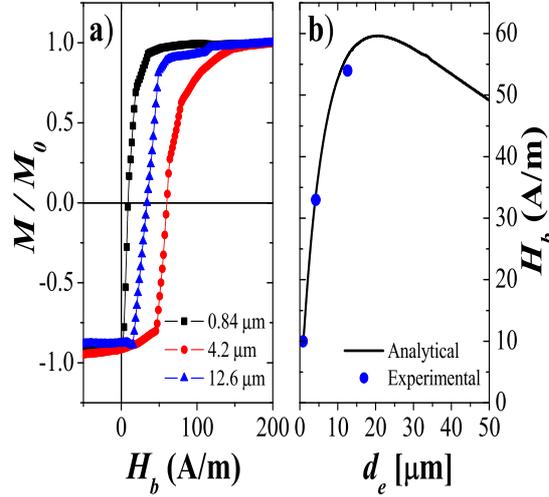


Figura 6.10: a) Ramas de las curvas de histéresis de bajo campo aplicado ( $\pm 4$  kA/m) a 5 K obtenidas después de saturar la muestra a  $+1600$  kA/m, para diferentes espesores del tubo externo. b) Los puntos ilustran el campo de bias como función del espesor del microtubo externo medido experimentalmente. La línea ilustra el campo de bias obtenido en nuestros cálculos (Ec. (6.3)).

## 6.5. Conclusiones

En conclusión, hemos investigado la estabilidad relativa de las configuraciones ideales presentes en micro y nanotubos bifásicos compuestos de un tubo magnético interno, un espaciador no magnético y un tubo magnético externo. En particular, hemos investigado el rango de tamaño de los parámetros geométricos para los cuales obtenemos diferentes configuraciones magnéticas estables. Para tubos magnéticos bifásicos con diámetros menores que 100 nm, la configuración  $[1, -1]$  está siempre presente. Nuestros resultados están resumidos en diagramas de fase que claramente indican que el comportamiento

magnético de estas estructuras puede ser controlado, pudiendo alcanzar requerimientos específicos, escogiendo adecuadamente la geometría del sistema. Estos diagramas pueden ser utilizados como una guía para la producción de nanoestructuras con diversos propósitos.

# Apéndice A

## Tabla de constantes magnéticas

Para la realización de los cálculos presentados en esta tesis se han utilizado parámetros de diferentes materiales, los cuales han sido extraídos de la referencia [118]. En todos los materiales listados a continuación, la constante de intercambio está dada por  $A \sim 10^{-11}$  J/m,  $M_0$  es la magnetización de saturación,  $l_{ex}$  es la longitud de intercambio (2.8) y  $K$  es la constante de anisotropía magnetocristalina. El cobalto presenta una anisotropía uniaxial ( $K_u$ ), denotada por un superíndice \*, y el hierro, permalloy y níquel tienen una anisotropía cubica ( $K_c$ ).

Cuadro A.1: Parámetros para diferentes materiales tomados de la Ref. [118].

Material	$M_0$ (A/m)	$l_{ex}$ (nm)	$K$ (J/m <sup>3</sup> )
hierro	$1.7 \times 10^6$	2.346	$4.8 \times 10^4$
Cobalto*	$1.4 \times 10^6$	2.849	$4.1 \times 10^5$
Permalloy	$8.0 \times 10^5$	4.986	$-3.0 \times 10^2$
Nickel	$4.8 \times 10^5$	8.225	$-4.5 \times 10^3$

## Apéndice B

# Autoenergía de un cilindro con una configuración de vórtice con core

En este apéndice calculamos la autoenergía de un cilindro magnético con una configuración de vórtice con core, considerando las contribuciones de la energía dipolar y de la energía de intercambio. La magnetización de esta configuración está definida por

$$\begin{aligned}\mathbf{m}(\mathbf{r}) &= m_\phi(r)\hat{\phi} + m_z(r)\hat{\mathbf{z}}, & 0 < r < C \\ \mathbf{m}(\mathbf{r}) &= \hat{\phi}, & C < r < R,\end{aligned}$$

y modelamos el core con la función [39]

$$m_z(r) = \left(1 - \left(\frac{r}{C}\right)^2\right)^n, \quad 0 \leq r \leq C.$$

### B.1. Energía dipolar

Para la magnetización de la configuración de vórtice podemos escribir la energía dipolar (2.13) como

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^R \left( \frac{M_\phi(r)}{r} \frac{\partial U}{\partial \phi} + M_z(r) \frac{\partial U}{\partial z} \right) r dr dz d\phi,$$

donde el potencial magnetostático (2.14), que en este caso no presenta cargas volumétricas ( $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$ ), está dado por

$$U_d = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^C \frac{M_z(r') r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=L}} - \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^C \frac{M_z(r') r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=0}} .$$

A continuación usaremos la siguiente expansión en coordenadas cilíndricas [23]

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') e^{-k(z_>-z_<)} ,$$

donde  $z_>$  ( $z_<$ ) es el mayor (menor) entre  $z$  y  $z'$ , y  $J_p(w)$  es una función de Bessel de primera especie y orden  $p$ . De esta manera tenemos que

$$U_d = \frac{1}{2} \int_0^C r' dr' M_z(r') \int_0^{\infty} dq J_0(qr) J_0(qr') (e^{-q(L-z)} - e^{-qz}) .$$

Como este potencial no depende de  $\phi$ , entonces

$$E_{dip} = \pi\mu_0 \int_0^C \rho M_z(\rho) d\rho \int_0^H \frac{\partial U_d(\rho, z)}{\partial z} dz ,$$

y al reemplazar el potencial e integrar en  $z$  obtenemos la siguiente expresión

$$E_{dip} = \pi\mu_0 M_0^2 \int_0^{\infty} dq (1 - e^{-qL}) \left( \int_0^C r J_0(qr) m_z(r) dr \right)^2 .$$

A continuación sustituiremos el modelo de la magnetización propuesto por Landeros *et al*, [39] y obtendremos

$$E_{dip} = \pi\mu_0 M_0^2 \int_0^{\infty} dq (1 - e^{-qL}) \left( \int_0^C r J_0(qr) \left(1 - \frac{r^2}{C^2}\right)^n dr \right)^2 .$$

Después de integrar podemos expresar la energía dipolar reducida como

$$\tilde{E}_{dip} = \pi\alpha_n \frac{C^3}{l_{ex}^3} - \frac{\pi\beta_n C^4}{4L l_{ex}^3} F_n \left( \frac{C}{L} \right) ,$$

donde

$$\alpha_n \equiv \frac{2^{2n-1}\Gamma(n+1)^3}{\Gamma(n+3/2)\Gamma(2n+5/2)}, \quad \beta_n \equiv \frac{1}{(1+n)^2},$$

y

$$F_n(x) = {}_pF_Q \left[ \left( \frac{1}{2}, 1, n + \frac{3}{2} \right), (n+2, 2n+3), -4x^2 \right].$$

En esta expresión  ${}_pF_Q$  denota la función hipergeométrica generalizada,  $\Gamma(x)$  es la función Gamma y  $n$  corresponde al exponente usado en el modelo del core definido por la Ec. (3.1).

## B.2. Energía de intercambio

La magnetización de la configuración de vórtice con core puede ser expresada en componentes cartesianas

$$\begin{aligned} m_x &= -m_\phi(r) \sin \phi \\ m_y &= m_\phi(r) \cos \phi \\ m_z &= m_z(r), \end{aligned}$$

que satisfacen la relación  $m_\phi^2(r) = 1 - m_z^2(r)$ . La energía de interacción está dada por la Ec. (2.6), y a partir de las componentes de la magnetización tenemos

$$f(r) = (\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2 = \frac{1 - m_z^2(r)}{r^2} + \frac{1}{1 - m_z^2(r)} \left( \frac{\partial m_z(r)}{\partial r} \right)^2,$$

de forma que la energía de intercambio puede escribirse como

$$E_{ex} = 2\pi LA \int_0^R \left( \frac{1 - m_z^2(r)}{r^2} + \frac{1}{1 - m_z^2(r)} \left( \frac{\partial m_z(r)}{\partial r} \right)^2 \right) r dr.$$

A continuación vamos a sustituir el modelo para la magnetización propuesto por Landeros et al. [39] Cuando  $r < C$  tenemos que  $m_z(r) = [1 - (r/C)^2]^n$ , de manera que la función  $f(r)$  resulta

$$f_{in} = \frac{1}{\rho^2} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\rho^2}{C^2} \right)^{2n} + \frac{4n^2 \rho^4}{C^4} \frac{\left( 1 - \frac{\rho^2}{C^2} \right)^{2n-2}}{1 - \left( 1 - \frac{\rho^2}{C^2} \right)^{2n}} \right).$$

Por otro lado, en la región externa al core,  $m_z(r) = 0$  y la función  $f(r)$  es

$$f_{out} = \frac{1}{r^2} .$$

De esta manera, la energía de intercambio será

$$E_{ex} = 2\pi LA \int_0^C f_{in}(r)r dr + 2\pi LA \ln \frac{R}{C} .$$

Para resolver esta integral, vamos a hacer el cambio de variable  $r = C \sin \theta$ , de manera que

$$\gamma_n \equiv \int_0^C f_{in}(r)r dr = \frac{1}{2} H [2n] - n H [-1/2n] ,$$

donde  $H[z]$  está definida por

$$H[z] = \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{i} - \frac{1}{i+z} \right) .$$

Finalmente, la energía de intercambio reducida estará dada por

$$\tilde{E}_{ex} = \pi \frac{L}{l_{ex}} \left( \ln \frac{R}{C} + \gamma_n \right) .$$

## Apéndice C

# Energía de interacción dipolar entre dos cilindros con una configuración de vórtice con core

En este apéndice se muestra el cálculo de la energía de interacción dipolar entre dos cilindros que presentan una configuración de vórtice con un core axial. La interacción dipolar entre dos partículas cilíndricas  $i$  y  $j$  está dada (2.17) por

$$E_{int}(i, j) = \mu_0 \int_{V_i} \mathbf{M}_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla U_j(\mathbf{r}) dv ,$$

donde  $\mathbf{M}_i$  es la magnetización del  $i$ -ésimo cilindro y  $U_j$  es el potencial magnetostático del  $j$ -ésimo cilindro dado por la Ec. (2.14). Comenzaremos reemplazando la forma funcional de la magnetización

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{r}) = M_{zi}(\rho) \hat{\mathbf{z}} + M_{\phi i}(\rho) \hat{\phi} ,$$

de manera que la contribución volumétrica al potencial es cero,  $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$ . En el cálculo de la contribución superficial del potencial magnetostático usaremos la siguiente expansión del potencial [23]

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{ip(\phi-\phi')} \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') e^{-k(z_>-z_<)} . \quad (\text{C.1})$$

De esta forma, la contribución superficial al potencial magnetostático será [39]

$$U_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} d\phi' e^{im(\phi-\phi')} \int_0^R M_{zj}(r') J_m(kr') r' dr' \int_0^{\infty} dk J_m(kr_i) [e^{-k(L-z)} - e^{-kz}] .$$

Después de algunos cálculos, es directo obtener el potencial a una distancia  $r_i$  del eje del  $j$ -ésimo cilindro,

$$U_j(r_i, z) = \frac{1}{2} \int_0^R M_{zj}(r') J_0(kr') r' dr' \int_0^{\infty} dk J_0(kr_i) [e^{-k(L-z)} - e^{-kz}] ,$$

donde el potencial es independiente de  $\phi$ . La expresión para la energía se reduce entonces a

$$E_{int}(i, j) = \mu_0 \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R M_{zi}(r) \frac{\partial U_j(r_i, z)}{\partial z} r dr d\phi dz , \quad (\text{C.2})$$

y usando la Ec. (C.2) resulta directo obtener

$$E_{int}(i, j) = \mu_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} dk \int_0^R J_0(kr_i) M_{zi}(r) r dr \int_0^R J_0(kr') M_{zj}(r') r' dr' (1 - e^{-kL}) .$$

A continuación debemos calcular el campo dipolar debido al  $j$ -ésimo cilindro experimentado por el  $i$ -ésimo cilindro a una distancia  $S_{ij}$  de separación. En la Fig. (C.1) mostramos los parámetros necesarios para comprender los parámetros que definen la geometría del sistema. En este caso

$$r_i = \sqrt{r^2 + S_{ij}^2 - 2rS_{ij} \cos(\phi + \beta)} ,$$

donde  $\beta$  es un ángulo arbitrario y  $r$  define un punto particular en el cilindro  $i$ . Luego incluimos en el potencial la siguiente expansión [23]

$$J_0\left(k\sqrt{r^2 + S_{ij}^2 - 2rS_{ij} \cos(\phi + \beta)}\right) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\phi+\beta)} J_m(kr) J_m(kS_{ij}) ,$$

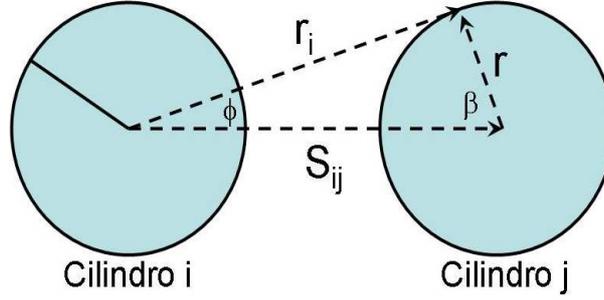


Figura C.1: Ilustración de los parámetros geométricos que definen cada cilindro.

de donde obtenemos, después de hacer la integración sobre  $\phi$ , la siguiente expresión

$$E_{int}(i, j) = 2\pi\mu_0 \int_0^{\infty} dk J_0(kS_{ij})(1 - e^{-kL}) \int_0^R J_0(kr) M_{zi}(r) r dr \int_0^R J_0(kr') M_{zj}(r') r' dr'.$$

Usando  $M_{zi}(r) = \sigma_i M_0 m_z(r)$ , donde  $\sigma_i = \pm 1$ , obtenemos que

$$E_{int}(i, j) = 2\pi\sigma_i\sigma_j\mu_0 M_0^2 \int_0^{\infty} dk J_0(kS_{ij})(1 - e^{-kL}) \left( \int_0^R J_0(kr) m_z(r) r dr \right)^2. \quad (C.3)$$

## Apéndice D

# Energía de interacción dipolar en un arreglo cuadrado de elementos arbitrarios

En este apéndice calculamos la energía total de interacción de un arreglo cuadrado de  $N = n \times n$  elementos de forma arbitraria. La energía de interacción puede ser escrita como

$$\tilde{E}_{array}^{\pm}(N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n (\pm 1)^{(k-i)-(l-j)} \tilde{E}_{int} \left( d\sqrt{(k-i)^2 + (l-j)^2} \right),$$

donde  $+$  ( $-$ ) representa una orientación magnética paralela (antiparalela) de los nanohilos primeros vecinos en el arreglo. Aquí  $\tilde{E}_{int}(0) = 0$ , prohíbe la auto-interacción de los hilos. Por simplicidad, vamos a definir la siguiente función

$$f^{\pm}(p, q) = (\pm 1)^{p-q} \tilde{E}_{int}(d\sqrt{p^2 + q^2}), \quad (\text{D.1})$$

que puede usarse para escribir la energía de interacción en una forma compacta; ésta es

$$\tilde{E}_{array}^{\pm}(N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f^{\pm}(k-i, l-j). \quad (\text{D.2})$$

Podemos reducir el número de sumatorias utilizando la siguiente regla

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g(k-i) = ng(0) + \sum_{p=1}^{n-1} (n-p)[g(p) + g(-p)], \quad (\text{D.3})$$

lo que nos permite escribir

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n f^{\pm}(k-i, l-j) = n f^{\pm}(0, l-j) + 2 \sum_{p=1}^{n-1} (n-p) f^{\pm}(p, l-j) . \quad (\text{D.4})$$

Luego, la energía de interacción, Ec. (D.2), se reduce a

$$\tilde{E}_{array}^{\pm}(N) = \frac{n}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n f^{\pm}(0, l-j) + \sum_{p=1}^{n-1} (n-p) \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n f^{\pm}(p, l-j) .$$

Nuevamente usando la regla (D.3), podemos reducir las sumas dobles en la Ec. (D.4), obteniendo

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{array}^{\pm}(N) &= \frac{n^2}{2} f^{\pm}(0, 0) + n \sum_{q=1}^{n-1} (n-q) f^{\pm}(0, q) \\ &\quad + n \sum_{p=1}^{n-1} (n-p) f^{\pm}(p, 0) + 2 \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=1}^{n-1} (n-p)(n-q) f^{\pm}(p, q) . \end{aligned}$$

A partir de (D.1) conocemos que  $f^{\pm}(0, 0) \equiv 0$ , lo que nos lleva finalmente a obtener

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{array}^{\pm}(N) &= 2n \sum_{p=1}^{n-1} (n-p) (\pm 1)^p \tilde{E}_{int}(pd) \\ &\quad + 2 \sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=1}^{n-1} (n-p)(n-q) (\pm 1)^{p-q} \tilde{E}_{int}\left(d\sqrt{p^2 + q^2}\right) . \end{aligned}$$

## Apéndice E

# Autoenergía para una partícula cilíndrica uniformemente magnetizada

Como discutimos en el capítulo 2, la anisotropía de forma surge de las propiedades magnetostáticas internas de la partícula. Esta anisotropía de forma es simplemente una manera de escribir la energía dipolar interna de la partícula. Para un elipsoide de revolución, la energía magnetostática está dada por

$$E_{dip} = \frac{1}{2} \mu_0 M_0^2 V (m_x^2 N_x + m_y^2 N_y + m_z^2 N_z) , \quad (\text{E.1})$$

donde  $V = \pi H R^2 (1 - \beta^2)$  es el volumen de la partícula y  $N_i$  son los factores demagnetizantes, los que satisfacen la relación  $N_x + N_y + N_z = 1$ . Además, debido a la simetría cilíndrica del problema, se tiene que  $N_x = N_y$ . Además, las componentes de la magnetización satisfacen  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$ , de manera que

$$E_{dip} = \frac{1}{4} \mu_0 M_0^2 V (1 - m_z^2 + (3m_z^2 - 1) N_z) .$$

Vamos a calcular ahora el factor demagnetizante  $N_z$ . A partir de la Ec. (E.1) obtenemos que

$$N_z = \frac{2}{V \mu_0 M_0^2} E_d .$$

La energía dipolar para una partícula con simetría cilíndrica magnetizada a lo largo de su eje de simetría es

$$E_{dip} = \frac{\mu_0 M_0}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_a^R \frac{\partial U}{\partial z} r dr d\phi dz .$$

El potencial magnetostático está dado por

$$U_d = \frac{M_0}{4\pi} \int_{S_3} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=L}} - \frac{M_0}{4\pi} \int_{S_4} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=0}} .$$

A continuación usaremos la expansión en coordenadas cilíndricas dada por la Ec. (C.1), de donde obtenemos

$$U_d = \frac{M_0}{4\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} e^{ip(\phi-\phi')} d\phi' \int_a^R r' dr' \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) .$$

Al integrar sobre  $\phi'$  obtenemos

$$U_d = \frac{M_0}{2} \int_a^R r' dr' \int_0^{\infty} dk J_0(kr) J_0(kr') (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) .$$

Después de derivar el potencial con respecto a  $z$  y reemplazarlo en la ecuación de la energía,

$$E_{dip} = \frac{\pi\mu_0 M_0^2}{2} \int_0^{\infty} k dk \left( \int_a^R r dr J_0(kr) \right)^2 \int_0^L dz (e^{-k(L-z)} + e^{-kz}) .$$

Calculando las integrales y haciendo el cambio de variable  $q = kR$  obtenemos

$$E_{dip} = \pi\mu_0 M_0^2 R^3 \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-q\frac{L}{R}}}{q^2} [J_1(q) - \beta J_1(\beta q)]^2 dq ,$$

de manera que el factor demagnetizante puede ser escrito como

$$N_z = \frac{2R}{L(1 - \beta^2)} \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-q\frac{L}{R}}}{q^2} [J_1(q) - \beta J_1(q\beta)]^2 dq .$$

## Apéndice F

# Energía de interacción dipolar entre dos hilos con magnetización axial

En este apéndice calcularemos la energía de interacción entre dos nanohilos idénticos. Comenzamos reemplazando la forma funcional  $m_z(r) = 1$  en la Ec (C.3), obteniendo

$$E_{int}(i, j) = 2\pi\sigma_i\sigma_j\mu_0M_0^2 \int_0^\infty dk J_0(kS_{ij})(1 - e^{-kL}) \left( \int_0^R J_0(kr)rdr \right)^2 ,$$

donde

$$\int_0^R J_0(kr)rdr = \frac{R}{k} J_1(kR) .$$

De esta manera obtenemos que

$$E_{int}(i, j) = 2\mu_0M_0^2\sigma_i\sigma_j\pi R^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k^2} J_0(kS_{ij}) J_1^2(kR) (1 - e^{-kL}) .$$

Finalmente, y realizando el cambio de variable  $q = kL$ , obtendremos la expresión reducida para la energía dada por

$$\tilde{E}_{int}(i, j) = 2\sigma_i\sigma_j \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} J_1^2\left(\frac{qR}{L}\right) J_0\left(\frac{qS_{ij}}{L}\right) (1 - e^{-q}) .$$

## Apéndice G

# Autoenergía de una partícula cilíndrica con una configuración de vórtice sin core

La magnetización de la configuración de vórtice sin core puede ser expresada en componentes cartesianas

$$\begin{aligned}m_x &= -\sin \phi \\m_y &= \cos \phi \\m_z &= 0 ,\end{aligned}$$

La energía de interacción está dada por la Ec. (2.6), y a partir de las componentes de la magnetización tenemos

$$f_{out} = \frac{1}{r^2} ,$$

de forma que la energía de intercambio será

$$E_{ex} = 2\pi LA \int_a^R \frac{dr}{r} = 2\pi LA \ln \frac{R}{a} .$$

Finalmente, la energía de intercambio reducida está dada por

$$\tilde{E}_{ex} = \pi \frac{L}{l_{ex}} \ln \frac{R}{a} .$$

# Apéndice H

## Energía de interacción dipolar entre dos anillos dispuestos en una estructura multicapa

Vamos a calcular la energía de interacción dipolar entre dos anillos que forman una estructura multicapa.

### H.1. Magnetización axial [1, 1]

Supondremos que ambos anillos presentan una magnetización axial. La energía de interacción dipolar para este sistema está dada por

$$E_{int}^{[1,1]} = \mu_0 M_0 \int_0^{L_1} \int_0^{2\pi} \int_a^R \frac{\partial U}{\partial z} r dr d\phi dz .$$

El potencial magnetostático está dado por

$$U = \frac{M_0}{4\pi} \int_{S_3} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=L_1+d+L_2}} - \frac{M_i}{4\pi} \int_{S_4} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=L_1+d}} .$$

A continuación usamos la expansión en coordenadas cilíndricas dada por la Ec. (C.1), de donde obtenemos

$$U = \frac{M_0}{4\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} e^{ip(\phi-\phi')} d\phi' \int_a^R r' dr' \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') e^{-k(L_1+d-z)} (e^{-kL_2} - 1) .$$

Al integrar sobre  $\phi'$  obtenemos

$$U = \frac{M_0}{2} \int_a^R r' dr' \int_0^\infty dk J_0(kr) J_0(kr') e^{-k(L_1+d-z)} (e^{-kL_2} - 1) .$$

En la energía aparece la derivada del potencial con respecto a  $z$ , la que resulta

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{M_0}{2} \int_a^R r' J_0(kr') dr' \int_0^\infty k dk J_0(kr) e^{-k(L_1+d-z)} (e^{-kL_2} - 1) ,$$

y al reemplazar en la energía obtenemos

$$E_{int}^{[1,1]} = \pi\mu_0 M_0^2 \int_0^\infty k dk \left( \int_a^R J_0(kr) r dr \right)^2 (e^{-kL_2} - 1) \int_0^{L_1} e^{-k(L_1+d-z)} dz .$$

Después de integrar en  $z$  y haciendo el cambio de variable  $q = kR$  obtenemos

$$E_{int}^{[1,1]} = -\pi\mu_0 M_0^2 R^3 \int_0^\infty \frac{dq}{q^2} (J_1(q) - \beta J_1(q\beta))^2 e^{-q\frac{d}{R}} \left(1 - e^{-q\frac{L_2}{R}}\right) \left(1 - e^{-q\frac{L_1}{R}}\right) .$$

## H.2. Magnetización paralela al plano [2, -2]

Supongamos que los anillos están magnetizados a lo largo de la dirección  $\hat{\mathbf{x}}$ . En este caso, la magnetización es  $\mathbf{M} = M_0 \hat{\mathbf{x}} = M_0 (\cos \phi \hat{\mathbf{r}} - \sin \phi \hat{\phi})$ , de manera que la energía dipolar será

$$E_{int}^{[2,-2]} = -\mu_0 \int_0^{L_1} \int_0^{2\pi} \int_a^R \left( M_r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r} M_\phi \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) r dr d\phi dz .$$

El potencial magnetostático está dado por

$$U = \frac{M_0}{4\pi} \left( - \int_{S_1(r'=a)} \frac{\cos \phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} a d\phi' dz' + \int_{S_2(r'=R)} \frac{\cos \phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} R d\phi' dz' \right) .$$

A continuación usamos la expansión en coordenadas cilíndricas dada por la Ec. (C.1), de donde obtenemos

$$U = \frac{M_0}{4\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} d\phi' \cos \phi' e^{ip(\phi-\phi')} \int_{L_1+d}^{L_1+d+L_2} dz' e^{-k(z_>-z_<)} \int_0^{\infty} dk J_p(kr) (-aJ_p(ka) + RJ_p(kR)) .$$

Luego de integrar en  $z'$  y en  $\phi'$  obtenemos

$$U = \cos \phi \frac{M_0}{2} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} e^{-k(L_1+d+L_2-z)} (e^{kL_2} - 1) J_1(kr) (RJ_1(kR) - aJ_1(ka)) .$$

Con esto la energía dipolar se puede escribir como

$$E_{int}^{[2,-2]} = -\mu_0 M_0 \int_0^{L_1} \int_0^{2\pi} \int_a^R \left( \cos \phi \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin \phi \frac{\partial U}{\partial \phi} \right) r dr d\phi dz .$$

Después de calcular las derivadas parciales, e integrar obtenemos

$$\int_0^{L_1} dz \int_0^{2\pi} \cos \phi \frac{\partial U}{\partial r} d\phi = \frac{\pi M_0}{4} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} (RJ_1(kR) - aJ_1(ka)) (J_0(kr) - J_2(kr)) e^{-k(L_1+d+L_2)} (e^{kL_2} - 1) (e^{kL_1} - 1)$$

$$\int_0^{L_1} dz \int_0^{2\pi} \frac{1}{r} \sin \phi \frac{\partial U}{\partial \phi} d\phi = -\frac{\pi M_0}{2} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k^2 r} J_1(kr) (RJ_1(kR) - aJ_1(ka)) e^{-k(L_1+d+L_2)} (e^{kL_2} - 1) (e^{kL_1} - 1) .$$

Reemplazando las dos expresiones anteriores en la energía dipolar, obtenemos

$$E_{int}^{[2,-2]} = -\frac{\pi \mu_0 M_0^2}{8} \int_a^R \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} (RJ_1(kR) - aJ_1(ka)) e^{-k(L_1+d+L_2)} (e^{kL_2} - 1) (e^{kL_1} - 1) \left( J_0(kr) - J_2(kr) + \frac{2J_1(kr)}{kr} \right) r dr .$$

Utilizando la identidad

$$\frac{2J_1(kr)}{kr} = J_0(kr) + J_2(kr) ,$$

obtenemos finalmente la siguiente expresión para la energía

$$E_{int}^{[2,-2]} = -\frac{\pi\mu_0 M_0^2}{4} \int_0^\infty \frac{dk}{k^2} (RJ_1(kR) - aJ_1(ka))^2 e^{-kd} (1 - e^{-kL_2}) (1 - e^{-kL_1}) .$$

# Apéndice I

## Energía de interacción dipolar en un tubo bifásico con magnetización axial

En este apéndice se presentan los cálculos de la energía de interacción dipolar entre el tubo magnético interno (i) y el externo (e) de un sistema bifásico, asumiendo que ambos tubos presentan una magnetización axial. La energía de interacción dipolar para este sistema está dada por

$$E_{int}^{[1,-1]} = -\mu_0 M_e \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_{a_e}^{R_e} \frac{\partial U_i}{\partial z} r dr d\phi dz .$$

El potencial magnetostático está dado por

$$U_i = \frac{M_i}{4\pi} \int_{S_3} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=L}} - \frac{M_i}{4\pi} \int_{S_4} \frac{r' dr' d\phi'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|_{z'=0}} .$$

A continuación, usando la expansión en coordenadas cilíndricas dada por la Ec. (C.1), obtenemos

$$U_i = \frac{M_i}{4\pi} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} e^{ip(\phi-\phi')} d\phi' \int_{a_i}^{R_i} r' dr' \int_0^{\infty} dk J_p(kr) J_p(kr') (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) .$$

Al integrar sobre  $\phi'$  obtenemos

$$U_i = \frac{M_i}{2} \int_{a_i}^{R_i} r' dr' \int_0^{\infty} dk J_0(kr) J_0(kr') (e^{-k(L-z)} - e^{-kz}) .$$

Después de derivar el potencial con respecto a  $z$  y reemplazarlo en la ecuación de la energía,

$$E_{int}^{[1,-1]} = -\pi\mu_0 M_i M_e \int_0^{\infty} k dk \int_{a_i}^{R_i} r dr J_0(kr) \int_{a_e}^{R_e} r dr J_0(kr) \int_0^L dz (e^{-k(L-z)} + e^{-kz}) .$$

Finalmente, y luego de integrar se obtiene la siguiente expresión para la energía de interacción

$$E_{int}^{[1,-1]} = -2\pi\mu_0 M_i M_e R_i R_e \int_0^{\infty} \frac{dq}{q^2} (1 - e^{-qL}) (J_1(qR_i) - \beta_i J_1(qa_i)) (J_1(qR_e) - \beta_e J_1(qa_e)) .$$

## Apéndice J

# Campo de nucleación de una partícula cilíndrica infinita

En este apéndice calculamos el campo de nucleación para la reversión de la magnetización mediante un vórtice (curling mode) usando un modelo de Ritz. La segunda derivada de la densidad de energía con respecto a una pequeña variación de la dirección de la magnetización  $\varepsilon\alpha$  respecto de  $\hat{\mathbf{z}}$ , donde  $\varepsilon$  es un parámetro infinitesimal y  $\hat{\mathbf{z}}$  es el vector unitario a lo largo de la magnetización, debe ser positiva para el estado de equilibrio y cero en el campo de nucleación. Asumiremos que en la nucleación la variación de la magnetización puede ser escrita como

$$\begin{aligned}m_x - m_x^{(0)} &= \varepsilon u = -\varepsilon (\rho - \rho^3/3) \sin \phi \\m_y - m_y^{(0)} &= \varepsilon v = \varepsilon (\rho - \rho^3/3) \cos \phi \\m_z - m_z^{(0)} &= \varepsilon \lambda = -(\varepsilon^2 \alpha_u^2 + \varepsilon^2 \alpha_y^2) / 2 ,\end{aligned}$$

donde  $\rho = r/R$ .

En los cálculos siguientes, las energías se entregan por unidad de área de la partícula. La energía dipolar está dada por  $E_{dip} = (\mu_0/2s) \int \mathbf{M} \cdot \nabla U dv$ , con  $U$  el potencial magnetostático y  $s = \pi(R^2 - a^2)$  la sección transversal de la partícula. La densidad de energía de intercambio está dada por  $E_{ex} = (A/s) \int \sum (\nabla m_i)^2 dv$ . La densidad de energía de anisotropía magnetocristalina está dada por  $E_{ani} = (K/s) \int (m_x^2 + m_y^2) dv$ , y finalmente consideramos la densidad de energía de Zeeman, que está dada por  $E_Z = -(\mu_0 H_a M_0/s) \int m_z dv$ .

Como en este caso no tenemos cargas superficiales, la contribución dipolar es igual a cero,  $E_{dip} = 0$ . La densidad de energía de intercambio está dada por

$$E_{ex} = \varepsilon^2 \frac{\mu_0 M_0^2}{27} \left( \frac{L_x}{R} \right)^2 (14 - 13\beta^2 + 5\beta^4) .$$

La densidad de anisotropía magnetocristalina está dada por

$$E_{ani} = \varepsilon^2 \frac{K}{36} (11 + 11\beta^2 - 7\beta^4 + \beta^6) ,$$

y la densidad de energía de Zeeman es

$$E_Z = \varepsilon^2 \frac{\mu_0 H_a M_0}{72} (11 + 11\beta^2 - 7\beta^4 + \beta^6) .$$

A continuación obtendremos la densidad de energía total. Utilizando en dicha energía que la segunda derivada debe ser cero para la nucleación,  $(\delta^2 E / \delta \varepsilon^2) = 0$ , obtenemos

$$\frac{H_n}{M_0} = -\frac{2K}{\mu_0 M_0^2} - \alpha_r(\beta) \left( \frac{L_x}{R} \right)^2 ,$$

con

$$\alpha_r(\beta) = \frac{8}{3} \frac{(14 - 13\beta^2 + 5\beta^4)}{(11 + 11\beta^2 - 7\beta^4 + \beta^6)} .$$

# Bibliografía

- [1] J. G. Zhu, *New heights for hard disk drives*, Materials Today **6**, 22-31 (2003).
- [2] A. Moser, K. Takano, D. T. Margulies, M. Albrecht, Y. Sonobe, Y. Ikeda, S. Sun and E. E. Fullerton, *Magnetic Recording: advancing into the future*, J. Phys. D: Appl. Phys. **35**, R157-R167 (2002).
- [3] D. E. Speliotis, *Magnetic recording beyond the first 100 Years*, J. Magn. Magn. Mater. **193**, 29-35 (1999).
- [4] R. P. Cowburn, *The future of universal memory*, Materials Today **6**, 32-38 (2003).
- [5] S. Tehrani, J. M. Slaughter, E. Chen, M. Durlam, J. Shi and M. DeHerrera, *Progress and outlook for MRAM technology*, IEEE Trans. on Magn. **35**, 2814-2819 (1999).
- [6] Z. Gai, J. Y. Howe, J. Guo, D. A. Blom, E. W. Plummer, J. Shen, *Self-assembled FePt nanodot arrays with mono-dispersion and -orientation*, Appl. Phys. Lett. **86**, 023107 (2005).
- [7] S. Sun, C. B. Murray, D. Weller, L. Folks, A. Moser, *Monodisperse FePt nanoparticles and ferromagnetic FePt nanocrystal superlattices*, Science **287**, 1989-1991 (2000).
- [8] E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, *A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys*, Phil. Trans. Roy. Soc. **240**, 599-642 (1948). Reimpreso en IEEE Trans. Magn. **27**, 3475-3518 (1991).
- [9] L. Neel, *Theorie du trainage magnetique des ferromagnetique en grains fins avec applications aux terres cuites*, Ann. Geophys. **5**, 99-135 (1949).

- 
- [10] S. H. Charap, P. L. Lu and Y. He, *Thermal stability of recorded information at high densities*, IEEE Trans. Magn. **33**, 978 (1997).
- [11] S. Iwasaki, *Perpendicular magnetic recording*, IEEE Trans. Magn. **16**, 71-76 (1980).
- [12] S. Iwasaki, *Guiding principle for research on perpendicular magnetic recording*, IEEE Trans. Magn. **41**, 683-686 (2005).
- [13] C. A. Ross, *Patterned magnetic recording media*, Annu. Rev. Mater. Res. **31**, 203-235 (2001).
- [14] R. L. White, R. M. H. New and R. F. W. Pease, *Patterned media: a viable route to 50 Gbit/in<sup>2</sup> and up for magnetic recording*, IEEE Trans. Magn. **33**, 990-995 (1997).
- [15] James Daughton, *Magnetoresistive Random Access Memory (MRAM)*, review (2000).
- [16] M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, and F. Petroff, *Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **61**, 2472 (1988).
- [17] W. F. Brown Jr, *Micromagnetics*, Interscience Publishers (1963).
- [18] A. Aharoni, *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*, Oxford University Press (1996).
- [19] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Dynamics of Continuous Media*, 2nd ed. Pergamon Press (1981).
- [20] W. Heisenberg, Z. Phys. **49**, 619-636 (1928).
- [21] D. Spisak and J. Hafner, *Frustrated exchange interactions at the interface of antiferromagnetic films with ferromagnetic substrates: Mn/Fe(100)*, Phys. Rev. B **55**, 8304-8312 (1997).
- [22] D. Spisak and J. Hafner, *Theory of bilinear and biquadratic exchange interactions in iron: Bulk and surface*, J. Magn. Magn. Mater. **168**, 257-268 (1997).

- [23] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1975).
- [24] P. Weiss, *L'Hypothese du champ Moleculaire et de la Propriete Ferromagnetique*, J. de Phys. theorique et appliquee **6**, 666-690 (1907).
- [25] M. R. Scheinfein, K. E. Schmidt, K. R. Heim and G. G. Hembree, *Magnetic Order in Two-Dimensional Arrays of Nanometer-Sized Superparamagnets*, Phys. Rev. Lett. **76**, 1541 (1996).
- [26] Ver, por ejemplo, P. J. Bloemen, M. T. Johnson, M. T. H. van de Vorst, R. Coehoorn, J. J. de Vries, R. Jungblut, J. van de Stegge, A. Reinders and W. J. M. de Jonge, *Magnetic layer thickness dependence of the interlayer exchange coupling in (001) Co/Cu/Co*, Phys. Rev. Lett. **72**, 764 (1994).
- [27] <http://math.nist.gov/oommf>.
- [28] D. Altbir, J. Escrig, P. Landeros, F. S. Amaral, and M. Bahiana, *Vortex core size in interacting cylindrical nanodots*, Phys. Rev. B (enviado).
- [29] J. M. Daughton, A. V. Pohm, R. T. Fayfield and C. H. Smith, *Applications of spin dependent transport materials*, J. Phys. D **32**, R169 (1999).
- [30] J. G. Zhu, Y. Zheng and Gary A. Prinz, *Ultrahigh density vertical magnetoresistive random access memory*, J. Appl. Phys. **87**, 6668 (2000).
- [31] S. S. P. Parkin, C. Kaiser, A. Panchula, P. M. Rice, B. Hughes, M. Samant and S. H. Yang, *Giant tunnelling magnetoresistance at room temperature with MgO (100) tunnel barriers*, Nat. Mater. **3**, 862 (2004).
- [32] S. Y. Chou, Proc. IEEE **85**, 652 (1997).
- [33] G. Prinz, Science **282**, 1660 (1998).
- [34] J. Rothman, M. Klaui, L. Lopez-Diaz, C. A. F. Vaz, A. Bleloch, J. A. C. Bland, Z. Cui and R. Speaks, *Observation of a Bi-Domain State and Nucleation Free Switching in Mesoscopic Ring Magnets*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1098 (2001).

- [35] Y. Zheng and J. G. Zhu, *Switching field variation in patterned submicron magnetic film elements*, J. Appl. Phys. **81**, 5471 (1997)
- [36] R. P. Cowburn, D. K. Koltsov, A. O. Adeyeye, M. E. Welland and D. M. Tricker, *Single-domain circular nanomagnets*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1042-1045 (1999).
- [37] C. A. Ross, M. Hwang, M. Shima, J. Y. Cheng, M. Farhoud, T. A. Savas, Henry I. Smith, W. Schwarzacher, F. M. Ross, M. Redjda and F. B. Humphrey, *Micromagnetic behavior of electrodeposited cylinder arrays*, Phys. Rev. B **65**, 144417 (2002).
- [38] J. d'Albuquerque e Castro, D. Altbir, J. C. Retamal and P. Vargas, *Scaling Approach to the Magnetic Phase Diagram of Nanosized Systems*, Phys. Rev. Lett. **88**, 237202 (2002).
- [39] P. Landeros, J. Escrig, D. Altbir, D. Laroze, J. d'Albuquerque e Castro and P. Vargas, *Scaling relations for magnetic nanoparticles*, Phys. Rev. B **71**, 094435 (2005).
- [40] O. Fruchart, J. P. Nozieres, W. Wernsdorfer, D. Givord, F. Rousseaux and D. Decanini, *Enhanced coercivity in submicrometer-sized ultrathin epitaxial dots with in-plane magnetization*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1305-1308 (1999).
- [41] K. Yu Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima and K. Fukamichi, *Magnetization reversal due to vortex nucleation, displacement, and annihilation in submicron ferromagnetic dot arrays*, Phys. Rev. B **65**, 024414 (2001).
- [42] Konstantin L. Metlov, *Quasiuniform In-Plane Magnetization State of Thin Cylindrical Dots in a Square Array and Related Anisotropy*, Phys. Rev. Lett. **97**, 127205 (2006).
- [43] T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, K. Shigeto and T. Ono, Science **289**, 930 (2000).
- [44] A. Wachowiak, J. Wiebe, M. Bode, O. Pietzsch, M. Morgenstern and R. Wiesendanger, Science **298**, 577 (2002).

- [45] F. Porrati and M. Huth, *Micromagnetic structure and vortex core reversal in arrays of iron nano-cylinders*, J. Magn. Magn. Mater. **290**, 145-148 (2005).
- [46] E. Feldtkeller and H. Thomas, Phys. Kondens. Mater. **4**, 8 (1965); P. O. Jubert and R. Allendspach, *Analytical approach to the single-domain-to-vortex transition in small magnetic disks*, Phys. Rev. B **70**, 144402 (2004).
- [47] N. A. Usov and S. E. Peschany, *Magnetization curling in a fine cylindrical particle*, J. Magn. Magn. Mater. **118**, L290 (1993).
- [48] A. Aharoni, *Upper bound to a single-domain behavior of a ferromagnetic cylinder*, J. Appl. Phys. **68**, 2892 (1990).
- [49] R. Hollinger, A. Killinger and U. Krey, *Statics and fast dynamics of nanomagnets with vortex structure*, J. Magn. Magn. Mater. **261**, 178 (2003).
- [50] O. Espinosa and V. H. Moll, math.CA/0304079 (unpublished).
- [51] M. Hwang, M. C. Abraham, T. Savas, Henry I. Smith, R. J. Ram and C. A. Ross, *Magnetic force microscopy study of interactions in 100 nm period nanomagnet arrays*, J. Appl. Phys. **87**, 5108-5110 (2000).
- [52] P. Vargas, D. Altbir and J. d'Albuquerque e Castro, *Fast Monte Carlo method for magnetic nanoparticles*, Phys. Rev. B **73**, 092417 (2006).
- [53] J. Escrig, P. Landeros, J. C. Retamal, D. Altbir and J. d'Albuquerque e Castro, *Magnetic behavior of nanoparticles in patterned thin films*, Appl. Phys. Lett. **82**, 3478 (2003).
- [54] J. Mejía-López, P. Soto and D. Altbir, *Asymmetric reversal of the hysteresis loop in exchange-biased nanodots*, Phys. Rev. B **71**, 104422 (2005).
- [55] M. Bahiana, F. S. Amaral, S. Allende and D. Altbir, *Reversal modes in arrays of interacting magnetic Ni nanowires: Monte Carlo simulations and scaling technique*, Phys. Rev. B **74**, 174412 (2006).

- [56] D. Laroze, J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Vázquez, and P. Vargas, *A detailed analysis of dipolar interactions and analytical approximations in arrays of magnetic nanowires*, J. Appl. Phys. (enviado).
- [57] J. Escrig, D. Altbir, M. Jaafar, D. Navas, A. Asenjo, and M. Vázquez, *Remanence of Ni nanowire arrays: influence of size and labyrinth magnetic structure*, Phys. Rev. B (aceptado).
- [58] K. Nielsch, R. B. Wehrspohn, J. Barthel, J. Kirschner, S. F. Fischer, H. Kronmüller, T. Schweinböck, D. Weiss and U. Gosele, *High density hexagonal nickel nanowire array*, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 234-240 (2002).
- [59] K. Nielsch, R. B. Wehrspohn, J. Barthel, J. Kirschner, U. Gosele, S. F. Fischer and H. Kronmüller, *Hexagonally ordered 100 nm period nickel nanowire arrays*, Appl. Phys. Lett. **79**, 1360 (2001).
- [60] M. Vázquez, K. Nielsch, P. Vargas, J. Velázquez, D. Navas, K. Pirota, M. Hernández-Vélez, E. Vogel, J. Cartes, R. B. Wehrspohn and U. Gosele, *Modelling hysteresis of interacting nanowires arrays*, Physica B **343**, 395 (2004).
- [61] M. Vázquez, K. Pirota, J. Torrejón, D. Navas and M. Hernández-Vélez, *Magnetic behaviour of densely packed hexagonal arrays of Ni nanowires: Influence of geometric characteristics*, J. Magn. Magn. Mater. **294**, 174 (2005).
- [62] H. Schmidt, *Nanoparticles by chemical synthesis, processing to materials and innovative applications*, Appl. Organometr. Chem. **15**, 331-343 (2001).
- [63] H. Másuda and K. Fukuda, Science **268**, 1466 (1995).
- [64] R. Skomski, H. Zeng, M. Zheng and D. J. Sellmyer, *Magnetic localization in transition-metal nanowires*, Phys. Rev. B **62**, 3900 (2000).
- [65] R. Varga, K. L. García, M. Vázquez and P. Vojtanik, *Single-Domain Wall Propagation and Damping Mechanism during Magnetic Switching of Bistable Amorphous Microwires*, Phys. Rev. Lett. **94**, 017201 (2005).

- [66] L. C. Sampaio, E. H. C. P. Sinnecker, G. R. C. Cernicchiaro, M. Knobel, M. Vázquez and J. Velázquez, *Magnetic microwires as macrospins in a long-range dipole-dipole interaction*, Phys. Rev. B **61**, 8976 (2000).
- [67] M. Knobel, L. C. Sampaio, E. H. C. P. Sinnecker, P. Vargas and D. Altbir, *Dipolar magnetic interactions among magnetic microwires*, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 60 (2002).
- [68] Qing-Feng Zhan, Jian-Hua Gao, Ya-Qiong Liang, Na-Li Di and Zhao-Hua Cheng, *Dipolar interactions in arrays of iron nanowires studied by Mössbauer spectroscopy*, Phys. Rev. B **72**, 024428 (2005).
- [69] J. Velázquez and M. Vázquez, *Spatial and temporal distributions of magnetisation in arrays of interacting bistable microwires*, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 89-94 (2002).
- [70] J. Velázquez and M. Vázquez, *An analysis of interacting bistable magnetic microwires: from ordered to chaotic behaviours*, Physica B **320**, 230-235 (2002).
- [71] J. Velázquez, K. R. Pirota and M. Vázquez, IEEE Trans. Magn. **39**, 3049 (2003).
- [72] Marco Beleggia, Shakul Tandon, Yimei Zhu and Marc De Graef, *On the computation of the demagnetization tensor for particles of arbitrary shape*, J. Magn. Magn. Mater. **272-276**, e1197-e1199 (2004).
- [73] M. Beleggia and M. De Graef, *General magnetostatic shape-shape interactions*, J. Magn. Magn. Mater. **285**, L1-L10 (2005).
- [74] R. Hertel, *Micromagnetic simulations of magnetostatically coupled Nickel nanowires*, J. Appl. Phys. **90**, 5752 (2001).
- [75] L. Clime, P. Ciureanu and A. Yelon, *Magnetostatic interactions in dense nanowire arrays*, J. Magn. Magn. Mater. **297**, 60 (2006).
- [76] T. G. Sorop, C. Untiedt, F. Luis, M. Kroll, M. Rasa and L. J. de Jongh, *Magnetization reversal of ferromagnetic nanowires studied by magnetic force microscopy*, Phys. Rev. B **67**, 014402 (2003).

- [77] A. Asenjo, M. Jafaar, D. Navas and M. Vázquez, *Quantitative magnetic force microscopy analysis of the magnetization process in nanowire arrays*, J. Appl. Phys. **100**, 023909 (2006).
- [78] M. Vázquez, K. Pirola, M. Hernández-Vélez, V. M. Prida, D. Navas, R. Sanz, F. Batallan and J. Velázquez, *Magnetic properties of densely packed arrays of Ni nanowires as a function of their diameter and lattice parameter*, J. Appl. Phys. **95**, 6642 (2004).
- [79] A. Asenjo, D. García, J. M. García, C. Prados and M. Vázquez, *Magnetic force microscopy study of dense stripe domains in Fe-B/Co-Si-B multilayers and the evolution under an external applied field*, Phys. Rev. B **62**, 6538 (2000).
- [80] D. Navas, M. Hernández-Vélez, A. Asenjo, M. Jaafar, J. L. Baldonado and M. Vázquez, IEEE Trans. Magn. **42**, 3057 (2006).
- [81] S. Tandon, M. Beleggia, Y. Zhu and M. De Graef, *On the computation of the demagnetization tensor for uniformly magnetized particles of arbitrary shape. Part I: Analytical approach*, J. Magn. Magn. Mater. **271**, 9-26 (2004).
- [82] M. Vázquez, M. Hernández-Vélez, K. Pirola, A. Asenjo, D. Navas, J. Velázquez, P. Vargas and C. Ramos, Eur. Phys. J. B **40**, 489 (2004).
- [83] H. Kronmüller, K. D. Durst and M. Sagawa, *Analysis of the magnetic hardening mechanism in RE-FeB permanent magnets*, J. Magn. Magn. Mater. **74**, 291 (1988).
- [84] K. Binder and D. Heermann, *Monte Carlo Simulations in Statistical Physics* (Springer, 2002).
- [85] D. Navas, *Fabricación y caracterización de arreglos magnéticos en películas nanoporosas de alúmina anódica*, Ph. D. Thesis Universidad Autónoma, (Julio 2006).
- [86] J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Bahiana and J. d'Albuquerque e Castro, *Magnetic properties of layered nanorings*, Appl. Phys. Lett. **89**, 132501 (2006).

- [87] J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, M. Bahiana and J. d'Albuquerque e Castro, *Role of interactions in layered nanorings*, Int. J. Nanotechnology (aceptado).
- [88] M. Grimsditch, Y. Jaccard and Ivan K. Schuller, *Magnetic anisotropies in dot arrays: Shape anisotropy versus coupling*, Phys. Rev. B **58**, 11539-11543 (1998).
- [89] M. C. Abraham, H. Schmidt, T. A. Savas, Henry I. Smith, C. A. Ross and R. J. Ram, *Magnetic properties and interactions of single-domain nanomagnets in a periodic array*, J. Appl. Phys. **89**, 5667-5670 (2001).
- [90] A. Lebib, S. P. Li, M. Natali and Y. Chen, *Size and thickness dependencies of magnetization reversal in Co dot arrays*, J. Appl. Phys. **89**, 3892-3896 (2001).
- [91] M. Klaui, C. A. F. Vaz, J. A. C. Bland, T. L. Monchesky, J. Unguris, E. Bauer, S. Cherifi, S. Heun, A. Locatelli, L. J. Heyderman and Z. Cui, *Direct observation of spin configurations and classification of switching processes in mesoscopic ferromagnetic rings*, Phys. Rev. B **68**, 134426 (2003).
- [92] F. J. Castaño, C. A. Ross, C. Frandsen, A. Eilez, D. Gil, Henry I. Smith, M. Redjda and F. B. Humphrey, *Metaestable states in magnetic nanorings*, Phys. Rev. B **67**, 184425 (2003).
- [93] S. P. Li, D. Peyrad, M. Natali, A. Lebib, Y. Chen, U. Ebels, L. D. Buda and K. Ounadjela, *Flux Closure Structures in Cobalt Rings*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1102 (2001).
- [94] M. Beleggia, J. W. Lau, M. A. Schofield, Y. Zhu, S. Tandon and M. De Graef, *Phase diagram of magnetic nano-rings*, J. Magn. Mater. **301**, 131 (2006).
- [95] P. Landeros, J. Escrig, D. Altbir, M. Bahiana and J. d'Albuquerque e Castro, *Stability of magnetic configurations in nanorings*, J. Appl. Phys. **100**, 044311 (2006).
- [96] J. Escrig, D. Altbir and K. Nielsch, *Magnetic properties of bi-phase micro and nanotubes*, Nanotechnology (aceptado).

- [97] M. Albrecht, G. Hu, A. Moser, O. Hellwig and B. D. Terris, *Magnetic dot arrays with multiple storage layers*, J. Appl. Phys. **97**, 103910 (2005).
- [98] K. Nielsch, F. J. Castaño, C. A. Ross and K. Krishnan, *Magnetic properties of template-synthesized cobalt/polymer composite nanotubes*, J. Appl. Phys. **98**, 034318 (2005).
- [99] Kornelius Nielsch, Fernando J. Castaño, Sven Matthias, Woo Lee and Caroline A. Ross, *Adv. Eng. Mat.* **7**, 217-221 (2005).
- [100] Z. K. Wang *et al*, *Spin Waves in Nickel Nanorings of Large Aspect Ratio*, Phys. Rev. Lett. **94**, 137208 (2005).
- [101] J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir, E. E. Vogel and P. Vargas, *Phase diagrams of magnetic nanotubes*, J. Magn. Magn. Mater. **308**, 233-237 (2007).
- [102] P. Landeros, S. Allende, J. Escrig, E. Salcedo, D. Altbir and E. E. Vogel, *Reversal modes in magnetic nanotubes*, Appl. Phys. Lett. **90**, 102501 (2007).
- [103] J. Escrig, P. Landeros, D. Altbir and E. E. Vogel, *Effect of anisotropy in magnetic nanotubes*, J. Magn. Magn. Mater. **310**, 2448-2450 (2007).
- [104] K. Pirola, M. Hernández-Vélez, D. Navas, A. Zhukov and M. Vázquez, *Adv. Funct. Mater.* **14**, 266-268 (2004).
- [105] Q. Xiao, R. V. Krotkov and M. T. Tuominen, *Simulations of nanomagnet clusters with perpendicular uniaxial anisotropy for multilevel data storage*, J. Appl. Phys. **99**, 08G305 (2006).
- [106] V. Skumryev, S. Stoyanov, Y. Zhang, G. Hadjipanayis, D. Givord and J. Nogues, *Beating the superparamagnetic limit with exchange bias*, Nature Mater. **423**, 850 (2003).
- [107] J. Nogues and I. K. Schuller, *Exchange bias*, J. Magn. Magn. Mater. **192**, 203 (1999).
- [108] J. P. Sinnecker, A. de Araujo, R. Piccin, M. Knobel and M. Vázquez, *Dipolar-biased giant magnetoimpedance*, J. Magn. Magn. Mater. **295**, 121-125 (2005).

- 
- [109] E. H. Frei, S. Shtrikman and D. Treves, *Phys. Rev.* **106**, 446 (1957).
- [110] A. Aharoni, *IEEE Trans. Magn.* **MAG-22**, 149 (1986).
- [111] Y. Ishii, S. Hasegawa, M. Saito, Y. Tabayashi, K. Kasajima and T. Hashimoto, *Magnetization curling in films used for perpendicular magnetic recording*, *J. Appl. Phys.* **82**, 3593 (1997).
- [112] Y. Ishii, *Magnetization curling in an infinite cylinder with a uniaxial magnetocrystalline anisotropy*, *J. Appl. Phys.* **70**, 3765 (1991).
- [113] Y. Ishii and M. Sato, *Magnetization curling in a finite cylinder*, *J. Appl. Phys.* **65**, 3146 (1989).
- [114] S. Shtrikman and D. Treves, *in Magnetism*, Vol. **3**, edited by G. T. Rado and H. Suhl (Academic, New York, London, 1963).
- [115] M. Daub, M. Knez, U. Goesele and K. Nielsch, *J. Appl. Phys.* (aceptado).
- [116] A. Zhukov, J. González, M. Vázquez, V. Larín and A. Torcunov, *Encyclopedia of Nanoscience and Nanotechnology*, Ed. H. S. Nalwa (2003).
- [117] K. R. Pirota, M. Provencio, K. L. García, R. Escobar-Galindo, P. Mendoza Zelis, M. Hernández-Vélez and M. Vázquez, *Bi-magnetic microwires: a novel family of materials with controlled magnetic behavior*, *J. Magn. Magn. Mater.* **290-291**, 68-73 (2005).
- [118] R. O'handley, *Modern magnetic materials*, John Wiley & Sons, INC. (2000).