
Fenomenología de la Violación de Invarianza Lorentz/CPT en Física de Partículas y Teoría Cuántica de Campos



Paola Carolina Arias Reyes

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Física

*Tesis enviada para la obtención del grado de
Doctor en Ciencias con mención en Física,
USACH, Santiago, Junio, 2008*

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**FENOMENOLOGÍA DE LA VIOLACIÓN DE
INVARIANZA LORENTZ/CPT EN FÍSICA DE
PARTÍCULAS Y TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS**

PAOLA CAROLINA ARIAS REYES

Profesor Guía: Dr. Jorge Gamboa

Profesores Comisión: Dr. Marcelo Loewe
Dr. Fernando Méndez
Dr. Mikhail Plyushchay
Dr. Fidel Schaposnik

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN FÍSICA

SANTIAGO DE CHILE
Junio 2008

FENOMENOLOGÍA DE LA VIOLACIÓN DE INVARIANZA LORENTZ/CPT EN FÍSICA DE PARTÍCULAS Y TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

Trabajo de Graduación presentado a la Facultad de Ciencia, en cumplimiento parcial de los requerimientos exigidos para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

SANTIAGO DE CHILE

Junio 2008

FENOMENOLOGÍA DE LA VIOLACIÓN DE INVARIANZA LORENTZ/CPT EN FÍSICA DE PARTÍCULAS Y TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS

PAOLA CAROLINA ARIAS REYES

Este trabajo de Graduación fue preparado bajo la supervisión del profesor guía Dr. Jorge Gamboa, del Departamento de Física de la Universidad de Santiago de Chile y ha sido aprobado por los miembros de la comisión calificadora

Dr. Jorge Gamboa

Dr. Marcelo Loewe

Dr. Fernando Méndez

Dr. Mikhail Plyushchay

Dr. Fidel Schaposnik

.....
Director Departamento de Física

ÍNDICE GENERAL

1..	<i>Introducción</i>	3
2..	<i>Simetría de Lorentz</i>	7
2.1.	Por qué romper la simetría de Lorentz y cómo	7
2.1.1.	Teoría Cuántica de Campos no Conmutativa	8
2.1.2.	Oscilador Armónico Cuántico en el plano no conmutativo	10
2.1.3.	Propiedades de la teoría de campos no conmutativos	14
2.1.4.	Modelo Estándar Extendido	16
3..	<i>Oscilación de Neutrinos</i>	19
3.1.	Introducción	19
3.2.	Experimentos con Neutrinos	21
3.2.1.	Neutrinos Solares	22
3.2.2.	Neutrinos Atmosféricos	27
3.2.3.	Neutrinos en reactores, experimentos LSND y Mini- BooNE	29
3.2.4.	El puzzle de neutrinos	31
3.3.	Oscilación de Neutrinos masivos: Teoría	32
3.3.1.	Propiedades del neutrino	32
3.3.2.	Oscilación de Neutrinos Masivos	37
3.4.	Oscilación de Neutrinos sin masa: Efectos de la violación de las simetrías de Lorentz y CPT	39
3.4.1.	Teoría Cuántica de Campos no conmutativa y oscilación de Neutrinos	39
4..	<i>Efectos de LIV en la Anomalía Quiral</i>	49
4.1.	Simetría Quiral Clásica	50
4.2.	Anomalía Quiral según Fujikawa	51
4.3.	Anomalía Quiral con Violación de la invariancia de Lorentz	57

4.3.1. Modelo para fermiones con Violación de Simetría de Lorentz	57
4.4. Conclusiones del Capítulo	64
5.. <i>Partículas tipo Axión y violación de la simetría de Lorentz</i>	66
5.1. Motivación al problema	66
5.2. Partículas tipo Axión en Electrodinámica Cuántica	68
5.2.1. El Axión invisible en QCD	68
5.3. Búsqueda Experimental de ALPs	70
5.3.1. Fuentes Axiónicas	70
5.3.2. Experimentos	71
5.4. Birrefringencia por Violación de Invariancia de Lorentz: analogía con ALP	75
5.4.1. Correspondencia de sistema axiónico con modelo no-invariante de Lorentz	78
5.5. Experimentos de Birrefringencia y violación de Invariancia de Lorentz	82
5.6. Conclusiones del Capítulo	85
6.. <i>Conclusiones Generales</i>	86

1. INTRODUCCIÓN

Hasta donde sabemos actualmente, la naturaleza está razonablemente bien descrita por relatividad general y teoría cuántica de campos. Hay, sin embargo, varios problemas abiertos en física de altas energías que sugieren nuevas ideas deberían ser introducidas y, eventualmente, estas podrían implicar severas modificaciones en los axiomas de teoría cuántica de campos y relatividad general.

En esta línea de argumentación se han explorado posibles desviaciones tanto de teoría cuántica de campos como de relatividad general y la principal conclusión es que las cotas para estas desviaciones son notablemente restrictivas, sugiriendo que posibles cambios a los axiomas fundamentales son, a lo más, de naturaleza no-perturbativa.

Sin embargo, la intensa investigación en los últimos cuarenta años en física de altas energías demuestra que prácticamente todos los fenómenos de la física son no-lineales, y por tanto, cualquier efecto por pequeño que sea puede evolucionar hasta producir un efecto significativo y tener características distintivas. La teoría cuántica de campos y la relatividad están plagadas de estos ejemplos y –en este sentido– cualquier desviación de la invariancia relativista y/o de la violación de algún axioma de teoría cuántica de campos, en principio, es una posibilidad viable e interesante de estudiar en sí.

Este último punto de vista ha sido abordado sólo en los últimos veinte años –presumiblemente por primera vez, por Kostelecky y Samuel [1]– quienes propusieron un ‘modelo estándar extendido’, el cual es una construcción basada en la suposición que la simetría de Lorentz está espontáneamente rota en algún un modelo subyacente.

Posteriormente Kostelecky y colaboradores clasificaron todos los posibles términos que violan invariancia relativista que se pueden agregar a una teoría

cuántica de campos y que son renormalizables y causales. Esta descripción general fue bautizada como ‘modelo estándar extendido’[7] y ha dado lugar a numerosos trabajos, tanto formales como aplicaciones a distintos aspectos de la teoría cuántica de campos, física de partículas y cosmología.

Un procedimiento sistemático, alternativo a la formulación de Kosteletsky y colaboradores fue propuesto al inicio de esta década y se basa en modificar los conmutadores canónicos de los campos. Este procedimiento está basado en una analogía con la geometría no conmutativa (o más exactamente mecánica cuántica no-conmutativa) y permite realizar aplicaciones concretas de problemas todavía abiertos en teoría cuántica de campos y que pueden ser vistos con una óptica diferente a la convencional.

El propósito de esta tesis será estudiar tres problemas de física de altas energías. Todos ellos abordados desde la óptica de la violación de las simetrías de Lorentz/CPT.

La tesis está basada en tres trabajos de física de partículas independientes, cuyo nexo es la posibilidad de abordarlos desde el punto de vista de violación de simetrías de Lorentz/CPT. Los tres temas resultan interesantes a la hora de investigar las consecuencias fenomenológicas de la violación de estas simetrías.

- *El problema de oscilación de neutrinos: (Physics Letters B650, 401 (2007)).*

Actualmente se ha aceptado al fenómeno de oscilación de neutrinos como una prueba de que los neutrinos poseen masa diferente de cero. Sin embargo los mecanismos de oscilación aún no están completos y excluyen explícitamente posibles oscilaciones de neutrinos de altas energías las que –como sabemos– pueden ocurrir. En este trabajo exploraremos las posibles contribuciones de la violación de la simetría de Lorentz en el fenómeno. Se aborda también los efectos de incluir un término especial en el lagrangiano que viola explícitamente la simetría de *CPT*, esto a propósito de el resultado del experimento LSND [111], el cual aún no ha sido confirmado o desmentido por otros grupos.

- *El problema de la anomalía quiral con violación de invariancia relativista (Physical Review D76, 025019 (2007)):*
estudiamos los posibles efectos de una violación de la invariancia de

Lorentz en el problema. Este análisis es de particular interés porque la anomalía está ligada a propiedades topológicas y, por lo tanto es independiente, en principio, de las energías involucradas.

- El último problema *está relacionado con la búsqueda de partículas tipo axion* (ALP)(*enviado a publicación*). Se han desarrollado numerosos experimentos en la última década, que buscan partículas débilmente interactuantes de baja energía mediante la oscilación de fotones en ALP cuando los primeros entran a un medio magnetizado. Nos interesamos en investigar los efectos de la violación de Lorentz en el problema, y la posibilidad que las lecturas de birrefringencia estén afectadas por la violación de Lorentz, incrementando la elipticidad natural que tiene el vacío por efectos perturbativos de la electrodinámica cuántica. En nuestra interpretación los experimentos de polarización láser que se han llevado a cabo en los últimos años serían un importante instrumento para extraer cotas de violación de la simetría relativista.

organizada como sigue: En el capítulo I argumentaremos las razones que tenemos para romper la simetría relativista y estudiaremos dos diferentes acercamientos al problema. El primero está relacionado con introducir relaciones de (anti)conmutación deformadas en la teoría estándar, es decir introducir una no conmutatividad en los campos y de esa manera introducir el rompimiento de simetría de Lorentz. La segunda aproximación fue desarrollada por el grupo de física teórica de la Universidad de Indiana, en la que se desarrolló una extensión del modelo estándar para incluir todos los posibles términos que violen las simetrías de Lorentz y CPT .

En el segundo capítulo estudiaremos el fenómeno de oscilación de neutrinos y experimentos destinados a la detección de la oscilación. Posteriormente desarrollaremos nuestra propuesta, consistente en introducir una violación de la simetría de Lorentz en el sector de neutrinos. Veremos que aún cuando el neutrino no posea masa es posible que oscile a otro sabor.

El tercer capítulo está dedicado a estudiar la anomalía quiral y las posibles consecuencias en ella al considerar violación de la invariancia de Lorentz. Investigaremos las posibles secuelas de la violación en un proceso físico asociado a la anomalía como es el decaimiento del pión neutro en dos fotones

Finalmente en el cuarto capítulo abordamos un problema actualmente muy en boga, la posible observación de partículas tipo axión en experimentos de polarización láser. Estudiaremos las propiedades que se esperan para estas partículas y la posibilidad que en éstos experimentos en realidad se observe una violación de la invariancia de Lorentz y no necesariamente una nueva partícula.

2. SIMETRÍA DE LORENTZ

2.1. *Por qué romper la simetría de Lorentz y cómo*

Una razón teórica suficiente para responder a la pregunta de por qué vale la pena considerar violaciones de la invariancia de Lorentz y CPT en una teoría física, es la necesidad de una descripción teórica sólida y consistente de la violación de estas simetrías. Recientes trabajos experimentales sugieren que las simetrías de Lorentz y CPT no son totalmente exactas en la naturaleza.

Otra motivante razón para estudiar violaciones de estas simetrías es la esperanza que las posibles predicciones puedan servir como potencial de una sensible señal para la física a la escala de Planck. De hecho el interés en el tema fue motivado por la realización natural de mecanismos que violan Lorentz/CPT en teorías unificadas a la escala de Planck (teoría de cuerdas).

Un punto importante a establecer es cuándo la violación de Lorentz (de ahora en adelante nos referiremos a ella como LIV) puede realmente ocurrir en una teoría fundamental. Un origen posible para la violación de Lorentz ha sido identificado en teoría de cuerdas [1, 2], la cual tiene interacciones con una estructura genérica, que en principio podría ocasionar violaciones espontáneas de la simetría de Lorentz, apareciendo valores de expectación del vacío para campos tensoriales de Lorentz. Otras posibles alternativas de mecanismos de generación de LIV a nivel fundamental han aparecido recientemente, algunos ejemplos son teorías de campos no conmutativas, gravedad cuántica, multiversos, escenarios de mundo brana, supersimetría, gravedad masiva, entre otros.

Para describir una violación de Lorentz es necesario recordar que hay algunos criterios que debemos preservar [3]. Éstos son:

Una teoría física debe ser independiente del cambio de coordenadas del

observador. Esto debe preservarse aún cuando el cambio se implementa mediante una transformación de Lorentz o mediante otro mecanismo. Es decir debemos tener independencia de coordenadas.

El segundo criterio es el realismo. La física de partículas fundamentales desarrollada hasta ahora ha conocido su máxima expresión en el modelo estándar y la Relatividad General como una acertada descripción de la naturaleza; por tanto cualquier propuesta que incluya violación de la simetría de Lorentz debe también incorporar esta exitosa física.

Luego, estos razonamientos sugieren que una investigación de la violación de invariancia de Lorentz realista se lleva a cabo de manera más natural en términos de las propiedades de un sistema en vez de buscar modificaciones de las transformaciones de Lorentz. Por tanto parece razonable estudiar las modificaciones en las relaciones de dispersión de las partículas, aún cuando la observabilidad de éstas en un experimento pueda ser difícil de demostrar.

En las siguientes secciones mostraremos dos aproximaciones diferentes a como incorporar la violación de la simetría de Lorentz en teoría cuántica de campos. Una de ellas es la llamada teoría cuántica de campos no conmutativa (NCQFT) [4, 5, 6] y la otra es el Modelo Estándar Extendido (SME) [7].

2.1.1. Teoría Cuántica de Campos no Conmutativa

La teoría cuántica de campos relativista (RQFT) es la piedra basal de nuestras teorías microscópicas actuales. Su validez ha sido confirmada por experimentos que cubren un amplio rango de energías que van de los electrón-Volt hasta los Tera electrón-Volt [8]. Por tanto cualquier teoría que busque abarcar procesos en los que la simetría relativista no se preserve debe contener RQFT como una teoría de bajas energías o teoría efectiva y debe satisfacer tres principios : relatividad especial, mecánica cuántica y el principio de descomposición de cluster.

Considerando la difícil conciliación entre RQFT y gravedad, los desarrollados en gravedad cuántica, teoría de cuerdas y otros, no hay razón para *a priori* asegurar que RQFT es una teoría correcta a altas energías. Podría suceder que a esas energías la invariancia de Lorentz no sea una simetría exacta.

Siguiendo analogías con mecánica cuántica no-conmutativa (NCQM) [6, 10, 11, 12, 13, 14], es posible construir una versión análoga para teoría cuántica de campos [4] la cual, tal como en NCQM, contiene conmutadores canónicos modificados y puede en principio describir procesos físicos más allá de la invariancia relativista. Así, siguiendo NCQM, las coordenadas y momentos se consideran no conmutativos, luego la generalización natural de mecánica cuántica no conmutativa nos lleva a un campo no conmutativo (en vez de a un campo en un espacio no conmutativo).

Para ver de que manera se introduce un campo no conmutativo en una teoría utilizaremos como ejemplo el campo escalar complejo. Introducimos la no conmutatividad a todo punto del espacio (y tiempos iguales) mediante el conmutador

$$[\Phi(\mathbf{x}), \Phi^\dagger(\mathbf{x}')] = \theta \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (2.1)$$

También es posible considerar al mismo tiempo una no conmutatividad en los momentos

$$[\Pi(\mathbf{x}), \Pi^\dagger(\mathbf{x}')] = B \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (2.2)$$

donde θ y B parametrizan la no conmutatividad y representan escalas ultravioleta e infrarroja respectivamente. La relación de conmutación entre el campo y su momento conjugado permanece inalterada

$$[\Phi(\mathbf{x}), \Pi^\dagger(\mathbf{x}')] = i \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (2.3)$$

$$[\Phi^\dagger(\mathbf{x}), \Pi(\mathbf{x}')] = i \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (2.4)$$

La teoría queda totalmente definida cuando además de las relaciones de conmutación entregamos el Hamiltoniano (canónico) del sistema.

Para resolver la teoría es conveniente recordar el método que se utiliza en la teoría cuántica de campos estándar. Primero identificamos el campo como una superposición de un número infinito de osciladores armónicos cuánticos unidimensionales desacoplados, cada uno con frecuencia $\omega(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, y luego usamos la solución de oscilador armónico en mecánica cuántica para definir el espacio de Fock de estados-partícula donde actúa el campo.

Por tanto, esto nos sugiere considerar la generalización no-conmutativa del

oscilador armónico en mecánica cuántica como una manera de definir el espacio de Fock del campo no conmutativo.

Como ejemplo revisaremos el oscilador armónico cuántico no conmutativo en dos dimensiones desarrollado en [6, 15], y luego procederemos a usar la solución de éste para construir el campo no conmutativo.

2.1.2. Oscilador Armónico Cuántico en el plano no conmutativo

Mostraremos la solución del oscilador armónico en el plano no conmutativo para el caso general de una partícula cargada en un campo magnético con un potencial cuadrático (u oscilante). El hecho que exista un campo magnético externo puede introducirse mediante la deformación de las reglas de conmutación para el momento

$$[p_1, p_2] = iB. \quad (2.5)$$

Por tanto B es el parámetro que controla la no conmutatividad de los momentos. Las coordenadas en cambio satisfacen

$$[x_1, x_2] = i\theta, \quad (2.6)$$

y

$$[x_i, p_j] = i\delta_{ij}. \quad (2.7)$$

Luego el Hamiltoniano para el oscilador en un campo magnético en términos de variables adimensionales es

$$H = \frac{\omega}{2} [p_1^2 + p_2^2 + x_1^2 + x_2^2], \quad (2.8)$$

donde las variables $\{x_i, p_i\}$ se relacionan con las variables usuales $\{Q_i, P_i\}$ mediante la transformación

$$x_i = \sqrt{m\omega}Q_i \quad p_i = \frac{1}{\sqrt{m\omega}}P_i. \quad (2.9)$$

La dinámica del sistema está descrita por las ecuaciones de Heisenberg

$$i \frac{dx_i}{dt} = [x_i, H] \quad (2.10)$$

$$i \frac{dp_i}{dt} = [p_i, H], \quad (2.11)$$

las cuales nos lleva a las siguientes ecuaciones de movimiento

$$\dot{x}_i = \omega (p_i + \theta \epsilon_{ij} x_j), \quad (2.12)$$

$$\dot{p}_i = \omega (-x_i + -B \epsilon_{ij} p_j). \quad (2.13)$$

Separando las ecuaciones para la variable x_i encontramos

$$\ddot{x}_i = \omega (\theta + B) \epsilon_{ij} \dot{x}_j + \omega^2 (B\theta - 1) x_i. \quad (2.14)$$

Es posible desacoplar las ecuaciones mediante la introducción de la variable compleja $Z = x_1 + ix_2$, reemplazando obtenemos una ecuación diferencial para Z dada por

$$\ddot{Z} = -i\omega (\theta + B) \dot{Z} + \omega^2 (B\theta - 1) Z \quad (2.15)$$

y una ecuación similar para $Z^\dagger$. Para resolver (2.15) buscamos una solución del tipo

$$Z(t) = e^{i\alpha t}, \quad (2.16)$$

y reemplazando el ansatz en (2.15) se encuentra

$$\alpha_\pm = \omega \left[-\frac{\theta + B}{2} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{\theta - B}{2} \right)^2} \right], \quad (2.17)$$

por tanto las soluciones para Z son

$$Z(t) = A_+ e^{i\alpha_+ t} + A_- e^{i\alpha_- t}, \quad (2.18)$$

con $A_\pm$ números complejos. Podemos ver que para el límite conmutativo $\{\theta, B\} \rightarrow 0$ la solución de α se degenera, es decir, $\alpha_+ = \alpha_-$ y recuperamos la solución de oscilador armónico usual, con frecuencia ω .

A partir de la definición de Z podemos encontrar $x_i(t)$, y a partir de las ecuaciones de movimiento (2.12,2.13) encontramos $p(t)$. Las soluciones son

$$x_k = \frac{(-i)^{k-1}}{2} [a + b - (-1)^k (a^\dagger + b^\dagger)], \quad (2.19)$$

$$p_k = -\frac{(-i)^k}{2} [\lambda_+ (a + (-1)^k a^\dagger) + \lambda_- (b + (-1)^k b^\dagger)]. \quad (2.20)$$

donde $a = A_+ e^{i\alpha_+ t}$, $b = A_- e^{i\alpha_- t}$ y $\lambda_\pm = \theta + \frac{\alpha_\pm}{\omega}$.

Finalmente, a partir de las relaciones de conmutación deformadas (2.6,2.7), es posible encontrar la relación de conmutación para los operadores $A_\pm$, mediante una redefinición de estos operadores. En efecto, en terminos de operadores de creación y aniquilación modificados tenemos

$$[\tilde{A}_+, \tilde{A}_-] = [\tilde{A}_+, \tilde{A}_-^\dagger] = 0 \quad (2.21)$$

$$[\tilde{A}_+, \tilde{A}_+^\dagger] = [\tilde{A}_-, \tilde{A}_-^\dagger] = 1, \quad (2.22)$$

donde

$$\tilde{A}_+ = \left(\frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2(1 + \theta\lambda_-)} \right)^{1/2} A_+^\dagger \quad \tilde{A}_- = \left(\frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2(1 + \theta\lambda_+)} \right)^{1/2} A_- \quad (2.23)$$

Por tanto las funciones $\tilde{A}_\pm$ juegan el rol de operadores de creación y aniquilación en analogía con el oscilador armónico conmutativo. Sin embargo la diferencia con el caso conmutativo aparece cuando escribimos el Hamiltoniano en términos de éstos operadores.

El Hamiltoniano queda expresado como

$$H = \Omega_+ (\tilde{A}_+ \tilde{A}_+^\dagger + 1/2) + \Omega_- (\tilde{A}_- \tilde{A}_-^\dagger + 1/2). \quad (2.24)$$

Con $\Omega_\pm = \sqrt{\left(\frac{\theta-B}{2}\right)^2 + 1} \pm \left(\frac{\theta+B}{2}\right)$

Por tanto el sistema no conmutativo es equivalente a dos osciladores armónicos cuánticos con frecuencias diferentes $\Omega_\pm$.

A partir de los resultados de este sistema hay cabida para un exhaustivo análisis, el cual no seguiremos detallando aquí, pues ya hemos encontrado la solución que nos interesa y podemos volver a los campos no conmutativos.

Construcción del campo no conmutativo

En el caso estándar los campos cuantizados están contruidos mediante una superposición de osciladores armónicos cuánticos con frecuencias $\omega(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, uno para cada valor del momento $\mathbf{p}$.

Abajo construiremos el campo no conmutativo a partir de la solución para el problema cuántico mostrado anteriormente, considerando un oscilador por cada valor del momento $\mathbf{p}$ de frecuencia $\omega(\mathbf{p}) = \sqrt{\lambda \mathbf{p}^2 + m^2}$, donde λ es un parámetro que distingue los diferentes valores de momento, ya que como vimos los osciladores no tienen la misma frecuencia.

Por tanto la teoría quedará descrita al proporcionar el Hamiltoniano (canónico de la teoría conmutativa) para el campo escalar

$$\mathcal{H} = \Pi^\dagger \Pi + \nabla \Phi^\dagger \nabla \Phi + m^2 \Phi^\dagger \Phi, \quad (2.25)$$

más las relaciones de conmutación deformadas para los campos

$$[\Phi(\mathbf{x}), \Phi^\dagger(\mathbf{y})] = \theta \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.26)$$

$$[\Pi(\mathbf{x}), \Pi^\dagger(\mathbf{y})] = B \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (2.27)$$

$$[\Phi(\mathbf{x}), \Pi(\mathbf{y})] = \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (2.28)$$

Al igual que en el caso de mecánica cuántica, θ y B parametrizan la no-conmutatividad y en este caso tienen las unidades de energía⁻¹ y energía, respectivamente.

Los campos Φ y Π están descritos por la superposición lineal

$$\Phi(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{\omega(\mathbf{p})}} [\eta \epsilon_1 a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \epsilon_2 b_{\mathbf{p}}^\dagger e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}}], \quad (2.29)$$

$$\Pi(\mathbf{x}) = i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sqrt{\omega(\mathbf{p})} [-\epsilon_1 a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \eta \epsilon_2 b_{\mathbf{p}}^\dagger e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}}]. \quad (2.30)$$

Los coeficientes η y ϵ_i aparecen cuando uno considera una superposición lineal. Estos coeficientes dependen de λ_+ y θ y están detallados en la referencia [4].

Los operadores a y b satisfacen el álgebra canónica del oscilador

$$\left[a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^\dagger \right] = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \quad \left[b_{\mathbf{p}}, b_{\mathbf{p}'}^\dagger \right] = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (2.31)$$

y están en correspondencia con $\tilde{A}_\pm$.

Volviendo a la expresión para la densidad Hamiltoniana, ecuación (2.25), podemos escribirla en términos de los campos no conmutativos. Obtenemos

$$\mathcal{H} = E_+(\mathbf{p}) \left(a_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}^\dagger + \frac{1}{2} \right) + E_-(\mathbf{p}) \left(b_{\mathbf{p}} b_{\mathbf{p}}^\dagger + \frac{1}{2} \right), \quad (2.32)$$

con energías

$$E_\pm(\mathbf{p}) = \sqrt{\omega(\mathbf{p}) + \frac{1}{4} (B - \theta\omega^2(\mathbf{p}))^2} \pm \frac{1}{2} (B + \theta\omega^2(\mathbf{p})) \quad (2.33)$$

La teoría no conmutativa de un campo escalar es una teoría con dos tipos de partículas, con diferentes relaciones de dispersión. Esta asimetría puede interpretarse como una asimetría partícula-antipartícula. Las consecuencias fenomenológicas han sido analizadas en [4, 16]

2.1.3. Propiedades de la teoría de campos no conmutativos

El campo escalar libre no conmutativo se definió mediante las relaciones de conmutación (2.3, 2.4) y el Hamiltoniano canónico

$$H = \int d^3\mathbf{x} \mathcal{H}(\mathbf{x}), \quad (2.34)$$

$$\mathcal{H}(x) = \Pi^\dagger(\mathbf{x})\Pi(\mathbf{x}) + \nabla\Phi^\dagger(\mathbf{x})\nabla\Phi(\mathbf{x}) + \mathbf{m}^2\Phi^\dagger(\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x}). \quad (2.35)$$

La implementación de la no conmutatividad del campo tiene las siguientes propiedades:

- Se recupera RQFT al considerar los límites $\theta \rightarrow 0$, $B \rightarrow 0$. La cuantización se obtiene, al igual que en el caso estándar, a partir del Hamiltoniano clásico invariante relativista junto con las relaciones de conmutación (2.3, 2.4). Esto es lo que entendemos por una teoría de un campo no conmutativo.

- La densidad Hamiltoniana expresada en (2.35) está constituida por campos los cuales conmutan en diferentes puntos del espacio, y por tanto satisface

$$[\mathcal{H}(\mathbf{x}), \mathcal{H}(\mathbf{x}')] = 0 \quad \text{para } \mathbf{x} \neq \mathbf{x}'. \quad (2.36)$$

Esta propiedad es esencial en QFT para garantizar que la matriz S sea invariante de Lorentz (es decir, que realmente el proceso asociado corresponda a un proceso físico). Específicamente, se requiere que la teoría cuántica de campos (en el caso invariante de Lorentz) satisfaga

$$[\mathcal{H}(x), \mathcal{H}(x')] = 0 \quad \text{para } (x - x')^2 \geq 0, \quad (2.37)$$

lo cual es equivalente a (2.36) en una teoría invariante relativista. Sin embargo, una vez que se perdió la invariancia de Lorentz las dos condiciones no son equivalentes. En efecto, en una teoría cuántica de campos no-conmutativos como la que hemos expuesto aquí, el Hamiltoniano satisface la ecuación (2.36), pero no así (2.37). En cualquier caso, la preservación de la propiedad (2.36) es siempre bienvenida ya que permite hablar de manera consistente acerca del concepto de densidad hamiltoniana. Sin esta condición, la energía de un sistema finito y cerrado podría depender de la energía de otro sistema alejado.

- El mantener la propiedad (2.36) requiere necesariamente de la introducción de dos campos reales como la única manera de implementar la no-conmutatividad en el espacio de los campos. Esto lleva a que la teoría incorpore dos tipos de partículas con energías diferentes, correspondientes a partícula y antipartícula en el límite $\theta \rightarrow 0$ y $B \rightarrow 0$. Es decir, en el cuadro no conmutativo partícula y antipartícula no tienen energías degeneradas. En este sentido la teoría incorpora de manera natural asimetría materia-antimateria.
- Una de las propiedades esenciales de una teoría de campos es el principio de descomposición de clúster: experimentos que estén separados considerablemente uno de otro deben entregar resultados no correlacionados. Un teorema general establece que la matriz S satisface este requerimiento fundamental si el Hamiltoniano puede expresarse como la suma de productos de operadores de creación y aniquilación con

adecuados coeficientes no singulares [17]. Este teorema garantiza que la propiedad de clúster es válida aún en la extensión no conmutativa de la teoría de campos.

2.1.4. Modelo Estándar Extendido

El Modelo Estándar Extendido (SME) desarrollado en [7] considera la posibilidad que la nueva física involucre una violación de las simetrías de Lorentz y *CPT*. Como se expuso anteriormente este y otros modelos están basados en el rompimiento espontáneo de simetría de Lorentz que puede ocurrir en el contexto de teorías de cuerdas con dinámica covariante de Lorentz.

En este modelo se desarrolló un marco para tratar los efectos de este rompimiento espontáneo de simetría en el escenario de una teoría efectiva de baja energía.

El Lagrangiano del SME consiste los términos usuales del modelo estándar (SM) agregando todos los posibles términos que puedan construirse con campos del SM y que introduzcan violación de la simetrías Lorentz o *CPT*. Los términos adicionales tienen la forma de operadores que violan la simetría de Lorentz, y están acoplados a coeficientes con índices de Lorentz. El modelo preserva la simetría $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ tal como el SM.

Es posible mostrar que para ciertas elecciones la teoría de campos no conmutativa expuesta en la sección anterior se reduce a cierto sector descrito por el SME, aún cuando ellas fueron formuladas desde diferentes puntos de vista.

Expondremos el sector de leptones y fotones del SME, ya que éstos nos servirán de referencia para nuestro estudio posterior de oscilación de neutrinos y anomalía quiral.

Designaremos los campos leptónicos por $l_A = (e, \mu, \tau)$, con A índice de sabor y a los neutrinos por ν_A , tal que el multiplete leptónico está dado por

$$L_A = \begin{pmatrix} \nu_A \\ l_A \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

y el singlete compuesto por el campo derecho de los leptones $R_A = (l_A)_R$.

Luego el término leptónico *CPT* impar está dado por

$$\mathcal{L}_{lepton}^{CPT-impar} = -(a_l)_{\mu AB} \bar{l}_A \gamma^\mu l_B - (b_l)_{\mu AB} \bar{l}_A \gamma_5 \gamma^\mu l_B, \quad (2.39)$$

y el término CPT par

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lepton}^{CPT-par} = & -\frac{1}{2}(H_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \sigma^{\mu\nu} l_B + \frac{i}{2}(c_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \gamma^\mu D^\nu l_B + \\ & \frac{i}{2}(d_l)_{\mu\nu AB} \bar{l}_A \gamma_5 \gamma^\mu D^\nu l_B, \end{aligned} \quad (2.40)$$

con $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$.

Los coeficientes $(a_l)_{\mu\nu AB}$ y $(b_l)_{\mu\nu AB}$ son hermíticos y con dimensiones de masa, los coeficientes $(H_l)_{\mu\nu AB}$ son antisimétricos en los índices de espacio-tiempo y tienen dimensiones de masa, y por último los coeficientes $(c_l)_{\mu\nu AB}$ y $(d_l)_{\mu\nu AB}$ son hermíticos y adimensionales.

En el caso específico del Lagrangiano para el sector de neutrinos que viola Lorentz y CPT es

$$\mathcal{L}_{neutrinos} = \bar{\nu}_A (i\Gamma_{AB}^\mu \partial_\mu - M_{AB}) \nu_B, \quad (2.41)$$

con Γ^μ y M matrices de 4×4 en el espacio de espinores. La matriz Γ contiene una parte que viola sólo la simetría de Lorentz y otra que viola las simetrías de Lorentz y CPT . Esta matriz puede ser descompuesta en la base de las matrices γ de Dirac.

Siguiendo [18] se define la matriz Γ como

$$\Gamma_{AB}^\nu = \gamma^\nu \delta_{AB} + c_{AB}^{\mu\nu} \gamma_\mu + d_{AB}^{\mu\nu} \gamma_5 \gamma_\mu + e_{AB}^\nu + i f_{AB}^\nu \gamma_5 + \frac{1}{2} g_{AB}^{\lambda\mu\nu} \sigma_{\lambda\mu} \quad (2.42)$$

$$M_{AB} = m_{AB} + i m_{5AB} \gamma_5 + a_{AB}^\mu \gamma_\mu + b_{AB}^\mu \gamma_5 \gamma_\mu + \frac{1}{2} H_{AB}^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu}. \quad (2.43)$$

Como vemos la teoría incluye términos de masa para los neutrinos (predicha por los experimentos de oscilación de neutrinos) y además se agregan contribuciones a la masa provenientes de la violación Lorentz- CPT .

Los términos de masa m y m_5 conservan Lorentz y CPT . Los coeficientes c , d y H conservan CPT , pero violan la simetría de Lorentz, mientras que los coeficientes a , b , e , f , g violan tanto Lorentz como CPT . Por hermiticidad

de la teoría todos los coeficientes son hermíticos.

Para el sector de fotones tenemos el Lagrangiano del SME está dado por

$$\mathcal{L}_{fotones} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}(K_F)_{\kappa\lambda\mu\nu}F^{\kappa\lambda}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(K_{AF})^\kappa \epsilon_{\kappa\lambda\mu\nu}A^\lambda F^{\mu\nu}. \quad (2.44)$$

El coeficiente $(K_F)_{\kappa\lambda\mu\nu}$ es real y adimensional, este término preserva la simetría CPT , mientras que el coeficiente $(K_{AF})^\kappa$ es real y tiene dimensiones de masa, el término asociado a este coeficiente viola las simetrías de Lorentz y CPT .

Actualmente se han desarrollado varios trabajos basados en este modelo, por ejemplo: oscilación de mesones neutros, test comparativos de electrodinámica cuántica en trampas de Penning, medición de birrefringencia cosmológica y observación de asimetría bariónica [19].

Sin embargo, aparentemente el modelo tiene la debilidad de poseer muchos parámetros de “deformación”, por lo que una vez que se identifica el problema debemos comenzar a descartar términos a partir de las condiciones experimentales.

3. OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

3.1. *Introducción*

La física de neutrinos es un tema apasionante y en el cual aún permanecen problemas fundamentales que parecen estar todavía lejos de ser resueltos. Entre estos problemas aún no se dilucida el problemas de la masas ni el origen de estas (i.e. si sus masas son de Dirac o Majorana) ni tampoco se tiene un mecanismo definitivo de oscilación (al menos fuera de mecánica).

Históricamente el neutrino fue introducido artificialmente por Pauli en 1930 como una forma de salvar la conservación de energía y de momentum angular en el decaimiento- β y a partir de esta predicción comenzó a jugar un rol crucial en muchos procesos físicos. Durante casi treinta años el neutrino vivió como una partícula teórica y no fue hasta el año 1956 en que Cowan, Reines, Harrison, Kruse y McGuire lo descubrieron en el laboratorio [20]. El descubrimiento de Cowan et. al. del neutrino electrónico solo fue el punto de partida para otros descubrimientos de otras especies de neutrinos.

En efecto en 1962 Lederman et al [21] descubrieron el neutrino muónico y varios años mas tarde –en el verano del 2000– el grupo DONUT, en colaboración con Fermilab [22] anunciaron el descubrimiento del neutrino τ .

La historia de las diferentes especies de neutrinos es muy interesante y a nosotros solo nos basta decir que los descubrimientos de estas tres especies de neutrinos esta en completo acuerdo con la hipótesis del número de familias de leptones, a saber, ya que hay tres leptones (el electrón, el muón y el τ) deben haber tres clases neutrinos cada una asociada a cada leptón.

Esta última idea esta íntimamente relacionada al modelo electrodébil propuesto a fines de los años 60 por Glashow, Weinberg y Salam [23, 24, 25]. El modelo electrodébil –más conocido ahora como modelos estandar– significó un impresionante paso en la unificación de la física ya que por primera vez –al menos al nivel de física de partículas– se predicen procesos físicos completamente nuevos.

El modelo estándar es un modelo exitoso porque predice la existencia de

los bosones W y Z . Sin embargo, necesita de la existencia del bosón de Higgs como una manera de romper la simetría de gauge para dar masa tanto a Z como a W . El verdadero rol del Higgs todavía está en discusión y se espera que este problema se dilucide en los próximos años cuando se conozcan resultados experimentales del acelerador LHC.

Además de la incerteza del Higgs, actualmente el modelo estándar atraviesa por otros cuestionamientos que parecen indicar la necesidad de incluir nueva física en él para describir correctamente los experimentos modernos, los cuales cada vez alcanzan mayor sensibilidad, precisión y por sobre todo se ha logrado aumentar la escala de energía en las mediciones. Una de estas sutilezas involucra al neutrino.

Originalmente el neutrino se introduce en el modelo estándar como un fermión de spin $1/2$, sin masa y por tanto con quiralidad izquierda. Esto último basado puramente en observaciones experimentales, ya que nunca se ha observado un proceso en el cual participe un neutrino derecho.

Los primeros indicios de problemas respecto a la masa del neutrino aparecieron a principios de los años 60, en un experimento realizado por R. Davis [26], el cual reportó un déficit del flujo de neutrinos provenientes del sol respecto del predicho teóricamente por el modelo estándar del sol (SSM). Para verificar este hecho se hizo una revisión del SSM y además se llevaron a cabo los experimentos SAGE [28] y GALLEX [27]. Finalmente se llegó a la conclusión que el flujo de neutrinos electrónicos provenientes del sol era tan sólo un tercio del esperado. Este hecho se hizo conocido como “el puzzle de neutrinos solares”.

Desde entonces se comenzó a diseñar nuevos experimentos neutrinos dedicados a detectar oscilaciones de neutrinos, ya que era imprescindible saber si este fenómeno se producía para las familias, muónica y tau. Para ello en el año 1983 comenzó a operar en Japón el experimento KAMIOKANDE [29], el cual esperaba detectar los neutrinos provenientes de la atmósfera. Estos neutrinos son mayoritariamente muónicos.

Para sorpresa de la comunidad también en este experimento se detectó un déficit de neutrinos (muónicos). Con el fin de mejorar el experimento en el año 1998 comenzó sus mediciones SUPER-KAMIOKANDE (SK) [30], confirmando los resultados obtenidos anteriormente, y, gracias a la sensibilidad de

estos experimentos, fue posible saber que la falta de neutrinos muónicos se traducía en un aumento del flujo de neutrinos electrónicos, el cual era más alto de lo esperado. Parecía entonces existir un proceso que intercambiaba al neutrino μ inicial en uno e .

Estos experimentos revivieron la idea desarrollada por Bruno Pontecorvo [31, 32] en la década de los 60, el cual proponía que al admitir una pequeña masa para el neutrinos era posible que se produjese una ‘Oscilación de Neutrinos’, es decir el intercambio de una especie de neutrino a otra.

Desde entonces se ha llevado a cabo un exhaustivo trabajo teórico para dar cuenta de la masa de los neutrinos en el SM, ya que ello implica una reformulación del modelo para nada sencilla, debido a que la manera de otorgar masa a las partículas en el SM es mediante el mecanismo de Higgs, sin embargo ello implica incluir al neutrino como un doblete de SU(2), y por tanto, también generar una masa para el neutrino derecho, el cual hasta ahora nunca ha sido observado en la naturaleza.

La propuesta de nuestra investigación en este tema es dar cuenta de un modelo efectivo en el cual no necesita incluir una masa en el lagrangiano del neutrino para obtener el fenómeno de oscilación, sino que este efecto podría aparecer de manera natural al admitir una violación de la invariancia de Lorentz en el proceso. Así, es posible ver el fenómeno de oscilación como un test de la simetría de Lorentz [33].

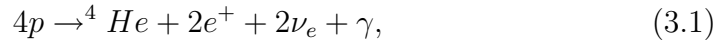
Por otro lado un hecho no trivial es la posible oscilacion de neutrinos provenientes de rayos cósmicos a energías ultra- altas. En esta clase de procesos los neutrinos también podrían oscilar y tal oscilación no puede estar asociada sólo a masas de neutrinos.

3.2. Experimentos con Neutrinos

En esta sección presentaremos una revisión general de los principales experimentos consagrados a la detección de oscilación de neutrinos y su metodología, así como experimentos que se esperan a futuro. Esta revisión no aspira a describir aspectos técnicos, sino más bien generales. El lector interesado en conocer mayores detalles puede acudir a excelentes artículos de revisión dados en la sección de referencias.

3.2.1. Neutrinos Solares

Los neutrinos solares son neutrinos electrónicos (ν_e) producidos por las reacciones termonucleares que generan la energía solar. Estas reacciones ocurren en dos cadenas principales: la cadena pp y el ciclo CNO. Ambas cadenas tienen respectivas reacciones en las cuales se producen ν_e ; ambas convergen en la fusión de protones en ${}^4\text{He}$



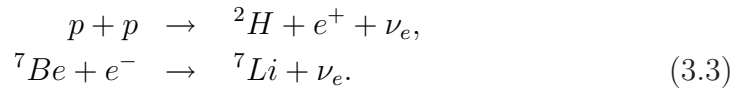
la energía liberada en la reacción es mayormente radiada por los fotones, y sólo una pequeña fracción, $\langle E_{2\nu} \rangle = 0,59\text{MeV}$, es portada por los neutrinos. Por tanto es necesario tener un modelo teórico detallado del sol (SSM: Standard Solar Model) para calcular el flujo final de neutrinos y su espectro. Actualmente existen varios modelos teóricos sobre la evolución del sol, uno de los más utilizados es el de J. Bahcall y Serenelli [34], al que corresponden los datos de esta tesis.

Experimentos de Cloro: Homestake

El primer experimento que midió el flujo de neutrinos provenientes del sol fue realizado por Davis, Harmer and Hoffman, en el año 1968 [26]. En la mina Homestake, en Dakota del sur, instalaron un detector de aproximadamente 615 Tons de C_2Cl_4 , la captura del neutrino se realiza a través de la reacción



El umbral de energía de esta reacción es de 0.814 MeV, por tanto los flujos relevantes de neutrinos provienen de las cadenas de fusión



Según el SSM, se espera que del total de eventos, 78 % corresponda a neutrinos tipo ${}^8\text{B}$ y 13 % a neutrinos ${}^7\text{Be}$. El argón (${}^{37}\text{Ar}$) producido radioquímicamente se extrae cada tres meses, aproximadamente, y finalmente se mide el número de decaimientos del ${}^{37}\text{Ar}$.

Luego de veinte años de medición se obtuvo que el flujo de neutrinos electrónicos provenientes del sol es [35]

$$R = 2,56 \pm 0,16 SNU, \quad (3.4)$$

donde $1 \text{ SNU} = 10^{-36} \text{captura/atomo/sec.}$

El cuociente entre el resultado de Homestake y la predicción del SSM es

$$\frac{R_H}{R_{SSM}} = 0,30 \pm 0,03. \quad (3.5)$$

Experimentos de Galio: GALLEX/GNO - SAGE

Entre los años 1990-1991 comenzaron a operar dos nuevos experimentos basados en un blanco de ^{71}Ga .

El detector SAGE [28] se encuentra en Baksan, Kabardino-Balkaria, Rusia con 57 toneladas de líquido Ga metálico. El detector GALLEX [27] está localizado en Gran Sasso, Italia y consiste de 30 toneladas de $\text{GaCl}_3 - \text{HCl}$.

Los neutrinos son capturados mediante la reacción:



Las propiedades de este blanco son la baja energía umbral ($0,233 \text{ MeV}$) y que agranda la sección transversal para los neutrinos menos energéticos de las cadenas pp. La extracción del ^{71}Ge se realiza cada 3-4 semanas donde se mide el numero de decaimientos ^{71}Ge . El experimento GALLEX se terminó en el invierno de 1997 y su sucesor, GNO comenzó la toma de datos en la primavera de 1998 y finalizó en abril del año 2003.

El promedio de eventos medido por SAGE y GALLEX-GNO es de [36]

$$R_{S+GA+GNO} = 68,1 \pm 3,75 SNU. \quad (3.7)$$

El cuociente entre el resultado de estos experimentos y la predicción del SSM es

$$\frac{R_{S+GA+GNO}}{R_{SSM}} = 0,52 \pm 0,03. \quad (3.8)$$

Experimentos a base de agua de Cerenkov: Kamiokande y Super-Kamiokande

Kamiokande [29] y su sucesor SuperKamiokande (SK) [30] en Japón son detectores de agua Cerenkov, capaces de detectar en tiempo real electrones

escatereados por el agua mediante interacción elástica con los neutrinos solares. El electron dispersado produce luz de Cerenkov la cual es detectada por fotomultiplicadores que rodean a una piscina de agua pesada. Aparte de que este experimento es en tiempo real, tiene la ventaja de ser sensible tanto a neutrinos electrónicos como muónicos.

Kamiokande comenzó a tomar datos en 1987, con 2140 Toneladas de agua y fue terminado en 1995. SK comenzó en 1996, con 45000 toneladas de agua (22500 se usan en experimentos de neutrinos solares). La energía umbral de Kamiokande era de 7.5 MeV, y de SK de 6.5 MeV, por lo que estos experimentos son sólo sensibles a una reacción específica producida en el sol (neutrinos 8B).

El flujo medido por Kamiokande y SK de neutrinos 8B es

$$\Phi_K = (2,80 \pm 0,19 \pm 0,33) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}, \quad (3.9)$$

$$\Phi_{SK} = (2,35 \pm 0,02 \pm 0,08) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}, \quad (3.10)$$

y el cuociente entre la medicion de SK y el valor esperado del SSM es

$$\frac{\Phi_{SK}}{\Phi_{SSM}} = 0,413 \pm 0,014. \quad (3.11)$$

Experimento SNO

El Observatorio de Neutrinos de Sudbury (SNO) comenzó a tomar datos en Noviembre de 1999 [37, 38, 39]. El detector consiste de una gran esfera rodeada por fotomultiplicadores; contiene alrededor de 1000 toneladas de agua pesada (D_2O) y se encuentra en la mina Creighton, al sur de Canadá. El experimento fue diseñado para dar una mirada independiente a los modelos sobre las posibles explicaciones del déficit de neutrinos solares detectado. Para ello el experimento se diseñó tal que sea sensible a los tres sabores de neutrinos. Dicha sensibilidad se logra gracias a que los neutrinos interactúan con el D_2O mediante tres reacciones diferentes. Neutrinos electrónicos pueden interactuar via interacción CC (current-current) $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ con una energía de umbral de unos pocos MeV. Todos los neutrinos activos, es decir, ν_e , ν_μ , ν_τ interactúan via reacción NC (neutral-current) $\nu_a + d \rightarrow n + p + \nu_a$, con una energía umbral de 2.25 MeV.

Hay tres aspectos que hacen relevantes a los experimentos Kamiokande, SK y SNO : primero, son experimentos en tiempo real. Por lo tanto cada

evento se registra separadamente. Segundo, es posible correlacionar la dirección del neutrino con la posición del sol, y en tercer lugar, la cantidad de luz Cerenkov producida permite medir la energía.

En vista de estos resultados, se estableció el llamado “puzzle de neutrinos solares” en el que básicamente se reconocen dos hechos

- Los resultados experimentales están todos por debajo de lo predicho por el SSM.
- El déficit observado es diferente en cada experimento, lo que puede significar que el fenómeno sea dependiente de la energía.

El mecanismo de oscilación más simple a considerar es transiciones ν_e a ν_μ y/o ν_τ .

La oscilación de neutrinos solares ha sido tratada mayoritariamente en el caso de mezcla de dos neutrinos. Revisaremos algunos de los resultados aceptados para este fenómeno.

El déficit de neutrinos solares puede ser explicado en términos de mezcla de dos generaciones mediante oscilación en el vacío o transiciones resonantes en materia, a través del efecto MSW [40, 41]¹. Además, las oscilaciones pueden producirse por el cambio de un neutrino electrónico a cualquier otro sabor (ν_μ, ν_τ), ya que el experimento es de desaparición y por tanto es sensible solo al sabor del neutrino electrónico que llega al detector.

Analizando los datos de los experimentos de cloro, GALLEX, SAGE y SK puede estimarse [42] las mejores zonas permitidas para oscilaciones en vacío y oscilaciones en materia (MSW) en función de los parámetros de mezcla $\sin^2 2\theta$, Δm_{sol}^2 .

La figura (3.1) se muestran las tres regiones permitidas en el caso de oscilaciones MSW, tanto $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ o $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$.

En la región de ángulo pequeño (SMA: small mixing angle) tenemos

$$\Delta m_{sol}^2 \simeq 5 \times 10^{-6} \text{eV}^2, \quad \sin^2 2\theta \simeq 6 \times 10^{-3}, \quad (3.12)$$

y la región de ángulo grande (LMA: large mixing angle),

¹ MSW en reconocimiento los autores de los trabajos que ayudaron a entender la oscilación en materia: A. Smirnov- S. Mikheyev (1986) e independientemente por L. Wolfenstein (1978).

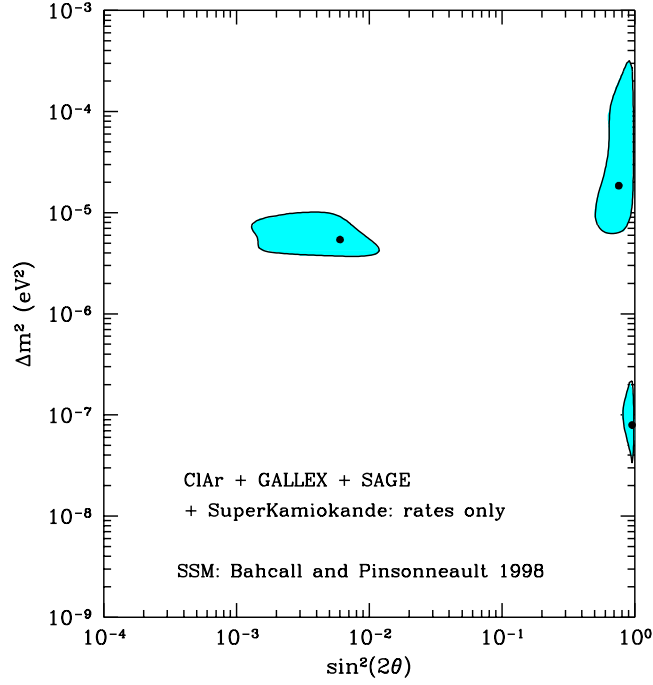


Fig. 3.1: Soluciones de MSW para transiciones $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ o $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$. Las regiones ensombrecidas están permitidas con un 99 % CL. El punto señala el mejor fit en cada región permitida. Gráfico extraído de ref. [42]

$$\Delta m_{sol}^2 \simeq 2 \times 10^{-5} \text{eV}^2, \quad \sin^2 2\theta \simeq 0,76. \quad (3.13)$$

De estas dos regiones la que tiene mejor nivel de confianza es SMA, con un 19 % CL, mientras que la región LMA tiene un 4 % CL .

Para oscilaciones en el vacío tenemos que las regiones $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ permitidas para el caso $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ o $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ se muestran en la figura (3.2), estas regiones se extienden en grandes rangos del plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$, el mejor fit se produce para

$$\Delta m_{sol}^2 \simeq 8 \times 10^{-11} \text{eV}^2, \quad \sin^2 2\theta \simeq 0,75. \quad (3.14)$$

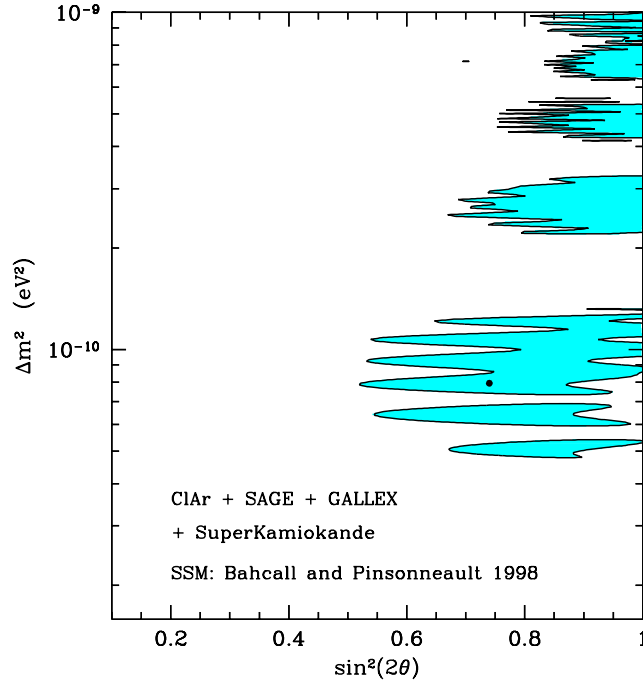


Fig. 3.2: Soluciones de vacío para transiciones $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ o $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$. Las regiones ensombrecidas están permitidas con un 99 % CL. El punto señala el mejor fit en cada región permitida. Gráfico extraído de ref. [42]

3.2.2. Neutrinos Atmosféricos

Los Neutrinos atmosféricos son producidos en cascadas iniciadas por colisiones de rayos cósmicos con la atmósfera de la tierra. Algunos mesones, mayoritariamente piones y algunos kaones decaen en neutrinos electrónicos, muónicos y anti-neutrinos. El flujo de neutrinos proveniente de la interacción de los rayos cósmicos con la atmosfera tiene una incerteza de alrededor de 20 %, pero de lo que si se tiene mayor confianza (incerteza del 5 %) es el cociente entre el flujo de neutrino de distinto sabor. Los neutrinos electrónicos son mayoritariamente producidos por la cadena $\pi \rightarrow \mu \nu_\mu$ y luego el muón

decae $\mu \rightarrow e\nu_\mu\nu_e$, por lo que ingenuamente se espera un cuociente $\nu_\mu/\nu_e = 2 : 1$. Claramente esta es sólo una estimación y varía según la energía de los eventos, lo que produciría que los muones no decayesen y pudieran ser detectados en tierra.

Existen diversos métodos de detectar los neutrinos, los que proporcionan diferente información acerca de su procedencia.

En 1960 se observó por primera vez neutrinos atmosféricos, en el experimento bajo tierra en Sud Africa (Reines et al, 1965 [43]) y en el Kolar Gold Field en India [44]; los resultados observados mostraron que a pesar que el total de flujo no era el predicho teóricamente, el efecto no era de significancia estadística.

Fueron propuestos y construidos un conjunto de nuevos experimentos entre la década de los 70' y 80's. Se emplearon dos técnicas de detección diferentes: detectores de agua Cerenkov y calorímetros de metal; ambas técnicas permiten clasificar los eventos por sabor.

En los cálculos de flujos atmosféricos, los flujos absolutos de neutrinos producidos por interacciones de los rayos cósmicos con la atmósfera pueden variar en un 20 %, mientras que los cuocientes de los neutrinos de diferente sabor se espera que su variación sea menor al 5 % [45, 46, 47, 48, 49]. Por esta razón la mayoría de los experimentos de neutrinos atmosféricos presenta sus resultados en términos de los cuocientes de sabor entre los eventos experimentales y el valor teórico esperado $R_{\mu/e}/R_{\mu/e}^T$.

Los dos experimentos de calorímetros de metal más antiguos, Fréjus [50] y NUSEX [51] encontraron flujos de neutrinos atmosféricos en concordancia con las predicciones teóricas.

Por otro lado, los detectores de agua de Cerenkov, IMB [52] y Kamiokande, detectaron un cuociente

$$\frac{R_{\mu/e}}{R_{\mu/e}^T} \sim 0,6 \quad (3.15)$$

El grupo Kamiokande dividió sus datos según escalas de energía, eventos sub-GeV y multi-GeV. Ambas clases mostraron el mismo déficit [53]. Este déficit se conoce como anomalía de neutrinos atmosféricos; el hecho que sólo esté presente en los experimentos de agua de Cerenkov puso las cosas más oscuras, dejando a entrever la posibilidad de errores sistemáticos.

Kamiokande reportó que el déficit de neutrinos multi-GeV tenía una dependencia cenital angular. El ángulo cenital, parametrizado en términos de

$\cos \theta$ mide la dirección del lepton cargado reconstruido con respecto al vertical del detector.

Los resultados parecen indicar que el déficit es debido mayormente a neutrinos que viajan por debajo del horizonte del detector. La distribución sugiere que el déficit se incrementa con la distancia de viaje del neutrino (distancia entre la producción del neutrino hasta el punto de interacción).

A partir de 1995 se ha aportado mucho a la anomalía de neutrinos atmosféricos. Super- Kamiokande [54] proporcionó gran precisión y una abundante estadística, y ha recibido confirmación de los detectores a base de calorímetros de hierro Soudan2 [55] y MACRO [56], desterrando la sugerencia que la anomalía era sólo producto de un error sistemático en los detectores de agua de Cerenkov.

A partir de los resultados de SK se extraen las siguientes conclusiones:

- las distribuciones de ν_e están bien descritas por las distribuciones esperadas, mientras que las distribuciones de ν_μ presentan un déficit. Esto indica que el fenómeno es producto la desaparición de neutrinos muónicos y no por la aparición de neutrinos electrónicos (posible oscilación $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$).
- La desaparición de eventos ν_μ es mas fuerte para mayores $\cos \theta$, lo que implica que el déficit crece con la distancia recorrida por el neutrino. También se ha mostrado que a medida que la energía del neutrino crece es menos probable que desaparezca.

3.2.3. Neutrinos en reactores, experimentos LSND y MiniBooNE

El único reporte positivo de oscilación en un reactor de corto baseline lo ha realizado el Detector de Neutrinos de Centellador Líquido (LSND) en los Alamos [57]. Su flujo de neutrinos primarios viene del decaimiento de π^+ , producidos por el choque del haz de protones de 800 MeV con un blanco de agua, luego se producen piones cargados π^+ , los cuales son detenidos en otro blanco, decayendo en muones, éstos a su vez decaen en reposo en neutrinos. Este experimento permite investigar la oscilación $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$

$$\begin{array}{ccc} \pi^+ \rightarrow & \mu^+ & + \nu_\mu \\ & \downarrow & \\ & e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e & \end{array} \quad (3.16)$$

El experimento observó un exceso de $\bar{\nu}_e$ respecto al valor esperado, consistente con oscilaciones $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$. Según sus últimos reportes el exceso corresponde a $87,9 \pm 22,4 \pm 6$ eventos, lo que traducido a probabilidad corresponde a $(2,64 \pm 0,67 \pm 0,45) \times 10^{-3}$.

La región de parámetros favorecida por LSND ha sido testeada recientemente por otros experimentos de reactores, como KARMEN [58] y Mini-BooNE [59].

El experimento KARMEN se llevó a cabo en la fábrica de neutrones del Laboratorio Rutherford Appleton. Ellos encontraron que el número de eventos registrados está en concordancia con el background esperado. La curva final de datos se realizó con el set up experimental completo del experimento, denominado KARMEN2 en el espacio de parámetros de 2 neutrinos. La figura (3.3) muestra los resultados de LSND y KARMEN2. Para Δm^2 los resultados de KARMEN2 excluyen la región favorecida por LSND; para Δm^2 pequeños existe región permitida entre ambos, pero este sector se encuentra muy acotado por otros experimentos (Bugey, CHOOZ).

En [60] se realizó un análisis estadístico con los resultados de LSND y KARMEN. A un nivel de confianza de 36 % no se encontró regiones compatibles entre ambos experimentos. Para la confianza restante, 64 % se encontró dos regiones de compatibles entre LSND y KARMEN, estas son para $\Delta m^2 \approx 7eV^2$ y $\Delta m < 1eV^2$.

El experimento MiniBooNE se desarrolló especialmente para dilucidar los conflictos entre KARMEN y LSND. Actualmente se lleva a cabo en Fermilab y busca oscilaciones $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$.

El detector consiste en una esfera de 12,2m de diámetro llena de 800 ton de aceite mineral puro.

En sus resultados de Abril de 2007 MiniBooNE [59] reportó un exceso de eventos para energías menores a 475 MeV, mientras que para $E > 475$ MeV no se reportaron eventos por sobre el background.

MiniBooNE afirma que sus datos para $E < 475$ MeV no son explicables para un sistema de oscilación entre sólo dos neutrinos (oscilación 2ν), por tanto realizó su análisis con los datos correspondientes a $E > 475$ MeV, por tanto que obtienen una probabilidad de 93 % de no oscilación. Además realizaron un análisis conjunto del LSND y MiniBooNE, el cual excluye la oscilación 2ν como explicación para LSND con un nivel de confianza de 98 %.

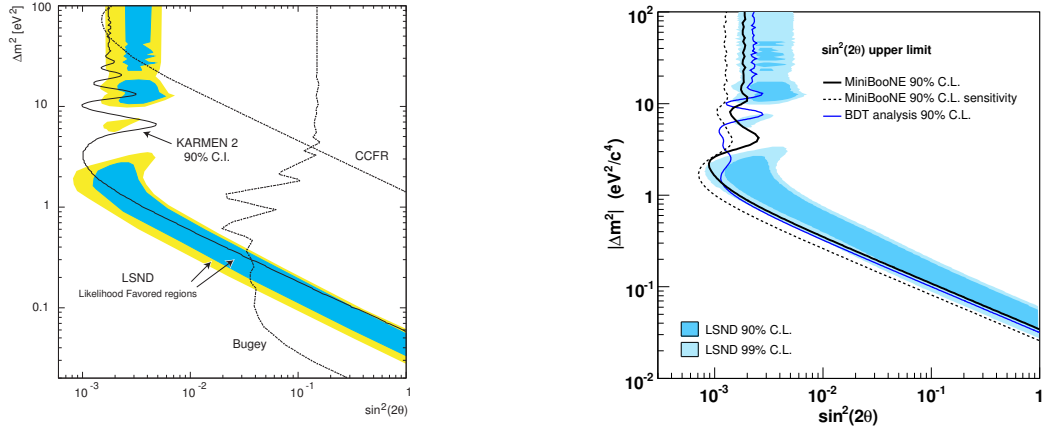


Fig. 3.3: (A la izquierda) Regiones permitidas (con 90 % y 99 % CL) para oscilaciones $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ del experimento LSND, comparadas con las regiones de exclusión (con un 90 % CL) de KARMEN2 y otros experimentos (extraído de Ref. [58]). (A la derecha) Regiones excluidas del experimento MiniBooNE para la oscilación $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ comparadas con las regiones permitidas del LSND. (extraído de Ref. [59]).

3.2.4. El puzzle de neutrinos

Uno de los problemas que aún persiste con los neutrinos es como conciliar los resultados de experimentos solares, atmosféricos y LSND (ya que aún MiniBooNE no ha descartado sus resultados).

Ya que en los experimentos de oscilación sólo es posible testear diferencias de masa, encontramos que con el experimento de neutrinos solares y atmosféricos, las diferencias de masas

$$\Delta m_{12}^2, \quad \Delta m_{23}^2 \quad (3.17)$$

son conocidas, y por ende es posible conocer la diferencia de masa restante

$$\Delta m_{13}^2 = \Delta m_{12}^2 + \Delta m_{23}^2 \quad (3.18)$$

donde hemos considerado $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$.

3.3. Oscilación de Neutrinos masivos: Teoría

En la presente sección revisaremos algunas propiedades del neutrino y la teoría detrás de la oscilación de neutrinos.

Para análisis más exhaustivos se recomiendan excelentes trabajos de revisión como: [61, 62, 64, 63]

3.3.1. Propiedades del neutrino

El campo del neutrino libre es un objeto de cuatro componentes, que satisface la ecuación de Dirac

$$\mathcal{L}(x) = (i\gamma^\alpha \partial_\alpha - m) \psi(x) = 0. \quad (3.19)$$

En el modelo estándar los campos izquierdo y derecho se consideran campos fundamentales. Ellos están dados por

$$\psi_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \psi, \quad (3.20)$$

ψ es el campo de Dirac usual y $\psi_{L,R}$ son campos de 2 componentes, denominados fermiones de Weyl. Los fermiones de Weyl son autoestados de la transformación quiral $\psi \rightarrow \gamma_5 \psi$, con autovalor -1 y 1 , respectivamente.

Si la partícula no posee masa los campos de Weyl no interactúan entre sí. En la teoría electrodébil de Fermi el neutrino interactúa con el electrón mediante el acoplo

$$\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L, \quad (3.21)$$

por tanto la interacción débil conserva quiralidad. Por otro lado, al incluir un término de masa se mezclan las chiralidades

$$m \bar{\psi} \psi \Rightarrow m (\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R). \quad (3.22)$$

El término de masa rompe la invariancia quiral de la teoría de interacciones débiles. A un término de masa como el presentado en (3.22) se denomina término de masa de Dirac.

Para los leptones tomamos como campos fundamentales los campos quirales proyectados l_L , y l_R . La letra l corre en e, μ, τ ; denominaremos al neutrino izquierdo por ν_L y el campo ν_R no aparece en la teoría de interacción

de Fermi. Si ν_R existe o no es una incógnita; ya que se desacopla de la teoría. El modelo estándar asume que no existe.

Las interacciones débiles usuales se deben a acoplamientos de quarks y leptones a los bosones de gauge vectoriales W y Z , descrito por los lagrangianos de interacción corriente-cargada (CC) y corriente-neutra (NC),

$$\mathcal{L}_I^{CC}(x) = \frac{-g}{2\sqrt{2}} J_\mu^{CC} W^\mu + h.c. \quad (3.23)$$

$$\mathcal{L}_I^{NC}(x) = \frac{-g}{2 \cos \theta_W} J_\mu^{NC} Z^\mu. \quad (3.24)$$

Donde g es la constante de acoplo $SU(2)_L$, θ_W es el ángulo débil y las corrientes cargadas y neutras están dadas por

$$J_\mu^{CC} = 2 \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_\mu l_L + \dots \quad (3.25)$$

$$J_\mu^{NC} = \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_\mu \nu_{lL} + \dots \quad (3.26)$$

ν_{lL} representa al neutrino de sabor l y el subíndice L indica que tiene quiralidad izquierda, y l representa al lepton cargado de sabor l , con masa m_l . Sólo hemos escrito los términos que involucran al neutrino.

La conjetura del modelo estándar de que ν_R no existe en la naturaleza implica que $m_\nu = 0$, la cual es acertada en la mayoría de los procesos de interacción débil en los que participa el neutrino.

Sin embargo la oscilación del neutrino ya se considera un hecho concreto, lo que implica que los neutrinos necesariamente poseen una masa diferente de cero. Este hecho revivió una propuesta desarrollada por Bruno Pontecorvo en la década del cincuenta, donde propone un modelo en el cual el neutrino tiene una masa pequeña, y gracias a esta propiedad es posible que el neutrino oscile de una especie a otra (en realidad la idea original de Pontecorvo era la oscilación neutrino-antineutrino, pero luego el modelo fue refinado por Gribov y Pontecorvo [65]).

Si el neutrino tiene masa se abren un gran número de preguntas referente a las propiedades del neutrino.

- Es el neutrino una partícula de Dirac o Majorana?
- Cómo incorporar en el model estándar el proceso de otorgar masa al neutrino?
- Existe el neutrino derecho? Por qué no se observa en los experimentos actuales?

Estas interrogantes corresponden a teorías de elevada complejidad y en desarrollo, esperamos que futuros experimentos permitan dilucidar estas importantes cualidades del neutrino.

A continuación revisaremos algunas propiedades generales del neutrino.

Neutrinos de Dirac y Majorana

En 1937 Majorana [66] propuso un neutrino autoconjugado, es decir $\nu = \bar{\nu}$, excepto por su helicidad, y el cambio de helicidad es provocado por un término de masa que viola la conservación del número leptónico.

Campo de majorana es originalmente un nombre que se da a un campo fermiónico completamente neutro, que puede ser construido a partir de un campo de Dirac imponiendo la condición de “realidad” (Condición de Majorana)

$$\chi^C = \pm \chi, \quad (3.27)$$

esta condición reduce las componentes espinoriales de cuatro a dos.

En contraste también es posible considerar un término de masa de Dirac, el cual conserva el número leptónico total del Lagrangiano y mezcla quiralidades.

Recordemos que en términos de los espinores de Weyl, el lagrangiano de Dirac se escribe como

$$L_D = \bar{\psi} (i\partial\!\!\!/ - m) \psi, \quad (3.28)$$

$$= i (\bar{\psi}_L \partial\!\!\!/ \psi_L + \bar{\psi}_R \partial\!\!\!/ \psi_R) - m (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L), \quad (3.29)$$

donde los espinores de dos componentes, llamados espinores de Weyl están definidos como

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi = \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Con ψ el espinor de Dirac $\psi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$.

A este término de masa se le conoce como término de masa de Dirac. Sus propiedades son la mezcla de quiralidades, conservación del número leptónico total y la designación del neutrino como un campo de Dirac.

Combinando estos compañeros quirales podemos formar los siguientes espinores de 4 componentes

$$\chi = \psi_L + (\psi_L)^C \quad (3.32)$$

$$\omega = \psi_R + (\psi_R)^C \quad (3.33)$$

Por construcción estos espinores de 4 componentes son autoconjugados bajo la operación de conjugación de carga $(\chi, \omega)^C = (\chi, \omega)$, se denominan espinores de Majorana. El número de grados de libertad complejos independientes se reduce a la mitad, por tanto es 2, lo mismo que los espinores de Weyl. Entonces el término cinético en la ecuación de Dirac es, reemplazando (3.32) y (3.33):

$$\bar{\psi}_D i \not{\partial} \psi_D = i \bar{\psi}_R \not{\partial} \psi_R + i \bar{\psi}_L \not{\partial} \psi_L = \frac{i}{2} (\bar{\chi} \not{\partial} \chi + \bar{\omega} \not{\partial} \omega) \quad (3.34)$$

Por lo que mientras el fermión no tenga masa, no hay diferencia entre un fermión de Weyl o Majorana, por lo que un fermión de Dirac puede ser descrito equivalentemente por 2 fermiones de Weyl o 2 fermiones de Majorana.

Por tanto el Lagrangiano con término de masa para los espinores de Majorana está dado por

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} \bar{\chi} \not{\partial} \chi - \frac{1}{2} m \bar{\chi} \chi, \quad (3.35)$$

donde hemos omitido el término con el campo ω . En el Lagrangiano escrito anteriormente hemos supuesto que m es real. Como una generalización de las ecuaciones (3.32, 3.33) podemos escribir

$$\chi = (e^{i\alpha}\psi_L + e^{i\beta}\psi_L^c), \quad (3.36)$$

con α y β fases arbitrarias. El campo χ satisface la condición de Majorana en un sentido extendido

$$\chi^C = e^{-i(\alpha+\beta)}\chi. \quad (3.37)$$

Reemplazando esta expresión en el Lagrangiano obtenemos

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}_L \not{\partial} \psi_L - \frac{m}{2} [e^{-i(\alpha-\beta)}\bar{\psi}_L \psi_L^C + e^{i(\alpha-\beta)}\bar{\psi}_L^C \psi_L]. \quad (3.38)$$

Escribiendo $M = m e^{i(\alpha-\beta)}$, obtenemos

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}_L \not{\partial} \psi_L - \frac{M}{2} \bar{\psi}_L^C \psi_L + h.c. \quad (3.39)$$

La masa M es compleja, pero su fase puede ser absorbida en la fase del campo ψ_L . El experimento de oscilación de neutrinos no distingue esta fase, por lo que es insensible a que el neutrino sea de Dirac o Majorana.

Este termino de masa viola la conservación del número leptónico en dos unidades ya que involucra dos campos de neutrinos, y se denomina *término de masa de Majorana*.

El término de masa de Dirac es invariante bajo una transformación de fase global. Por lo que podemos asociar un número cuántico conservado, llamado número leptónico. En cambio, el término de masa de Majorana no posee tal invariancia, es más, viola todas las posibles simetrías $U(1)$ que pueden tener los fermiones de Weyl. Por tanto los fermiones de majorana son idénticos a su antipartícula, pues no hay números cuánticos conservados para distinguirlos. Por esta misma razón, partículas con carga no pueden ser fermiones de Majorana ya que la carga no estaría conservada, sólo partículas neutras como el neutrino pueden ser partículas de Majorana.

El análisis que hemos desarrollado implica que hay dos formas de extender la teoría electrodébil standard incluyendo masa para los neutrinos. Si existe el

neutrino derecho (ν_R), además del neutrino izquierdo (ν_L), (es decir tenemos dos espinores de Weyl) podemos construir un término de masa de Dirac y tratar al término de masa del neutrino de forma análoga a los términos de masa de los leptones cargados. Si sólo existe el neutrino izquierdo (ν_L) (es decir, un espinor de Weyl), hemos visto que la única posibilidad de dar al neutrino una masa finita es que sea una partícula de Majorana.

Existen fenómenos que podrían esclarecer esta incógnita, tales como la oscilación de neutrinos o el decaimiento Beta doble sin neutrinos; sin embargo en el primero no hay manera de distinguirlos pues sólo participa la componente izquierda del neutrino, que para el caso de Dirac o Majorana son iguales, por tanto una teoría desarrollada con término de masa de Dirac entrega la misma probabilidad de oscilación que la teoría desarrollada con término de masa de Majorana; y para la segunda, la observación de dicho fenómeno es aún poco concluyente.

3.3.2. Oscilación de Neutrinos Masivos

La oscilación de neutrinos es un claro ejemplo de un fenómeno cuántico típico: A tiempo $t = 0$ un estado que no es autoestado del Hamiltoniano (se denomina autoestado de sabor) deja el punto de producción y viaja un tiempo t , es posible que el neutrino oscile a otro estado (ortogonal) y que por tanto sea detectado con un sabor diferente al original.

Podemos escribir los autoestados de sabor como combinación lineal de los autoestados del Hamiltoniano (ya que los autoestados del Hamiltoniano están asociados a cierta masa m_k , se denominan autoestados de masa).

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{k=1}^n U_{\alpha k} \nu_k, \quad (3.40)$$

donde $\alpha = e, \mu, \tau$, U es una matriz unitaria de mezcla y k corre sobre los autoestados de masa.

Supongamos que se produce un neutrino ν_e a $t = 0$, podemos escribirlo como combinación de los autoestados de masa

$$\nu_e(0) = \cos \theta \nu_1(0) + \sin \theta \nu_2(0). \quad (3.41)$$

Luego, a un tiempo posterior t , sabemos que los autoestados de masa evolucionan según

$$\nu_i(t) = \nu_i(0)e^{-iE_it}, \quad (3.42)$$

la energía de los estados de masa es $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$, pero para neutrinos relativistas $p \gg m_i$ y aproximaremos $E_i \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}$. Por tanto a tiempo t el estado de sabor está dado por

$$\nu_e(t) = e^{-ipt} \left(\cos \theta \nu_1 e^{-\frac{m_1^2 t}{2p}} + \sin \theta \nu_2 e^{-\frac{m_2^2 t}{2p}} \right), \quad (3.43)$$

luego, la probabilidad a tiempo t de medir en neutrino original en un estado de sabor diferente ν_α será (con $t \sim L$)

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = |\langle \nu_\alpha | \nu_e(t) \rangle|^2, \quad (3.44)$$

$$= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4p} \right), \quad (3.45)$$

ó,

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1,27 \Delta m^2 (eV^2) L(m)}{p(MeV)} \right). \quad (3.46)$$

La cantidad $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$ es la diferencia de masas. Por supuesto la probabilidad que el neutrino se conserve en el estado ν_e está dada por $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha)$.

La generalización para cuando el estado de sabor inicial es combinación lineal de más de dos estados de masa es

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\alpha) = \sum_i |U_{ei} U_{\alpha i}^*|^2 + Re \sum_{i \neq j} U_{ei} U_{\alpha i}^* U_{ej}^* U_{\alpha j} e^{\frac{-i(m_i^2 - m_j^2)L}{2p}}. \quad (3.47)$$

Es posible notar algunos aspectos interesantes de la ecuación (3.45):

- La probabilidad de oscilación depende de dos parámetros, el ángulo de mezcla y la cantidad $l = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$, llamada longitud de oscilación.

- Sólo es posible observar mezcla de neutrinos si a lo menos un Δm_{ij}^2 es diferente de cero y se satisface la condición

$$\Delta m^2 \geq \frac{E}{L}. \quad (3.48)$$

En este sentido a medida que el parámetro L/E se hace más pequeño es posible acceder en el experimento a valores de Δm^2 más pequeños.

3.4. Oscilación de Neutrinos sin masa: Efectos de la violación de las simetrías de Lorentz y *CPT*

Motivados por los resultados de la sección de experimentos, es que presentaremos una alternativa al mecanismo de oscilación de neutrinos. Esto ya que aún parece necesario formular una teoría que concilie los tres tipos de experimentos. (Por el momento no descartamos los resultados del experimento LSND)

En esta sección del trabajo de tesis se analizarán las consecuencias de la violación de Lorentz y *CPT* en el sector de neutrinos.

Cabe mencionar que varios trabajos han lidiado con los efectos de la violación de las simetrías de Lorentz [67, 68, 69, 70] y *CPT* en el sector de neutrinos, aunque la discusión de oscilación de neutrinos se realiza de manera cualitativa [71].

Nuestro análisis de la oscilación de neutrinos en el marco de violación Lorentz/*CPT* será cuantitativo. Derivaremos cotas para los parámetros que cuantifican la violación de las simetrías a partir de resultados experimentales en oscilación de neutrinos

3.4.1. Teoría Cuántica de Campos no conmutativa y oscilación de Neutrinos

En el capítulo 2 se discutió la manera de introducir la violación de Lorentz (y *CPT*), mediante la deformación de paréntesis canónicos. En nuestro modelo asumiremos que los neutrinos tienen una masa despreciable frente a su

momento, es decir aproximaremos $m \sim 0$, ya que estamos sólo interesados en el efecto global a muy altas energías. Es decir, la violación de invariancia de lorentz podría ser uno de los factores que afecten las oscilaciones, pero el que el neutrino tenga masa sigue siendo el principal factor del fenómeno.

El punto de partida es considerar el Lagrangiano de Dirac usual

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}^i \gamma^\mu \partial_\mu \psi^i, \quad (3.49)$$

donde $i = 1, 2$ (se subentiende suma sobre índices repetidos) corre sobre dos sabores de neutrinos diferentes (i.e. estamos considerando mezcla de dos neutrinos solamente). Luego la densidad Hamiltoniana toma la forma

$$\mathcal{H} = -i \left(\psi^{i\dagger} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi^i \right), \quad (3.50)$$

donde $\vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}$. Siguiendo el procedimiento usual, es decir utilizando el Hamiltoniano (3.50) y los corchetes de anti-conmutación canónicos obtendríamos las ecuaciones relativistas estándares para los campos fermiónicos sin masa. Sin embargo para obtener la teoría no conmutativa debemos deformar las relaciones de anti-conmutación canónica y mantener la densidad Hamiltoniana usual (3.50).

Entonces postulamos una relación de anticonmutación deformada para los campos fermiónicos. A tiempos iguales imponemos

$$\{\psi_\alpha^i(\mathbf{x}), \psi_\beta^{j\dagger}(\mathbf{y})\} = \mathcal{A}_{\alpha\beta}^{ij} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (3.51)$$

con todos los otros corchetes iguales a cero. Acá $\alpha, \beta, \dots = 1, 2, 3, 4$ son índices espinoriales y $\mathcal{A}_{\alpha\beta}^{ij}$ es una matriz constante.

Consideraremos dos casos para la matriz de deformación $\mathcal{A}$.

1. $\mathcal{A}$ tiene estructura no trivial sólo en el espacio de sabores.
2. $\mathcal{A}$ depende tanto de los índices espinoriales como de los de sabor de manera no trivial a través de un vector constante.

Como veremos más adelante, la primera elección lleva a violación de la invariancia de Lorentz, mientras que con la segunda elección encontramos que se rompe la simetría de Lorentz y CPT.

Deformación dependiente sólo de índices de sabor

Comenzaremos considerando la primera opción que antes mencionamos. En este caso $\mathcal{A}$ es una matriz constante de 2×2 que en general está compuesta de elementos complejos, los que por simplicidad consideraremos de la forma

$$\mathcal{A}^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha^* & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.52)$$

con esta elección estamos diciendo que las relaciones de anticonmutación entre espinores del mismo sabor son las usuales, pero al considerar diferentes sabores aparece el factor de deformación α . Claramente al considerar $\alpha \rightarrow 0$ volvemos a las relaciones convencionales.

Entonces calculando las ecuaciones de movimiento del sistema, con el Hamiltoniano (3.50) y las relaciones de anti-conmutacion (3.51), encontramos

$$\dot{\psi}^i = -\mathcal{A}^{ij} (\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi^j), \quad (3.53)$$

las cuales en el espacio de momento tienen la forma

$$E\psi^i = \mathcal{A}^{ij} (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} \psi^j). \quad (3.54)$$

Por tanto debemos diagonalizar las ecuaciones para encontrar la relación de dispersión. Sea la matriz unitaria D

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\alpha}{|\alpha|} \\ -\frac{\alpha^*}{|\alpha|} & 1 \end{pmatrix}, \\ D^\dagger &= D^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\alpha}{|\alpha|} \\ \frac{\alpha^*}{|\alpha|} & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Es fácil chequear que $D D^\dagger = 1$. Luego si realizamos la operación $D A D^\dagger$ podemos ver que D diagonaliza a la matriz A

$$D A D^\dagger = \begin{pmatrix} 1 + |\alpha| & 0 \\ 0 & 1 - |\alpha| \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

Por tanto utilizando la matriz D para diagonalizar la ecuación de movimiento encontramos que el espectro de energía es ($c = 1$)

$$\begin{aligned} E_{\pm}^1 &= \pm(1 + |\alpha|) |\vec{p}|, \\ E_{\pm}^2 &= \pm(1 - |\alpha|) |\vec{p}|. \end{aligned} \quad (3.57)$$

$E^{1,2}$ son las energías de las dos especies de neutrinos consideradas. Como vemos a partir de las relaciones de dispersión (3.57) el sistema presenta una violación de la invariancia de Lorentz producto de haber tomado relaciones de anti-conmutación deformadas. Sin embargo esta elección preserva la simetría CPT (energías de neutrino y antineutrino idénticas).

Como anteriormente se mencionó es posible hacer un paralelo entre este método de introducción de LIV y el propuesto por Kostelecky et. al en su teoría del modelo estándar extendido.

En efecto, si nos restringimos a la parte del Lagrangiano (2.41) dada por

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}^i \gamma^\mu \partial_\mu \psi^i + i\bar{\psi}^i c_{ij}^{\mu\nu} \gamma_\mu \partial_\nu \psi^j, \quad (3.58)$$

donde $c_{ij}^{\mu\nu}$ un tensor constante, diagonal en los índices de espacio-tiempo. Calculamos el momento del Lagrangiano (3.58) y obtenemos

$$\pi^i = i(\delta^{ij} + c^{00,ij}) \psi^{j\dagger}. \quad (3.59)$$

Este momento lleva a relaciones de anticonmutación canónicas dadas por

$$\begin{aligned} \{\psi^i(\mathbf{x}), \psi^{j\dagger}(\mathbf{y})\} &= (\delta^{ij} + c^{00,ij})^{-1} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \\ &= \mathcal{A}^{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \end{aligned} \quad (3.60)$$

lo que está en concordancia con nuestra propuesta de relaciones de anti-conmutación deformadas para los campos.

En este caso, ya que el término extra del lagrangiano (3.58) es un tensor de segundo orden constante podemos ver fácilmente que hay violación de simetría de Lorentz pero no de CPT [72].

$$\bar{\psi}^i c_{ij}^{\mu\nu} \gamma_\mu \partial_\nu \psi^j,$$

Los autoestados de energía correspondientes a los autovalores encontrados (3.57) pueden ser encontrados directamente al aplicar la matriz de diagonalización

$$D \begin{pmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\psi}^1 \\ \tilde{\psi}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.61)$$

donde $\tilde{\psi}^1$ y $\tilde{\psi}^2$ son autoestados con valores de energía E^1 y E^2 respectivamente.

Tal como vimos en la sección de oscilación de neutrinos con masa es posible encontrar la evolución temporal de los autoestados de energía,

$$\tilde{\psi}^1(t) = e^{-iE_+^1 t + i\vec{p} \cdot \vec{x}} \tilde{\psi}^1(0), \quad (3.62)$$

$$\tilde{\psi}^2(t) = e^{-iE_+^2 t + i\vec{p} \cdot \vec{x}} \tilde{\psi}^2(0), \quad (3.63)$$

donde $E_+^{1,2}$ son los autovalores de energía encontrados en (3.57). La forma de los espinores diagonalizados, usando (3.55) y (3.61), son

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{|\alpha|}{\alpha} \psi^1 + \psi^2 \right), \\ \tilde{\psi}^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\frac{|\alpha|}{\alpha} \psi^1 + \psi^2 \right). \end{aligned} \quad (3.64)$$

Entonces, vemos que si $\alpha \in \mathfrak{R}$, entonces las autofunciones (3.64) están rotadas un ángulo $\theta = \pi/4$ en el espacio de sabor. Esto es consistente con la hipótesis de ángulo de mezcla grande (LMA) considerada para neutrinos atmosféricos y solares [75].

Por simplicidad escojamos entonces α real. En este caso podemos parametrizar (3.64) como

$$\tilde{\psi}^1 = \cos \theta_{12} \psi^1 + \sin \theta_{12} \psi^2, \quad (3.65)$$

$$\tilde{\psi}^2 = -\sin \theta_{12} \psi^1 + \cos \theta_{12} \psi^2, \quad (3.66)$$

con el ángulo de mezcla $\theta_{12} = 45^\circ$.

Invirtiendo las relaciones (3.65) y (3.66) encontramos las ecuaciones de evolución para los autoestados de sabor

$$\begin{aligned} \psi^1 &= \cos \theta_{12} \tilde{\psi}^1 - \sin \theta_{12} \tilde{\psi}^2, \\ \psi^2 &= \sin \theta_{12} \tilde{\psi}^1 + \cos \theta_{12} \tilde{\psi}^2. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Por tanto, un neutrino que inicialmente está en el estado (de sabor) ψ^1 evolucionará en el tiempo según

$$\begin{aligned}\psi^1(t) &= \cos \theta_{12} \tilde{\psi}^1(t) - \sin \theta_{12} \tilde{\psi}^2(t) \\ &= \left[\left(\cos^2 \theta_{12} e^{-iE_+^1 t} + \sin^2 \theta_{12} e^{-iE_+^2 t} \right) \psi^1(0) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \left(e^{-iE_+^1 t} - e^{-iE_+^2 t} \right) \psi^2(0) \right] e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}}.\end{aligned}$$

A un tiempo posterior t , la probabilidad de medir a la partícula en el estado ψ^2 está dada por

$$\begin{aligned}P_{\nu_1 \rightarrow \nu_2} &= \left| \frac{1}{2} \sin 2\theta_{12} \left(e^{-iE_+^1 t} - e^{-iE_+^2 t} \right) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \right|^2, \\ &= \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(|\alpha| |\vec{p}| t),\end{aligned}\tag{3.68}$$

para neutrinos relativistas con velocidad cercana a c podemos reemplazar

$$t \rightarrow L,$$

donde L es la longitud de camino. Reemplazando encontramos que la probabilidad de oscilación (3.68) finalmente toma la forma

$$P_{\nu_1 \rightarrow \nu_2} = \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(|\alpha| E L),\tag{3.69}$$

donde hicimos la aproximación $|\alpha| \ll 1$, $E \approx |\vec{p}|$.

Hay dos puntos que vale destacar sobre la expresión (3.69).

- El parámetro de deformación α provoca rotaciones en el espacio de sabor y por tanto determina el ángulo de mezcla. Sin embargo, la diferencia con la descripción convencional de neutrinos masivos es que este parámetro de deformación además determina la relaciones de dispersión para los autovalores de energía y lleva a una probabilidad de oscilación no trivial para neutrinos sin masa.
- La dependencia de energía en la probabilidad de oscilación es lineal, opuesto a la proporcionalidad inversa de (3.45).

Deformaciones vector-dependientes

Con el fin de definir una matriz minimal $\mathcal{A}$ que rompa tanto las simetrías de Lorentz como la CPT y que además conecte diferentes sabores; es decir que, por ejemplo, el elemento $\mathcal{A}^{12} \neq 0$ para los sabores 1 y 2, necesitamos introducir un vector de fondo constante (real) e_{μ}^{ij} . Así la forma minimal de $\mathcal{A}$ es,

$$[\mathcal{A}]_{\alpha\beta}^{ij} = \delta_{\alpha\beta}\delta^{ij} + (\gamma^{\mu})_{\alpha\beta}e_{\mu}^{ij}. \quad (3.70)$$

Si imponemos invariancia rotacional, podemos restringir las componentes de e_{μ}^{ij} , fijando las componentes espaciales iguales a cero.

Luego, el caso más simple de mezcla de sabores correspondería a elegir $e_0^{12} = e_0^{21} = e$ y las ecuaciones de movimiento en este caso tienen la forma

$$\begin{aligned} \dot{\psi}^1 &= -\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi^1 - e\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} \psi^2, \\ \dot{\psi}^2 &= -\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi^2 - e\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} \psi^1. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Las ecuaciones pueden diagonalizarse y llevan a las ecuaciones de dispersión

$$\begin{aligned} E_{\pm}^1 &= \pm\sqrt{1+e^2} |\vec{p}|, \\ E_{\pm}^2 &= \pm\sqrt{1+e^2} |\vec{p}|. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Estas relaciones son idénticas a las ecuaciones de dispersión convencionales para neutrinos sin masa, excepto por un factor de escala, y en particular podemos ver que neutrinos (y anti-neutrinos) sin masa de diferentes especies son degenerados en energía. Como consecuencia, las oscilaciones entre neutrinos sin masa no ocurre con el tipo de violación Lorentz/CPT que consideramos.

Las ecuaciones (3.71) también pueden obtenerse a partir de la densidad Hamiltoniana

$$H = -i\psi^{i\dagger}\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}\psi^i - ie_0^{ij}\psi^{i\dagger}\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}\psi^j, \quad (3.73)$$

con paréntesis de anticonmutación canónicos en vez de (3.51). Nuestra deformación puede ser entendida como una subclase del modelo estándar extendido [7]. Esto es fácil de ver, consideremos el trozo del SME

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}^i \gamma^\mu \partial_\mu \psi^i + i\bar{\psi}^i e_{ij}^\mu \partial_\mu \psi^j, \quad (3.74)$$

con la elección minimal del vector e_{ij}^μ que antes mencionamos. En este caso, la derivación de las relaciones de anti-conmutación llevan a la deformación antes discutida (excepto por un factor de reescalamiento). Ya que el campo vectorial constante de fondo es un vector, el término extra en el Lagrangiano viola *CPT* y por supuesto invariancia de Lorentz [73].

La violación de *CPT* también puede ser vista a nivel de los autoestados de energía. Los fermiones diagonalizados involucran la combinación de los campos izquierdos y derechos y, como consecuencia, no tienen transformaciones *CPT* definidas.

Cotas para α (Violación de Invariancia de Lorentz)

Hemos visto que es posible que las oscilaciones de neutrinos sin masa se produzcan si se viola la invariancia de Lorentz de la forma que se mostró en la sección de deformaciones dependientes de índices de sabor, sin embargo éstas no suceden si se considera una violación de Lorentz/*CPT* como la considerada en (3.70).

Entonces, focalizando nuestra atención en la oscilación de neutrinos producto de violación de invariancia de Lorentz, usaremos los datos experimentales existentes de oscilación de neutrinos para derivar cotas del parámetro que mide la violación de Lorentz, α .

Nuestro análisis anterior puede ser extendido para incorporar más sabores de manera simple (pero siempre consideramos la oscilación se produce de a pares). Por ejemplo, para estudiar la oscilación de neutrinos sin masa a otras dos especies, generalizamos el parámetro de deformación (así como los ángulos de mezcla)

$$\alpha \rightarrow \alpha_{ij}, \quad \theta_{12} \rightarrow \theta_{ij}, \quad (3.75)$$

donde $i, j = 1, 2, 3$. En este caso, la probabilidad de oscilación entre diferentes sabores de neutrinos puede ser escrita como

$$P_{\nu_i \rightarrow \nu_j}(L) = \sin^2(2\theta_{ij}) \sin^2(|\alpha_{ij}|EL). \quad (3.76)$$

Parámetro de oscilación	Valor Central
Diferencia de masa solar Δm_{12}^2	$(8,0 \pm 0,3) 10^{-5} eV^2$
Diferencia de masa atmosférica Δm_{23}^2	$(2,5 \pm 0,2) 10^{-3} eV^2$
Ángulo solar $\tan^2 2\theta_{12}$	$0,45 \pm 0,05$
Ángulo atmosférico $\sin^2 2\theta_{23}$	$1,02 \pm 0,04$

Tab. 3.1: Resumen de la información actual basada en los experimentos de mezcla de neutrinos sobre los parámetros masa y ángulo.

La misma fórmula es válida para anti-neutrinos, ya que la simetría CPT se conserva en este caso.

Luego, comparando con el análisis convencional de oscilación de neutrinos masivos dado en (3.45), podemos identificar ($c = 1$)

$$|\alpha_{ij}| = \frac{\Delta m_{ij}^2}{4E^2}. \quad (3.77)$$

Notamos que hay tres parámetros de deformación α_{ij} , sin otra ligadura excepto la diferencia de masas al cuadrado del análisis convencional.

Según los datos proporcionados en la tabla 3.1, los experimentos en neutrinos solares entregan la cota

$$\Delta m_{12}^2 < 8 \times 10^{-5} eV^2, \quad E \sim 1 \text{MeV}. \quad (3.78)$$

donde los sabores involucrados se cree que son $e \rightarrow \mu$. A partir de (3.77), se traduce al parámetro e deformación

$$|\alpha_{e\mu}| < 10^{-17}. \quad (3.79)$$

Los resultados de neutrinos atmosféricos, por otro lado, involucran oscilaciones del tipo $\mu \rightarrow \tau$, con

$$\Delta m_{23}^2 < 2,5 \times 10^{-3} eV^2, \quad E \sim 1 \text{GeV}. \quad (3.80)$$

A partir de (3.77), vemos que esto se traduce al parámetro de deformación como

$$|\alpha_{\mu\tau}| < 10^{-22}. \quad (3.81)$$

Finalmente, a pesar que sus resultados aguardan una confirmación definitiva por parte del experimento MiniBooNE, el experimento LSND reportó una

probabilidad de oscilación diferente de cero entre antineutrinos electrónicos y muónicos, las cotas proporcionadas son [57]

$$\Delta m_{12}^2 < 1\text{eV}^2, \quad E \sim 50\text{MeV}. \quad (3.82)$$

En este caso según (3.77) para antineutrinos tenemos

$$|\alpha_{12}| < 10^{-16}. \quad (3.83)$$

Vemos que en este modelo fenomenológico todos los resultados experimentales tienen una explicación natural y carente de contradicciones.

Como mencionamos anteriormente, hemos considerado la oscilación de neutrinos sin masa (fenómeno imposible en el actual modelo estándar), sin embargo esto puede ser considerado como una aproximación y entenderse como un efecto paralelo a las oscilaciones convencionales de neutrinos masivos.

4. EFECTOS DE LIV EN LA ANOMALÍA QUIRAL

Las simetrías continuas juegan un rol fundamental en la física por que ellas –por el teorema de Noether– conducen a leyes de conservación. Desde el punto de vista de la teoría cuántica, sin embargo, la aplicación directa del teorema de Noether no necesariamente conduce a leyes de conservación implicando, por tanto, profundas modificaciones en la teoría.

Cuando lo anterior ocurre hablamos de simetrías anómalas. La primera manifestación de la ruptura de una simetría clásica fue encontrada en 1967 por S. L. Adler y casi al mismo tiempo por J. S. Bell y R. Jackiw quienes demostraron que la simetría quiral se rompe por efectos cuánticos. Esta ruptura se conoce como anomalía quiral.

La anomalía quiral produjo un gran revuelo en la comunidad física de altas energías ya que a pesar que la ruptura de simetrías discretas por efectos cuánticos eran conocidas en QFT, la ruptura de simetrías continuas se pensaba que no ocurría.

Por esta razón se hicieron muchos esfuerzos durante una buena parte de final de los años sesenta y los setenta con el fin de averiguar si la simetría quiral se podía restaurar por correcciones perturbativas de orden superior.

Sin embargo cálculos explícitos demostraron que esto no ocurría (teorema de Bardeen) y que, por lo tanto, la anomalía quiral podía considerarse una propiedad inherente y fundamental de una teoría cuántica con campos fermiónicos.

Esta última afirmación, sin embargo, fue por mucho tiempo una conjetura, porque se requería una demostración no-perturbativa explícita que la anomalía quiral seguía persistiendo como fenómeno físico incluso más allá de teoría de perturbaciones. Una demostración clara de esta conjetura fue realizada por Fujikawa en 1979, usando técnicas de integrales funcionales. A pesar que la prueba de Fujikawa ha sido criticada porque, según algunos, carece

de rigor matemático, no parecen quedar dudas que la anomalía debe ser una propiedad que sobrevive a cualquier escala de energía. A partir del trabajo de Fujikawa numerosos trabajos concernientes a la anomalía (en cuatro y dos dimensiones) contribuyeron a esclarecer el procedimiento de la integral de camino y entender la anomalía [76, 77, 78].

Desde el punto de vista físico la existencia de la anomalía quiral nos permite explicar el proceso físico del decaimiento del pión cero en dos fotones, $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, y también su existencia nos permite hacer estudios realistas de sistemas no-relativistas unidimensionales como por ejemplo la propagación de solitones en poliacetileno [79].

En este capítulo partiremos revisando como se resolvió la anomalía quiral desde el punto de vista de Fujikawa. Posteriormente estudiaremos los efectos de introducir una violación de las simetrías de Lorentz y CPT en la anomalía quiral, esto lo haremos apoyándonos en un efecto físico observable experimentalmente de la anomalía como es el decaimiento del pión cero.

4.1. Simetría Quiral Clásica

Siguiendo los razonamientos de Fujikawa [80] desarrollemos el Lagrangiano de un fermión libre y veamos su comportamiento bajo una transformación quiral.

Consideremos el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (4.1)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$ es la derivada covariante.

Definimos una transformación quiral como

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= e^{i\alpha(x)\gamma_5}\psi(x) \\ \bar{\psi}'(x) &= \bar{\psi}(x)e^{i\alpha(x)\gamma_5}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde $\alpha(x)$ es un parámetro que depende de las coordenadas y γ_5 es la matriz hermítica $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$.

Encontramos que el Lagrangiano transformado a primer orden es

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - 2im\alpha\bar{\psi}\gamma_5\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi\partial_\mu\alpha. \quad (4.3)$$

Integrando por partes el último término obtenemos

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - 2im\alpha\bar{\psi}\gamma_5\psi + \alpha\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi). \quad (4.4)$$

Por tanto la corriente asociada a esta simetría es

$$\partial_\mu\mathcal{J}_5^\mu = 2imj_5, \quad (4.5)$$

donde $j_5 = \bar{\psi}\gamma_5\psi$.

Es claro, a partir de este resultado, que si la masa de la partícula es cero o aproximadamente cero la corriente está parcialmente conservada.

Por tanto clásicamente para una partícula sin masa la transformación quiral deja al Lagrangiano cuasi-invariante.

Como veremos en la próxima sección, esto no es así a nivel cuántico. Un análisis más detallado realizado por Fujikawa muestra que

$$\partial_\mu\mathcal{J}_5^\mu = 2mj_5 + \frac{\alpha_0}{2\pi}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (4.6)$$

donde $F_{\mu\nu}$ es el campo electromagnético y $\tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\rho\sigma}$ es el campo electromagnético dual.

Notemos que $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ es la cuatridivergencia de un vector, por tanto podríamos definir una nueva corriente vectorial axial que esté conservada, sin embargo el precio a pagar es que esta nueva corriente no es invariante de gauge.

La anomalía quiral se puede obtener –siguiendo a Fujikawa– analizando cuidadosamente la invariancia bajo transformaciones chirales de la medida funcional.

4.2. Anomalía Quiral según Fujikawa

Cuanticemos la teoría mediante integral de camino. Introduciendo el generador funcional

$$Z[\eta, \bar{\eta}] = \int [d\bar{\psi}d\psi] e^{\int d^4x \{ \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta \}}. \quad (4.7)$$

Nos interesa saber cual es la transformación de esta integral al realizar una transformación quiral sobre los campos fermiónicos (4.2). Para calcular el cambio en la medida de integración $[d\bar{\psi}d\psi]$ consideraremos un conjunto completo de autofunciones del operador de Dirac

$$\gamma^\mu D_\mu \phi_n = \lambda_n \phi_n, \quad (4.8)$$

$$\int d^4x \phi_n^\dagger(x) \phi_m(x) = \delta_{nm}. \quad (4.9)$$

Ahora expandiendo las variables de integración en esta base, tenemos

$$\psi(x) = \sum_n a_n \phi_n(x),$$

$$\bar{\psi}(x) = \sum_n \phi_n^\dagger(x) \bar{b}_n.$$

a_n y b_n son elementos independientes del álgebra de Grassmann. Por tanto la medida de integración es

$$[d\bar{\psi}d\psi] = \Pi_{n,m} da_n d\bar{b}_m. \quad (4.10)$$

Luego, aplicando la transformación (4.2) obtenemos,

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= \sum_n \tilde{a}_n \phi_n(x), \\ \bar{\psi}'(x) &= \sum_n \phi_n^\dagger(x) \tilde{\bar{b}}_n, \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde $\tilde{a}_n = a_n e^{i\alpha(x)\gamma_5}$.

Usando las propiedades de ortonormalidad de las funciones ϕ_n encontramos que los coeficientes transformados son

$$\tilde{a}_n = \sum_m C_{nm} a_m, \quad (4.12)$$

con

$$C_{nm} = \int d^4x \phi_n^\dagger e^{i\alpha(x)\gamma_5} \phi_m \quad (4.13)$$

$$= \delta_{nm} + i \int d^4x \phi_n^\dagger \alpha \gamma_5 \phi_m + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (4.14)$$

El tratamiento para $\bar{b}_n$ es similar.

Por tanto,

$$\Pi_n d\tilde{a}_n = (\det C)^{-1} \Pi_n da_n. \quad (4.15)$$

Recordemos que por ser variables de Grassmann el Jacobiano de la transformación aparece con una potencia negativa.

Al juntar con el cambio para $\bar{b}_n$ obtenemos

$$[d\psi' d\bar{\psi}'] = (\det C)^{-2} [d\psi d\bar{\psi}]. \quad (4.16)$$

Por lo tanto el jacobiano $\mathcal{J}^{-1} = (\det C)^{-2}$. Para evaluar el determinante de C usamos α infinitesimal en notación matricial obtenemos

$$\begin{aligned} \det C &= \det(1 + \epsilon) \\ &= \exp\{\text{tr } \ln(1 + \epsilon)\} \\ &= \exp\{\text{tr } \epsilon + \mathcal{O}(\alpha^2)\}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde los elementos de la matriz ϵ están dados por

$$\epsilon_{nm} = \int d^4x \phi_n^\dagger(x) \alpha(x) \gamma_5 \phi_m(x). \quad (4.18)$$

Ahora definamos

$$B(x) = \sum_n \phi_n^\dagger(x) \gamma_5 \phi_n(x), \quad (4.19)$$

tal que la ecuación (4.17) pueda ser escrita (a primer orden en $\alpha(x)$) :

$$(\det C)^{-1} = \exp \left(-i \int d^4x \alpha(x) B(x) \right). \quad (4.20)$$

Sin embargo, debemos notar que existe un problema con la definición de la expresión $B(x)$. A partir de la completitud de las funciones $\phi_n(x)$ sabemos que $B(x)$ es proporcional a

$$\begin{aligned} B(x) &= \text{tr} \left(\gamma_5 \sum \phi_n(x) \otimes \phi_n^\dagger \right) \\ &= \text{tr} (\gamma_5 \delta^4(0)) = 0 \times \infty. \end{aligned}$$

Por tanto es necesario introducir una regularización para realizar este cálculo.

Ambigüedades como esta se producen debido a que los autovalores del operador de Dirac crecen sin tope, produciendo determinantes divergentes. Siguiendo los cálculos de Fujikawa, proponemos el siguiente regulador, cuya finalidad es cortar los autovalores grandes

$$1 = \lim_{M^2 \rightarrow \infty} \exp \left(-\frac{\lambda_n^2}{M^2} \right) \quad (4.21)$$

$$B(x) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum \phi_n^\dagger \gamma_5 e^{-\frac{\lambda_n^2}{M^2}} \phi_n, \quad (4.22)$$

reemplazamos la ecuación de autovalores del operador de Dirac, ec. (4.8)

$$B(x) = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum \phi_n^\dagger(x) \gamma_5 e^{-\frac{\not{D}^2}{M^2}} \phi_n(x). \quad (4.23)$$

Reescribamos la expresión

$$\sum_n \phi_n^\dagger(x) \gamma_5 e^{-\frac{\not{D}^2}{M^2}} \phi_n(x) = \int d^4x' \sum_n \phi_n^\dagger(x) \gamma_5 \left(e^{-\frac{\not{D}^2}{M^2}} \delta(x - x') \right) \phi_n(x'), \quad (4.24)$$

y luego por la ortonormalidad de las funciones ϕ_n encontramos que la expresión anterior se reduce a

$$= \lim_{x \rightarrow x'} \text{tr} \left(\gamma_5 e^{-\frac{\not{D}^2}{M^2}} \right) \delta(x - x'). \quad (4.25)$$

Por lo que finalmente

$$B(x) = \lim_{M \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow x'} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{tr} \gamma_5 e^{-\frac{\not{D}^2}{M^2}} e^{ik(x-x')}, \quad (4.26)$$

Para evaluar la expresión en la exponencial necesitamos expandir la expresión

$$\not{D}^2 = \gamma_\mu \gamma_\nu D^\mu D^\nu \quad (4.27)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \{ \gamma_\mu, \gamma_\nu \} + \frac{1}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu] \right) D^\mu D^\nu, \quad (4.28)$$

usando el álgebra de matrices de Dirac, $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}$, y el hecho que

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] D^\mu D^\nu = \frac{1}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu] [D^\mu, D^\nu] \quad (4.29)$$

$$[D^\mu, D^\nu] = ieF^{\mu\nu} \quad (4.30)$$

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = -2i\sigma_{\mu\nu}, \quad (4.31)$$

finalmente escribimos ec. (4.26) como

$$B(x) = \lim_{M \rightarrow \infty} \text{tr} \left(\gamma_5 \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p \exp \left(-\frac{D^2}{M^2} + \frac{e}{2M^2} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right) \right). \quad (4.32)$$

Para ahorrar cálculo podemos hacer ciertas consideraciones: Ya que estamos tomando el límite $M \rightarrow \infty$ podemos expandir la exponencial en potencias de $\frac{1}{M}$ y sólo quedarnos con los términos hasta $\frac{1}{M^4}$. Además, para obtener una traza diferente de cero con γ_5 debemos tener cuatro matrices de Dirac a partir del exponente, por ello expandiremos el exponente a orden $(\sigma \cdot F)^2$ e ignoraremos el campo de fondo A_μ . Los términos con potencias impares de p son cero al integrar debido a propiedades de paridad.

Obtenemos entonces

$$B(x) = \lim_{M \rightarrow \infty} \text{tr} \left[\gamma_5 \frac{1}{2!} \left(\frac{e}{2M^2} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}(x) \right)^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \exp \left(-\frac{D^2}{M^2} \right) \right], \quad (4.33)$$

podemos evaluar la integral mediante una rotación de Wick

$$\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \exp \left(-\frac{D^2}{M^2} \right) = \lim_{x \rightarrow y} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} e^{p^2/M^2} \quad (4.34)$$

$$= i \int \frac{d^4p_E}{(2\pi)^4} e^{-p_E^2/M^2} \quad (4.35)$$

$$= i \frac{M^4}{16\pi^2}. \quad (4.36)$$

Donde hemos obviado el campo A_μ . Finalmente, la ecuación (4.33) se reduce a

$$B(x) = -\frac{ie^2}{128\pi^2} \text{tr} \left\{ \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\lambda F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x) \right\}, \quad (4.37)$$

la traza a evaluar es conocida,

$$\text{tr} \left\{ \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\lambda \right\} = -4i\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}, \quad (4.38)$$

por tanto,

$$B(x) = -\frac{e^2}{32\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x), \quad (4.39)$$

y luego reescribiendo la ecuación (4.20) llegamos a

$$(\det C)^{-1} = \exp \left(i \frac{e}{32\pi^2} \int d^4x \alpha(x) \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x) \right) \quad (4.40)$$

Finalmente, la transformación del generador funcional Z luego de una transformación quiral (4.2)

$$Z' = \int [d\bar{\psi} d\psi] \exp \left[i \int d^4x \left(\bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi + \alpha(x) \left\{ \partial_\mu (\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi) + \frac{e}{16\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x) \right\} \right) \right], \quad (4.41)$$

luego variando el funcional respecto a α obtenemos

$$\partial_\mu \mathcal{J}_5^\mu(x) = -\frac{e}{16\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x), \quad (4.42)$$

y finalmente agregando el término de masa, la anomalía quiral queda

$$\partial_\mu \mathcal{J}_5^\mu(x) = 2imj_5 - \frac{e}{16\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} F^{\mu\nu} F^{\rho\lambda}(x). \quad (4.43)$$

Encontramos que a nivel cuántico la corriente axial no está conservada aún cuando consideremos un fermión sin masa, sino que es proporcional al término $F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}$.

La no conservación anómala de esta corriente se conoce con el nombre de anomalía de Adler-Bell-Jackiw. Adler y Bardeen [81] demostraron que esta relación de operadores es en realidad correcta a todos los órdenes en la teoría de QED perturbativa y no recibe correcciones radiativas.

4.3. Anomalía Quiral con Violación de la invariancia de Lorentz

La invariancia de Lorentz es una piedra fundamental en la teoría cuántica de campos, sin embargo en los últimos años un gran número de autores han argumentado que a muy altas energías algunas simetrías, tal como la invariancia de Lorentz y CPT, podrían estar rotas; con ello podrían aparecer nuevos escenarios y procesos físicos [7, 70, 72, 82, 83, 84, 85, 86, 89, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100]. Sin embargo, aún si la simetría de Lorentz se viola bajo ciertas circunstancias, se esperaría que algunas propiedades importantes de la teoría de campos se preserven, así como la estabilidad de los fenómenos asociados.

En el contexto de teoría cuántica de campos relativista con campos de gauge y fermiones es bien sabido que la anomalía quiral está relacionada con un objeto topológico, y por tanto es independiente de la escala de energía. Esto sugiere que su forma debiese preservarse aún cuando las simetrías de Lorentz y CPT estén rotas. En particular, el decaimiento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ derivado de la anomalía debería ser insensible a la escala de energía a la que se realiza. Por tanto investigaremos el grado de alteración del decaimiento al considerar la teoría de fermiones en un escenario de Violación de las simetrías de Lorentz/CPT [101]. Ya que existe directa relación, se comentará la validez del teorema del índice en este escenario.

4.3.1. Modelo para fermiones con Violación de Simetría de Lorentz

Partiremos considerando el Lagrangiano en $d = 4$ dimensiones [18]

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_q \Gamma^\mu D_\mu(A) \psi_q, \quad (4.44)$$

donde $A_\mu = A_\mu^a T_a$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$; $a = 1, 2, \dots, \dim \mathcal{G}$) son campos de gauge que toman valores en el álgebra de Lie de un grupo de gauge G con generadores T_a . Los fermiones de Dirac ψ_q se consideran en la representación fundamental de G ; D_μ es la derivada covariante usual.

Siguiendo la motivación del SME presentado en la sección II consideramos las matrices Γ^μ en su forma más general

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu + \Gamma_{LV}^\mu + \Gamma_{CPTV}^\mu. \quad (4.45)$$

la matriz γ^μ es la matriz de Dirac usual, mientras que Γ_{LV}^μ y Γ_{CPTV}^μ son matrices que introducen la violación de Lorentz y CPT, respectivamente. Están definidas según

$$\begin{aligned}\Gamma_{LV}^\mu &= c^\mu_\nu \gamma^\nu + d^\mu_\nu \gamma^\nu \gamma_5, \\ \Gamma_{CPTV}^\mu &= e^\mu + f^\mu \gamma_5 + g^{\mu\nu\lambda} \sigma_{\nu\lambda},\end{aligned}\quad (4.46)$$

donde $c^\mu_\nu, d^\mu_\nu, e^\mu, f^\mu$ and $g^{\mu\nu\lambda}$ son constantes reales que deben ser fijadas fenomenológicamente.

Sin embargo, si se pide a la teoría que sea invariante bajo transformaciones quirales (globales) de los campos fermiónicos a nivel clásico, entonces debemos descartar los términos que introducen la violación de CPT, ya que

$$\{\gamma_5, \Gamma_{CPTV}^\mu\} \neq 0. \quad (4.47)$$

Por tanto tomaremos $e^\mu = 0$, $f^\mu = 0$ y $g^{\mu\nu\lambda} = 0$.

Por otro lado, a pesar que formalmente las matrices Γ^μ juegan el rol de matrices de Dirac, ellas en principio no satisfacen el álgebra de Clifford estándar. En efecto, si escribimos la ecuación

$$\Gamma^\mu = \omega^\mu_\nu \gamma^\nu + d^\mu_\nu \gamma^\nu \gamma_5, \quad (4.48)$$

donde

$$\omega^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu + c^\mu_\nu, \quad (4.49)$$

es directo encontrar

$$\begin{aligned}\{\Gamma^\mu, \Gamma^\nu\} &= (\omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta - d^\mu_\alpha d^\nu_\beta) \{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\} + \\ &+ (\omega^\mu_\alpha d^\nu_\beta - d^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta) [\gamma^\alpha, \gamma^\beta] \gamma_5.\end{aligned}\quad (4.50)$$

Por tanto si requerimos que las matrices Γ satisfagan un álgebra de Clifford debemos imponer que el último término del lado derecho se anule. Es decir, debemos imponer

$$(\omega^\mu_\alpha d^\nu_\beta - d^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta) - (\omega^\mu_\beta d^\nu_\alpha - d^\mu_\beta \omega^\nu_\alpha) = 0. \quad (4.51)$$

Multiplicando por $(\omega^{-1})^\alpha_\mu$ (notar que ω^μ_α es invertible, ya que se espera una pequeña LIV) obtenemos

$$4d^\nu_\beta = \left[(\omega^{-1})^\alpha_\mu d^\mu_\alpha \right] \omega^\nu_\beta, \quad (4.52)$$

cuya solución general es

$$d^\nu_\beta = Q \omega^\nu_\beta \quad (4.53)$$

con Q una constante $\neq \pm 1$.

Por tanto el modelo a considerar contiene una violación de Lorentz minimal y preserva la simetría quiral a nivel clásico y la forma del álgebra de Clifford. Finalmente la matriz Γ a considerar es

$$\Gamma^\mu = \omega^\mu_\nu \gamma^\nu (\mathbf{1}_4 + Q \gamma_5) . \quad (4.54)$$

Notar que

$$\{\Gamma^\mu, \Gamma^\nu\}_\pm = (1 - Q^2) \omega^\mu_\alpha \omega^\nu_\beta \{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\}_\pm , \quad (4.55)$$

donde la única restricción es $Q^2 \neq 1$, pero estamos seguros de que esto es así, ya que para pequeñas desviaciones de la invariancia de Lorentz $Q^2 \ll 1$.

El conjunto de relaciones que satisfacen las matrices Γ es

$$\{\Gamma^\mu, \Gamma^\nu\} = 2M^{\mu\nu} \mathbf{1}_4, \quad (4.56)$$

$$\{\Gamma^\mu, \gamma_5\} = 0, \quad (4.57)$$

donde $M^{\mu\nu}$ es un objeto tipo métrica que satisface

$$M^{\mu\nu} = \Omega^\mu_\alpha \Omega^\nu_\beta \eta^{\alpha\beta}, \quad (4.58)$$

donde $\Omega^\mu_\alpha = \omega^\mu_\alpha \sqrt{1 - Q^2}$ y $\eta^{\alpha\beta}$ es la métrica estándar del espacio de Minkowski.

Notar el hecho que sólo estamos interesados en efectos de violación de Lorentz en el sector fermiónico, por tanto hemos omitido el término [102]

$$(\kappa_F)_{k\lambda\mu\nu} F^{k\lambda} F^{\mu\nu}. \quad (4.59)$$

Ahora podemos volver a la densidad Lagrangiana (4.44) y ver qué sucede a nivel clásico con la simetría quiral. Aplicando la transformación (4.2) encontramos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \mathcal{L} - 2im\alpha \bar{\psi} \gamma_5 \psi + \alpha \partial_\mu (\bar{\psi} \Gamma^\mu \gamma_5 \psi) \\ &= \mathcal{L} + \alpha (\partial_\mu \mathcal{J}_5^\mu - 2imj_5), \end{aligned} \quad (4.60)$$

donde

$$\mathcal{J}_5^\mu = \bar{\psi} \Gamma^\mu \gamma_5 \psi \quad (4.61)$$

$$= \bar{\psi} \omega_\nu^\mu \gamma^\nu (\mathbf{1} + Q \gamma_5) \gamma_5 \psi \quad (4.62)$$

$$= \omega_\nu^\mu (j_5^\nu + Q j^\nu). \quad (4.63)$$

Las corrientes $j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ y $j_5^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi$ son las convencionales corrientes vectorial y axial de QED.

Fenomenología, decaimiento de $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ en presencia de violación de simetría de Lorentz

En esta sección escribiremos la expresión para la amplitud de decaimiento de un proceso físico asociado a la anomalía quiral, como es el decaimiento del π^0 .

En el caso usual invariante de Lorentz tenemos que la amplitud relativista de decaimiento está dada por

$$T(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)_R = \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \left(\frac{m_\pi}{f_\pi} \right)^2 m_\pi c_{ph}^6, \quad (4.64)$$

donde $c_{ph} = c$ es la velocidad de la luz ($c = 1$). Por tanto debemos advocarnos a la tarea de averiguar si alguno de estos factores se modifica debido a la modificación introducida las matrices de Dirac, ecuación (4.54).

Para reducir los parámetros libres del problema partiremos haciendo la suposición que c_ν^μ tiene sólo una componente diferente de cero. Para mantener invariancia rotacional elegiremos $c_0^0 = \kappa$, y todas las demás componentes iguales a cero.

Luego,

$$\Gamma^0 = (1 + c_0^0) \gamma^0 (\mathbf{1}_4 + Q \gamma_5), \quad (4.65)$$

$$\Gamma^i = \gamma^i (\mathbf{1}_4 + Q \gamma_5),$$

y

$$(M^{\mu\nu}) = (1 - Q^2) \text{diag}((1 + \kappa)^2, -1, -1, -1). \quad (4.66)$$

Cuando reemplazamos este resultado en la ecuación modificada de Dirac que se sigue del Lagrangiano (4.44), esto lleva a la relación de dispersión (en espacio libre)

$$\begin{aligned}\Gamma^\mu \Gamma^\nu p_\mu p_\nu &= M^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = \\ &= (1 - Q^2) \{ (1 + \kappa)^2 p_0^2 - \mathbf{p}^2 \} = 0,\end{aligned}\tag{4.67}$$

con $p_0 = E/c$, donde c es el valor estándar de la velocidad de la luz. La ecuación (4.67) pone de manifiesto que fermiones sin masa ψ_q se mueven con una velocidad v_q dada por

$$v_q = \frac{c}{1 + \kappa}\tag{4.68}$$

(Observar que no hay dependencia del parámetro Q).

Esta ecuación claramente se reduce a la velocidad normal del fermión sin masa en el vacío, c , cuando se considera el límite $\Gamma^\mu \rightarrow \gamma^\mu$.

La ecuación (4.68) implica por tanto nueva física, discutida previamente en [71, 74] (ver [103] para una lista completa de referencias). Sin embargo, como veremos más adelante, la violación minimal de Lorentz introducida en nuestra investigación no induce modificaciones en la forma de la anomalía quiral, sin embargo podría suceder que haya ciertas alteraciones físicas en los observables.

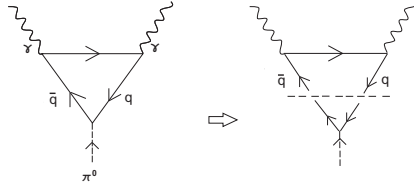


Fig. 4.1: Diagrama de Feynman para el decaimiento del Pion.

Para conectar este cambio en la velocidad de los fermiones con el proceso físico asociado a la anomalía quiral $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ [104, 105], mostraremos que la velocidad del fotón también se ve afectada por la violación de la simetría relativista.

La justificación de esta afirmación se sigue de la relación que puede establecerse entre la velocidad de los fotones y la de los fermiones en un vertice dado. Esta relación es

$$c_{ph} = n_0 v_q \quad (4.69)$$

donde hemos definido

$$n_0 = \frac{E_{ph}}{E_q} \quad (4.70)$$

con E_{ph} y E_q las energías de los fotones y fermiones respectivamente.

La fórmula (4.69) se obtiene cortando el diagrama de triángulo de la figura 4.1 y usando la conservación del cuadri-momento para el proceso

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

Con esto obtenemos

$$\left(\frac{E_q}{v_q}, \vec{P} \right) + \left(\frac{E_{\bar{q}}}{v_q}, -\vec{P} \right) = 2 \left(\frac{E_{ph}}{c_{ph}}, \vec{0} \right), \quad (4.71)$$

y por tanto

$$\frac{E_q + E_{\bar{q}}}{v_q} = 2 \frac{E_{ph}}{c_{ph}}. \quad (4.72)$$

Ya que nuestro modelo conserva la simetría CPT, se tiene que, $E_q = E_{\bar{q}}$ por lo que se obtiene la ecuación (4.69).

Consideraremos el caso en el que la velocidad del fotón c_{ph} no excede a la del pión neutro v_{π^0} (en el caso $c_{ph} > v_{\pi^0}$ el decaimiento está cinemáticamente prohibido [74]). A partir de la ecuación (4.69) es posible ver que n_0 aparece como un índice de refracción, y es natural por tanto aproximarlos a 1 en el espacio libre.

Por tanto, la amplitud de decaimiento *off-mass-shell* del pión cero en el límite quiral es

$$\begin{aligned} (T(\pi^0 \rightarrow 2\gamma))_{LIV} &= \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \left(\frac{m_\pi}{f_\pi} \right)^2 m_\pi c_{ph}^6, \\ &= \frac{\alpha^2}{64\pi^3} \left(\frac{m_\pi}{f_\pi} \right)^2 \frac{m_\pi c^6}{(1 + \kappa)^6}. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Test de LIV	$\delta c/c \sim$	Ref.
Astrofísicos	10^{-19}	[106, 107]
Física atómica	10^{-23}	[110]
Interferometría Láser- Anisotropía	10^{-16}	[108, 109]
Sector de Neutrinos	10^{-19}	[111, 112]
Cota GZK (teórico)	10^{-20}	[70]
Colisionador de Muones (teórico)	10^{-21}	[74]
Estabilidad del fotón (teórico)	10^{-15}	[74]

Tab. 4.1: Cotas para δc dadas por diferentes test de violación de invariancia de Lorentz.

Ahora es posible calcular el cuociente T_R/T_{LIV} , con T_R la amplitud de decaimiento relativista (4.64), usando las cotas para κ discutidas en la literatura. La comparación entre el cuadro LIV y el relativista nos entrega

$$\frac{(T)_R}{(T)_{LIV}} - 1 \approx 6\kappa. \quad (4.74)$$

Con el fin de estimar el lado derecho de la ecuación (4.74) introduzcamos la expresión δc a traves de la ecuación

$$\delta c = c - c_{ph}, \quad (4.75)$$

donde c es la velocidad de la luz estándar. A partir de los diferentes test fenomenológicos es posible ver que las cotas de δc son extremadamente pequeñas [ver tabla 4.1]. Usando (4.68)-(4.69) podemos escribir

$$\delta c = c - \frac{n_0 c}{1 + \kappa} \quad (4.76)$$

ó

$$\kappa = \frac{\delta c}{c - \delta c} = \frac{\delta c}{c} + \mathcal{O}\left(\frac{\delta c^2}{c^2}\right), \quad (4.77)$$

donde nuevamente hemos aproximado $n_0 \approx 1$. Por tanto, las cotas de $\delta c/c$ pueden ser traducidas a cotas para κ .

La pequeñez de las cotas para κ implican que a altas energías los efectos de la anomalía quiral son los mismos que en el caso invariante relativista. En efecto, se tiene que

$$\frac{(T)_{LIV}}{(T)_R} - 1 \approx 10^{-9} - 10^{-22},$$

y por tanto las desviaciones de invariancia de Lorentz son prácticamente inalcanzables experimentalmente. Es decir, los cambios que introduce la violación de Lorentz considerada en nuestro modelo en el decaimiento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ son extremadamente pequeños, lo cual es consistente con el carácter universal de la anomalía.

4.4. Conclusiones del Capítulo

El aporte que se ha hecho en este capítulo es explorar la anomalía quiral dentro de un modelo en el que la ruptura de Lorentz es explícita, mediante términos que preservan la simetría quiral a nivel clásico. Las nuevas matrices “tipo Dirac” de la teoría (denominadas Γ^μ) satisfacen un álgebra que preserva la forma del álgebra de Clifford.

Al exigir a la teoría invariancia rotacional sólo la componente c_0^0 se tomó como diferente de cero en la ecuación (4.65), por tanto la relación energía-momento se modifica, en el sentido que cada partícula tiene una velocidad máxima alcanzable (ver ecuaciones (4.67)-(4.68)), las cuales dependen sólo del parámetro adimensional κ .

En vista de la conexión, a través del índice del operador de Dirac, entre la anomalía y un objeto topológico (el índice de Chern-Pontryagin) se esperaba que tanto la anomalía en sí, como las implicaciones físicas asociadas se mantuvieran inalteradas. En particular vimos el fenómeno del decaimiento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ asociado a la anomalía.

Concerniente a la anomalía, hemos mostrado usando integral de camino y una regularización del tipo heat-kernel, que el Jacobiano de Fujikawa no se modifica. Este resultado se obtuvo mediante la regularización de la medida de integración con el mismo operador de Dirac de la acción clásica, es decir aquel que con una violación minimal de Lorentz preserva clásicamente la invariancia quiral.

Finalmente llegamos a ecuación para la corriente quiral que tiene formalmente la misma estructura que la del caso invariante de Lorentz, excepto

que el término con la divergencia contiene una corriente axial modificada, ecuación (4.63). Sin embargo, la contribución de este término, al integrar sobre todo el espacio es cero, por lo que la ecuación para el teorema del índice se mantiene inalterada.

Como aplicación de la anomalía en un cuadro no invariante de Lorentz hemos discutido el decaimiento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, que se encuentra conectado a la anomalía quiral. La inclusión de la violación de la simetría de Lorentz se traduce en diferentes velocidades para las diferentes partículas sin masa. Las velocidades de los fermiones en el diagrama de triángulo difieren de las de los fotones (ver ecuaciones (4.68-4.69)). Por tanto la amplitud de decaimiento del pión en el límite quiral se modifica, y este cambio es proporcional al parámetro que controla la violación, κ (ecuación (4.74)). Diferentes test fenomenológicos y predicciones teóricas muestran lo pequeño de este parámetro, por tanto los cambios inducidos por la violación de Lorentz en el proceso $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ son difícilmente detectables.

Sin embargo, si se considerasen efectos adicionales, como por ejemplo la violación CPT , podríamos encontrar consecuencias experimentales que pudiesen ser detectables.

5. PARTÍCULAS TIPO AXIÓN Y VIOLACIÓN DE LA SIMETRÍA DE LORENTZ

5.1. *Motivación al problema*

La búsqueda de nuevas partículas se ha transformado en un tema fundamental tanto para la física experimental como la teórica. Una de las motivaciones más importantes para esta búsqueda reside en la gran cantidad de materia oscura en nuestro universo. Por otro lado, el modelo estándar actual (SM), a pesar de proveer de una descripción acertada de la física de interacciones débiles y fuertes, en los últimos años se han dejado entrever ciertas falencias y no ha sido capaz de explicar nuevos resultados experimentales que han aparecido gracias a la mayor sensibilidad y precisión que los experimentos están alcanzando.

En particular la Cromodinámica Cuántica (QCD) ha resultado exitosa en la mayoría de las descripciones de interacción fuerte de la naturaleza, sin embargo adolece de un problema aún abierto, el problema de la simetría CP fuerte.

Con el propósito de sobre llevar este inconveniente es que Peccei y Quinn (PQ) propusieron en 1978 una nueva partícula, bautizada posteriormente con el nombre de axión, la cual emerge producto del rompimiento espontáneo de una nueva simetría $U(1)$ incorporada al Lagrangiano de QCD. Por tanto el axión corresponde a un pseudo bosón de Goldstone, lo cual permite suprimir la violación CP de la teoría.

Con esto se agregó una nueva partícula predicha teóricamente a la larga lista existente y comenzó su búsqueda tanto en experimentos terrestres como solares y cosmológicos. Las propiedades más importantes que se han predicho para el axión son: masa pequeña (suprimida por la escala de la teoría), acoplamiento débil con la materia y acoplamiento al campo fotónico. Este último punto es trascendental, ya que entonces el acoplamiento axión-fotón

se filtra a la electrodinámica cuántica, posibilitando entonces una detección con la sensibilidad de nuestros instrumentos actuales.

La búsqueda se extiende más allá del axión. En efecto, la observación experimental nos ha mostrado que la o las posibles partículas que podrían ser potencialmente observadas no corresponderían al axión original propuesto por PQ, sino una variante, partículas de energía sub-eV, débilmente interactuantes, pero con masa y constante de acoplo diferente a las del axión original.

A estas partículas generalmente se les denomina partículas-tipo-axión (ALP) o más generalmente WISPs (Weakly Interacting Sub e-V Particles). Diversas extensiones del modelo estándar predicen sectores escondidos de partículas, las cuales transforman trivialmente bajo el grupo de gauge del SM, y por tanto no interactúan con el sector visible. Es por ello que el axión (o más bien un WISP) se postula como un posible candidato a materia oscura.

Los experimentos de precisión óptica son una poderosa herramienta para explorar este sector escondido del modelo estándar. En particular, los experimentos de láser tienen un gran potencial para buscar partículas con acoplamientos débiles a los fotones.

Uno de los experimentos con axiones más nombrados, por sus polémicos resultados preliminares, es el PVLAS [113], llevado a cabo en Italia el 2006 y que reportó una posible señal de detección de ALP, lo cual generó una gran actividad tanto experimental como teórica respecto a la búsqueda de estas partículas. Sin embargo, el grupo rectificó sus resultados en el 2007, descartando la evidencia de ALP.

El descubrimiento e implicancias de WISP o ALP son cruciales para la física actual, ya que esto representaría una evidencia directa del sector escondido y por tanto de física más allá del modelo estándar. Es por ello que el refinamiento de las teorías existentes (lamentablemente aún no del todo claras) como la búsqueda de nuevos procedimientos de detección son trascendentales.

La investigación que desarrollaremos en este capítulo de la tesis esta orientada a aclarar el por qué ha sido tan difícil la detección de las partículas tipo axión en los experimentos. Estudiaremos la posibilidad que la violación de invariancia de Lorentz esté presente en la propagación de un fotón en un medio magnético, y que debido a este efecto pudiese obtenerse un resultado experimental por sobre el background esperado, no necesitando que el ALP

sea preponderante en el proceso [114].

En la primera sección haremos una revisión de por qué fue necesario introducir el axi3n en el modelo est3andar. Luego veremos las propuestas experimentales para observar a esta part3cula y los experimentos que se han llevado a cabo con sus resultados.

La tercera secci3n est3 dedicada a la propuesta de nuestro grupo de trabajo

5.2. Part3culas tipo Axi3n en Electrodin3mica Cu3ntica

5.2.1. El Axi3n invisible en QCD

Para explicar por qu3 las part3culas tipo axi3n aparecen en el Lagrangiano de electrodin3mica cu3ntica haremos algo de historia acerca de la aparici3n del axi3n en el modelo est3andar, luego discutiremos los efectos visibles que puede provocar el axi3n.

La anomal3a de tri3ngulo en QCD resuelve el problema $U_A(1)$, pero a3ade un termino del tipo

$$\theta F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (5.1)$$

donde $\tilde{F}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma}$ y θ se denomina 3ngulo vac3o de QCD. Este t3rmino es CP -impar ¹, por tanto a3ade una violaci3n CP a la teor3a, y a pesar que quisieramos removerlo considerando que es una derivada total, no podemos hacerlo ya que como fue mostrado por 't Hooft [115] los invariantes topol3gicos contribuyen de manera no trivial en el Lagrangiano.

Entonces aparece la interrogante: ¿Por qu3 si el Lagrangiano contiene un t3rmino CP -impar no se observa experimentalmente una violaci3n de la simetr3a CP en las interacciones fuertes? Por ejemplo una violaci3n CP implicar3a un momento dipolar electrico del neutr3n diferente de cero, sin embargo los l3mites actuales para 3ste son del orden de $|d_n| < 2,9 \times 10^{-26}$ e cm [116]. Por tanto pareciera que caprichosamente la naturaleza ha elegido el valor cero para θ , esto resulta muy poco natural y se comenzaron a desarrollar propuestas para explicar el por qu3 $\theta \rightarrow 0$.

¹ Por CP nos referimos a realizar la transformaci3n de Paridad P y la transformaci3n de conjugaci3n de Carga C .

Este problema se conoce como *strong CP problem*. Veremos a continuación las propuestas para explicar este hecho.

La violación CP desaparece cuando las masas de los quarks son cero, ya que mediante redefiniciones de los campos de quarks es posible remover θ del Lagrangiano. Entonces una de las primeras ideas para explicar la conservación de CP en las interacciones fuertes es que uno de los quarks tenga masa igual a cero, y entonces redefinir el campo y eliminar θ . Sin embargo esta propuesta no tiene fundamentos experimentales, ya que se ha estimado que la masa de los diferentes sabores de quark son diferentes a cero.

Peccei y Quinn [117] se dieron cuenta que la matriz de masa de quarks es una función de los valores de expectación del vacío, $m(<\varphi>)$, de un conjunto de campos escalares débilmente acoplados φ_i , entonces a pesar que el parámetro θ es arbitrario, el valor de expectación $<\varphi>$ no lo es, sino que está determinado por la minimización de un potencial $V(\varphi)$, el cual depende del parámetro θ .

Teniendo en cuenta esto introdujeron una nueva simetría al Lagrangiano, denominada $U(1)_{PQ}$, bajo la cual $\det m(\varphi)$ cambia por una fase. La fase de $\det m(\varphi)$ al mínimo de $V(\varphi)$ está entonces indeterminada para toda teoría de perturbaciones de orden finito, y está fija sólo por los efectos del instanton los cuales rompen la simetría $U(1)_{PQ}$. Con esto se consigue de manera natural la conservación de la simetría CP de la teoría.

Con el rompimiento espontáneo de la simetría aparece un pseudo-bosón de Goldstone ligero llamado axíon.

La masa del axíon es inversamente proporcional a la constante de decaimiento del axíon f_A ,

$$m_A = 0,62 \times 10^{-3} \text{ eV} \times (10^{10} \text{ GeV}/f_A). \quad (5.2)$$

El modelo original de axíon [117]-[120] supone que la constante de decaimiento es proporcional a la escala del rompimiento de la simetría electrodébil

$$f_A \sim v = \left(\sqrt{2}G_F\right)^{-1/2}, \quad (5.3)$$

es decir, $F_A \sim 247 GeV$. Este modelo ha sido excluido luego de exhaustivas búsquedas experimentales [121]-[124].

Para salvar la idea de Peccei y Quinn se introduce una nueva escala $f_A \gg v$, con v la escala de quiebre de la simetría electrodébil, con esto la constante del acoplo del axión es aún menor. A estos modelos se les llama modelos de axión invisible [125, 126].

Se ha encontrado que los axiones invisibles con constante de decaimiento grande $f_A \sim 10^{12} GeV$ son un buen candidato para materia oscura fría [127].

Finalmente, el Lagrangiano de QED adquiere un acoplamiento efectivo axión-foton, dado por

$$\mathcal{L}_{a\gamma} = \frac{1}{4M} \phi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (5.4)$$

con $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} F_{\rho\lambda}$, el parámetro M caracteriza la magnitud de la interacción y ϕ es el campo pseudo escalar axiónico.

Entonces, si es que existe el axión aún debemos aprender muchas de sus propiedades, ya que como veremos en las revisiones de experimentos con ALP los diferentes resultados en laboratorio, cosmológicos y solares parecen no conciliarse entre sí. Sin embargo, si el axión no existe vuelve a aparecer el problema de CP en las interacciones débiles y deberemos buscar otra explicación para la ausencia de ésta en los experimentos.

5.3. Búsqueda Experimental de ALPs

5.3.1. Fuentes Axiónicas

Se supone que el axión tendría varias fuentes naturales en las que puede o pudo producirse. Se esperarían huellas de axiones en diferentes procesos del universo temprano: producción termal [128], producción por efectos de desalineamiento en el universo temprano [127, 129] y decaimiento de defectos topológicos primordiales (ej. cuerdas axiónicas) [130]. No se sabe cuál de estos procesos pudo ser dominante, ya que se desconoce la masa del axión. La producción térmica de axiones lleva a materia oscura caliente axiónica.

Además de axiones de épocas tempranas (cosmológicos), es posible que se produzcan axiones en los núcleos de estrellas como el sol, mediante conversión de Primakoff, estos axiones se conocen como axiones solares.

Otra fuente de axiones es posible conseguirla en el laboratorio, mediante experimentos de polarización o regeneración de fotones, enviando un haz de luz a una región con un campo magnético transversal.

5.3.2. Experimentos

Los experimentos de propagación de la luz en presencia de campos magnéticos transversales se remontan a principios del siglo veinte. En la década del 1900 Kerr [131] y Majorana [132] descubrieron que la luz linealmente polarizada que se propaga en un medio en presencia de un campo magnético transversal adquiere una elipticidad diferente de cero.

Posteriormente, la birefringencia magnética fue estudiada en detalle por Mouton y Cotton [133], y hoy se conoce con el nombre de efecto Cotton-Mouton. La velocidad de la luz propagándose en el medio magnético depende de la polarización de la luz, es decir, los índices de refracción $n_{\parallel}$ y $n_{\perp}$, correspondientes a la polarización paralela y perpendicular al campo magnético respectivamente son diferentes entre sí.

Finalmente, alrededor de los años setenta Adler [134] y Bialynicka-Birula [135] mostraron que el efecto Cotton-Mouton también debería existir en el vacío, utilizando el Lagrangiano de Heisenberg-Euler-Kochel [136, 137]. Por tanto el vacío se polariza en presencia de un campo magnético transversal, la electrodinámica cuántica predice que un campo magnético de 1T debería inducir una anisotropía del índice de refracción del orden de 10^{-24} . Sin embargo esta predicción teórica aún no ha podido ser verificada experimentalmente.

En 1986, Maiani, Petronzio y Zavattini [138] mostraron que partículas hipotéticas escalares o pseudoescalares de masa pequeña, bosónicas y sin spin que se acoplan débilmente a dos fotones podrían inducir una elipticidad en un experimento óptico de luz en el vacío en presencia de un campo magnético, similar a la predicha por QED. Más aún, además de la elipticidad se esperaría una rotación del haz, efecto conocido como dicroísmo, ausente en el efecto de birefringencia de QED. Apareció entonces una importante método de detección para las partículas propuestas por Peccei y Quinn (en realidad no el axión original, sino el llamado axión invisible, discutido en la

sección anterior. Nos referiremos a él como ALP).

Predicciones teóricas para ALP

Como ya se dijo anteriormente, el Lagrangiano de electrodinámica cuántica incorpora al axión mediante el término efectivo (5.4) en el caso de un axión pseudoescalar. Para considerar los efectos de birrefringencia correspondientes a la polarización del vacío por QED es conveniente considerar el Lagrangiano de Euler-Lagrange con el acoplo axiónico [139]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}((\partial\phi)^2 - m_a^2\phi^2) + \frac{1}{4M}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} + \frac{\alpha^2}{90me^4}\left[(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^2 + \frac{7}{4}(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu})^2\right] \quad (5.5)$$

Si realizamos el cálculo de birrefringencia del vacío de la electrodinámica cuántica (es decir, sin el campo del axión) obtenemos los índices de refracción para las direcciones paralelas y perpendicular al campo magnético

$$\begin{aligned} n_{\perp} &= 1 + 4/2 \xi \sin^2 \theta, \\ n_{\parallel} &= 1 + 7/2 \xi \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Donde

$$\xi = \frac{\alpha}{45\pi} \left(\frac{B_e}{B_{crit}} \right)^2, \quad (5.7)$$

con el campo magnético crítico dado por $B_{crit} = \frac{m_e^2}{e}$ y el ángulo θ corresponde al ángulo entre la dirección del campo magnético externo y la dirección del fotón $\vec{k}$, $\cos \theta = \hat{B}_e \cdot \hat{k}$

Al incluir el campo axiónico encontramos que el foton inicialmente con polarización lineal sufre una rotación y además contribuye a la birrefringencia de QED, lo que se traduce en una polarización elíptica de la onda.

En las próximas secciones estudiaremos el experimento de polarización láser en los que el haz de fotones se hace pasar por una cavidad Fabry- Perot de largo l . Las contribuciones a la elipticidad producto del efecto natural de birrefringencia de QED y la contribución del axión a la elipticidad y dicroísmo del láser emergente de la cavidad están dados por [139]

$$\begin{aligned}
\psi_{QED}(L) &= \frac{2\alpha^2 B_e^2}{15m_e^4} \omega L, \\
\psi_a(L) &= N \frac{(B_e m_a)^2}{48\omega M^2} l^3, \\
\epsilon_a(L) &= N \frac{B_e^2}{8M^2} l^2.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

El término ψ_{QED} corresponde a la contribución a la elipticidad del haz producto de la birrefringencia inducida por efectos de la QED, ψ_a corresponde a la contribución inducida por el axión a la elipticidad y ϵ_a el dicroísmo. Los parámetros $L = N l$ corresponde al camino total recorrido por el haz, N es el número de veces que se hace pasar el haz de luz por la cavidad y ω la frecuencia de la onda.

Luego, en términos de la elipticidad total, la diferencia de índices de refracción para un experimento de cavidad láser está dado por

$$\Delta n = \frac{\lambda \psi}{\pi L \sin 2\theta}, \tag{5.9}$$

donde λ es la longitud de onda del láser.

Dentro de las búsquedas experimentales actuales del axión las más importantes son: axiones cosmológicos, axiones solares y axiones de laboratorio. En la siguiente sección revisaremos un poco más sobre ellos y los resultados más recientes obtenidos.

Axiones Solares

La conversión de axiones a fotones en presencia de un campo magnético puede ser usada para buscar axiones solares. El mecanismo dominante en producción de axiones en el sol es la conversión de un plasma de fotones (fotones termales) en axiones mediante efecto Primakoff.

El sol y otras estrellas podrían ser una importante fuente de axiones, y ofrecen la oportunidad única de detectar estas partículas, gracias a la conversión inversa de axiones en rayos X en campos magnéticos de laboratorio, conocida como técnica helioscópica.

La probabilidad de conversión de axion a fotón en el vacío está dada por [140]

$$P_{a \rightarrow \gamma} = \left(\frac{g_{a\gamma} B}{q} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{qL}{2} \right), \quad (5.10)$$

donde q es la diferencia de momento entre el axión y el fotón, L es la longitud de camino y B el campo magnético externo.

El primer helioscopio que era capaz de alcanzar la línea axiónica esperada, $g_{a\gamma} \leq 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}$, fue el telescopio axiónico solar en el CERN, el experimento CAST [143].

En seis meses de medición en el 2003 no se observó señal por sobre el fondo. En el rango de masas de $m \leq 0,02 \text{ meV}$ la cota para la constante de acoplo es de

$$g_{a\gamma} < 1,16 \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-1}. \quad (5.11)$$

Axiones de Laboratorio

Con la propuesta de Maiani, Petronzio y Zavattini [138] de que en una región de vacío y con un campo magnético externo es posible producir una oscilación de axión-fotón nacieron los experimentos de polarización de láser, los cuales consisten en hacer atravesar un láser por una región de vacío, en la cual existe un campo magnético rotante, el haz se hace pasar por una cavidad de Fabry-Perot para aumentar la longitud de camino del haz. Finalmente el haz emerge de la región magnetica y llega a un detector.

Los efectos observables de los axiones sobre los fotones es la rotación del vector de polarización del haz emergente de la región magnética, efecto conocido como dicroísmo. El segundo efecto sería una polarización del medio, donde los fotones polarizados transversalmente viajan a diferente velocidad de los polarizados longitudinalmente. Esto se traduce por supuesto en una birrefringencia del medio y como consecuencia el haz de fotones inicialmente linealmente polarizado se torna elípticamente polarizado.

La búsqueda de elipticidad y dicroísmo del haz emergente se ha llevado a cabo en numerosos experimentos de polarización láser, tales como BFRT

[141], Q&A [142] y PVLAS [113], ninguno de ellos a presentado señales positivas de una partícula ALP. En primera instancia, el año 2006 el experimento PVLAS reportó una elipticidad y discroísmo del haz por sobre los límites del fondo esperado [144]. Esto por supuesto causó mucho revuelo dentro de los grupos de trabajo experimentales y teóricos. Sin embargo el año 2007 el grupo PVLAS corrigió sus resultados, atribuyendo el dicroísmo a un error instrumental. La elipticidad continuó apareciendo en la señal a 5 T.

Otro tipo de experimento basado en óptica láser son los llamados “Light-shining-through-walls”. En estos experimentos el haz láser se también atraviesa una región con campo magnético externo, sin embargo al final de esta se hace colisionar el haz con una pared que detiene la luz. Por el otro lado de esta pared también existe una región magnética, con la finalidad que si hubo conversión fotón-axión en la primera región pueda producirse una re-conversión axión fotón. Un detector de fotones se encuentra al final de la segunda pared para detectar los fotones regenerados.

Hasta ahora no se ha reportado que fotones se regeneren tras la pared [148], sin embargo la actividad experimental no ha cesado y se ha invertido mucho esfuerzo en mejorar el montaje y el marco teórico del experimento.

5.4. Birrefringencia por Violación de Invariancia de Lorentz: analogía con ALP

Como se ha visto en los capítulos anteriores, la búsqueda de ALPs se ha centrado en torno a partículas de de energía sub-eV, de masa muy pequeña y débilmente interactuantes. Para describir el acoplo del axión (o tipo axión) con los fotones se utiliza comúnmente el Lagrangiano (5.6).

Sin embargo, en este capítulo queremos argumentar que en añadidura, o en reemplazo del fenómeno de oscilación axión-fotón, también es posible considerar que el efecto de birrefringencia del vacío por sobre el esperado de QED reportado por algunos expermientos de láser puede ser atribuído a una violación de la invariancia de Lorentz.

Siguiendo la referencias [7, 72, 89, 93, 97, 100, 145] escribiremos las ecuaciones de Maxwell para un lagrangiano que viola la simetría relativista

$$L = \int \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \theta_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} A_\nu \right) d^3x, \quad (5.12)$$

y el correspondiente Hamiltoniano es

$$H = \int d^3x \left(\frac{1}{2} \vec{\pi}^2 + \frac{1}{2} \vec{B}^2 + \vec{A}_0 \nabla \cdot (\vec{\pi} + \vec{\theta} \times \vec{A}) \right), \quad (5.13)$$

donde θ_μ es un cuadri-vector fijo, que en este caso consideraremos $\theta_\mu = (0, \vec{\theta})$ y $\tilde{F}^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} F_{\rho\lambda}$.

En este caso hemos introducido una violación de Lorentz en la escala infraroja, ya θ tiene dimensión de energía.

Las ecuaciones de movimiento que se obtienen son las ecuaciones de Maxwell modificadas por la introducción de la violación de Lorentz.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (5.14)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5.15)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\vec{\theta} \cdot \vec{B}, \quad (5.16)$$

$$\nabla \times \vec{B} = -\vec{E} \times \vec{\theta} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (5.17)$$

Las primeras dos ecuaciones son las estándar, mientras que las dos restantes, es decir, las leyes de Gauss y Ampere se modifican. Las ecuaciones rompen explícitamente la invariancia de Lorentz, y llevan a dos relaciones de dispersión

$$\omega_\pm^2 = \vec{k}^2 + \frac{\vec{\theta}^2}{2} \pm \sqrt{(\vec{k} \cdot \vec{\theta})^2 + \frac{1}{4}(\vec{\theta}^2)^2}. \quad (5.18)$$

El rompimiento de la simetría de Lorentz y las dos relaciones de dispersión pueden entenderse notando que las ecuaciones de Maxwell son formalmente equivalentes a las estándar, pero en un medio, con $-\vec{\theta} \times \vec{A}$ y $\vec{\theta} A_0$ como vectores de polarización y magnetización, respectivamente. En esta situación es natural esperar violación de la simetría de Lorentz y birefringencia.

A partir de estas dos relaciones de dispersión es claro ver que emergerán dos índices de refracción diferentes, obtenidos a partir de

$$n_{\pm} = \frac{d\omega_{\pm}}{dk}. \quad (5.19)$$

Para hacer una conexión con la relación de dispersión para axiones comencemos notando algunos puntos. Primero, podemos ver que el término $\vec{k} \cdot \vec{\theta}$ puede ser despreciado de la ecuación. En efecto, descompongámos el vector $\vec{\theta}$ en una parte paralela al campo magnético y en otra perpendicular al campo magnético

$$\vec{\theta} = \vec{\theta}_{\parallel} + \vec{\theta}_{\perp}, \quad (5.20)$$

por otro lado, a partir de las ecuaciones de Maxwell modificadas (5.14-5.17) podemos ver que la relación $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$ y $\vec{B} \cdot \vec{E} = 0$ se mantiene, como en el caso estándar. Luego se tendrá

$$\vec{k} \cdot \vec{\theta} = \vec{k} \cdot \vec{\theta}_{\perp}. \quad (5.21)$$

Por tanto necesitamos conocer la cantidad $\vec{k} \cdot \vec{\theta}_{\perp}$. Es fácil saber la dirección que deberá adoptar $\vec{\theta}_{\perp}$ a partir de la ecuación (5.17), haciendo un chequeo de consistencia.

La ecuación a considerar es

$$\nabla \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\vec{E} \times \vec{\theta}, \quad (5.22)$$

el lado izquierdo de la ecuación corresponde a un vector que vive en el plano del campo eléctrico $\vec{E}$, perpendicular al campo magnético $\vec{B}$, por tanto el lado izquierdo deberá tener la misma dirección vectorial. Sin embargo notamos que esto no es así, ya que

$$\vec{E} \times \vec{\theta} = \vec{E} \times (\vec{\theta}_{\parallel} + \vec{\theta}_{\perp}). \quad (5.23)$$

El primer término sabemos que es cero, ya que $\vec{E}$ es perpendicular a $\vec{B}$, sin embargo el segundo término no es cero a priori, pero es un vector que vive fuera del plano de E , por lo que si es diferente de cero la ecuación no

es consistente vectorialmente. Por tanto $\vec{\theta}_\perp$ deberá adoptar la misma dirección que $\vec{E}$ para tener $\vec{E} \times \vec{\theta}_\perp = 0$ y tener ecuaciones de Maxwell consistentes.

Este análisis nos servirá ahora para justificar $\vec{k} \cdot \vec{\theta}_\perp \approx 0$, ya que sabemos que $\vec{\theta}_\perp$ tiene la dirección del campo eléctrico.

Sea α el ángulo entre los vectores $\vec{k}$ y $\vec{E}$, entonces

$$\vec{k} \cdot \vec{\theta}_\perp = |\vec{k}| |\vec{\theta}_\perp| \cos \alpha, \quad (5.24)$$

pero notemos que $\alpha \approx \pi/2$ ya que de lo contrario este sería un efecto de LIV que ya se hubiese registrado en los test experimentales de la simetría de Lorentz. Además que siempre pensamos en desviaciones infinitesimales de la simetría exacta.

Entonces $\cos \alpha \sim 0$ y además está multiplicado por el módulo del vector theta y elevado al cuadrado, así que descartaremos este término. Luego, la ecuación (5.18) se reduce a

$$\omega_+ = \sqrt{|\vec{k}|^2 + |\vec{\theta}|^2}, \quad \omega_- = |\vec{k}|. \quad (5.25)$$

A pesar que el efecto de birefringencia en nuestro modelo no se produce por una partícula nueva como lo es el ALP, no es difícil ver la conexión que existe entre ambos puntos de vista.

5.4.1. Correspondencia de sistema axiónico con modelo no-invariante de Lorentz

Consideremos el lagrangiano de una partícula (escalar)pseudoescalar, acoplada al electromagnetismo [117]

$$\mathcal{L}_{ALP} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 + \frac{1}{4M}\varphi \tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad (5.26)$$

con $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\beta}F_{\rho\beta}$, el pseudoescalar φ es el campo axiónico y M^{-1} la constante de acoplo axiόν-fotón. Las ecuaciones de movimiento correspondientes son

$$\begin{aligned}
 (\square - m^2)\varphi &= \frac{1}{4M}\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \\
 \nabla \cdot \vec{E} &= -\frac{1}{M}\nabla\varphi \cdot \vec{B}, \\
 \nabla \times \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{M}\left(\vec{E} \times \nabla\varphi - \vec{B}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right),
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

además de las estándar, $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ y $\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$.

Es claro entonces que si establecemos la correspondencia formal

$$\vec{\theta} \leftrightarrow \frac{1}{M}\nabla\varphi, \tag{5.28}$$

las ecuaciones (5.16)-(5.17) coinciden con las dos últimas en (5.27).

La relación es formal, ya que $\vec{\theta}$ en el lado izquierdo de (5.28) es un vector constante introducido a través del término de Chern-Simons en el Lagrangiano (5.12) para provocar una ruptura de la simetría de Lorentz, mientras que φ en el lado derecho es un campo de axión, dinámico. Por tanto, a pesar que la identificación es formal, nos servirá para hacer contacto con los experimentos que se actualmente buscan detectar el axión y así encontrar ciertas cotas para nuestra teoría.

Más aún, podemos conectar el Lagrangiano para la electrodinámica infraroja, ecuación (5.12), con el Lagrangiano para el axión, ecuación (5.26) mediante la identidad

$$\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = 2\partial_\mu(\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}A_\nu\partial_\rho A_\lambda).$$

Luego, el término $\varphi\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ en (5.26) puede ser integrado por partes y escrito usando la conexión (5.28), en términos del vector espacial θ_μ

$$(\partial_\mu\varphi)\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}A_\nu\partial_\rho A_\lambda \rightarrow M\theta_\mu\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}A_\nu\partial_\rho A_\lambda.$$

Como bien sabemos las componentes de θ_μ deben ser muy pequeñas, por tanto nuestra identificación nos dice que las componentes $\nabla\varphi$ deben ser pequeñas y por tanto el término cuadrático $(\nabla\varphi)^2$ en (5.26) puede ser descartado, mientras que el término $m^2\varphi^2$, según nuestra identificación, corresponde

a una constante que puede ser absorbida mediante una redefinición del Lagrangiano y por tanto no alterará las ecuaciones de movimiento.

Con esto, los Lagrangianos (5.26) y (5.12) coinciden formalmente.

De hecho, la identificación discutida anteriormente parece ser válida inclusive a nivel cuántico, con la técnica de integral de camino.

Para ver esto consideraremos el generador funcional para las ecuaciones de Maxwell-Chern-Simons del modelo con violación de Lorentz en cuatro dimensiones en espacio Euclídeo

$$Z_\theta = \int DA_\mu \exp \left[- \int d^4x \left(\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2} \theta_\mu \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} A_\nu \partial_\alpha A_\beta \right) \right] \quad (5.29)$$

La cual puede ser escrita en la forma

$$Z_\theta = \tilde{\mathcal{N}} \int DA_\mu D\phi \exp \left[- \int d^4x \left(\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2M'} \partial_\mu \phi \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} A_\nu \partial_\alpha A_\beta \right) \right] \delta(\partial_\mu \phi - M' \theta_\mu). \quad (5.30)$$

El parámetro M tiene dimensión de masa, al igual que θ . Ahora podemos exponenciar la función delta como siempre,

$$\begin{aligned} Z_\theta &= \tilde{\mathcal{N}} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int DA_\mu D\phi \exp \left[- \int d^4x \left(\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2M'} \partial_\mu \phi \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} A_\nu \partial_\alpha A_\beta \right) \right] \\ &\quad \times \exp \left(- \frac{1}{2\alpha^2} \int d^4x (\partial_\mu \phi - M' \theta_\mu)^2 \right) \end{aligned} \quad (5.31)$$

ó

$$Z_\theta = \tilde{\mathcal{N}}' \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int DA_\mu D\phi \exp \left[- \int d^4x \left(\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2M'} \partial_\mu \phi \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} A_\nu \partial_\alpha A_\beta + \frac{1}{2\alpha^2} \int d^4\tilde{x} (\partial_\mu \phi)^2 \right) \right]. \quad (5.32)$$

Luego de una integración por partes en el segundo término en la exponencial y una redefinición de campo $\phi = \alpha\varphi$ tenemos

$$Z_\theta = \mathcal{N} \int DA_\mu D\varphi \exp \left(- \int d^4x \left(\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4M'} \varphi F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \int d^4\tilde{x} (\partial_\mu \varphi)^2 \right) \right), \quad (5.33)$$

donde hemos colocado $M' = 16\alpha M$, con $1/M$ la constante de acoplo axiÓN-fotÓN usual.

Podemos ver que Z_θ escrita en (5.33) es exactamente el generador funcional para el Lagrangiano del axiÓN $\mathcal{L}_{ALP}$ definido en (5.26), para un axiÓN débilmente acoplado y descartando el término de masa por lo discutido anteriormente.

Por tanto se llega a

$$Z_\theta = Z_{ALP}. \quad (5.34)$$

Una vez que queda establecida la conexión entre los Lagrangianos (5.12) y (5.26), algunos de los efectos físicos que aparecen en la formulación axiÓNica, es decir con un campo pseudoescalar dinámico, pueden ser vistas mediante la formulación de violación de invariancia de Lorentz, esto es producidas por el parámetro infrarrojo $\vec{\theta}$.

Notemos un punto importante de esta identificación. A pesar que los experimentos láser no han observado una partícula tipo axiÓN en sus experimentos, tanto en experimentos de polarización láser por la ausencia de dicróismo en el haz de fotones de salida o una regeneración de fotones para los experimentos del tipo light-shining-through-walls, aún quedan las mediciones de la birrefringencia de la QED, las cuales no concilian el valor esperado con el valor observado por el experimento.

Con esta aproximación al problema vemos que no es necesario una nueva partícula para explicar el fenómeno de birrefringencia si se considera el parámetro infrarrojo $|\vec{\theta}|$.

En la siguiente sección discutiremos cotas para este parámetro.

5.5. Experimentos de Birrefringencia y violación de Invariancia de Lorentz

En los experimentos ópticos de polarización del haz (como BFRT y PVLAS) un haz de fotones linealmente polarizados atraviesan una región en el vacío en la cual existe un campo magnético transversal externo. Se ha observado una elipticidad en el haz emergente la cual es producto de la birrefringencia que adopta el medio. Si la birrefringencia es sólo producida por efectos de la polarización del vacío predicha por la QED entonces se esperaría que para un campo magnético externo de 2 y 5 Teslas, respectivamente, la diferencia de índices de refracción para las direcciones paralela y perpendicular al campo magnético sea de

$$\Delta n_{2T} = 4,7 \times 10^{-23} \quad \Delta n_{5T} = 5,1 \times 10^{-22}, \quad (5.35)$$

donde $\Delta n = |n_{\perp} - n_{\parallel}|$

Sin embargo las cotas entregadas por BFRT, con $B = 3,25 \text{ T}$, y PVLAS, con $B = 2,3 \text{ T}$ son de aproximadamente

$$\Delta n \leq 10^{-19}. \quad (5.36)$$

Por tanto las cotas actuales están 4 órdenes de magnitud por sobre el efecto esperado de QED.

Más aún, el experimento PVLAS reportó un peak en la elipticidad igual a $\psi_{5T} = (9,0 \pm 0,9) \cdot 10^{-8}$ a una frecuencia de $2\Omega_{mag}$, donde Ω_{mag} es la frecuencia de rotación del imán. Sin embargo se atribuyó este peak a un problema instrumental, ya que si fuese debido a un ALP debería existir una dependencia de B^2 en la elipticidad, como vimos en las ecuaciones (5.8, 5.9). Esto implicaría que la señal observada a 2,3 T debería ser de $\psi_{exp} = 1,9 \times 10^{-8}$ sin embargo este valor está excluido con un 99% de confianza. El valor medido por PVLAS a 2,3 T es de $\psi_{2,3T} = 1,4 \times 10^{-8}$.

Pero la inseguridad en la respuesta a este fenómeno dada por el grupo de PVLAS deja para pensar que la aparente discrepancia entre el resultado de 2,3 T y 5,5 T sea en realidad un efecto de violación de la invariancia de Lorentz.

5.5 Experimentos de Birrefringencia y violación de Invariancia de Lorentz 83

A partir de resultados experimentales extraeremos cotas para el parámetro de deformación θ . Partiremos considerando las ecuaciones de movimiento para un ALP en la forma

$$\square\varphi - \frac{1}{M}\dot{\vec{A}} \cdot \vec{B} = 0, \quad (5.37)$$

$$\square\vec{A} + \frac{1}{M}\dot{\varphi}\vec{B} = 0, \quad (5.38)$$

donde $\vec{B}$ es el campo magnético externo y hemos utilizado el gauge de Coulomb.

A partir de estas ecuaciones encontramos las siguientes relaciones de dispersión [138],

$$\omega_{\pm}^2 = \vec{k}^2 + \frac{\vec{B}^2}{2M^2} \pm \sqrt{\frac{|\vec{k}|^2|\vec{B}|^2}{M^2} + \frac{|\vec{B}|^4}{4M^4}}, \quad (5.39)$$

Para comparar este resultado, obtenido en el contexto del modelo de ALP, con el resultado que se obtiene a partir de la electrodinámica cuántica con una escala infrarroja, ecuación (5.18), volvemos a nuestra identificación

$$|\vec{\theta}| \leftrightarrow \frac{|\vec{B}|}{M}. \quad (5.40)$$

La cual hace coincidir el segundo término en el lado derecho de la ecuación (5.18) y la ecuación (5.39), como también el primer término en la raíz cuadrada. Sólo el primer término en la raíz cuadrada, proporcional a k^2 difiere en ambas formulaciones. Recordemos que en nuestra propuesta tenemos $\vec{k} \cdot \vec{\theta} \approx 0$ y por tanto, en nuestro modelo, este término se puede descartar.

La relación (5.40) nos entrega una conexión entre la escala infrarroja, el campo magnético externo y la escala de masa. Ya que tanto la escala de masa como la infrarroja son desconocidas no podemos calcular las magnitudes de manera directa e independiente. Sin embargo, usando nuestras relaciones de dispersión, (5.25) podemos calcular expresiones explícitas para los dos índices de refracción que dan origen a la birrefringencia. Estos son

$$n_+ = \frac{|\vec{k}|}{\sqrt{|\vec{k}|^2 + |\vec{\theta}|^2}} \approx 1 - \frac{|\vec{\theta}|^2}{2|\vec{k}|^2}, \quad n_- = 1. \quad (5.41)$$

Luego, la existencia de un $\Delta n \neq 0$, nos lleva a una elipticidad del haz emergente diferente de cero, la cual es atribuída enteramente, como se sigue de trabajos experimentales y teóricos [146], a una magnetización del vacío, y por tanto a una posible dirección privilegiada del espacio.

A partir de las ecuaciones (5.41) la diferencia de índices de refracción, $\Delta n = |n_+ - n_-|$ está dada por

$$\Delta n = \frac{|\vec{\theta}|^2}{2|\vec{k}|^2}. \quad (5.42)$$

En la electrodinámica cuántica modificada que hemos construido el parámetro $|\vec{\theta}|$ define la escala de energía a la cual la invariancia de Lorentz podría violarse. Nuestro resultado muestra que en términos del campo magnético la ausencia de violación de Lorentz, ($|\vec{\theta}| = 0$), implica $\vec{B} = 0$.

Siguiendo la ruta alternativa del modelo ALP uno debería tener en vez de la ecuación (5.42), la ecuación

$$\Delta n = \frac{|\vec{B}|^2}{2M^2|\vec{k}|^2}. \quad (5.43)$$

Notar que las relaciones (5.42)-(5.43) son independientes, y por tanto pueden ser usadas para evaluar $\vec{\theta}$ y M de forma separada.

En efecto, usando los datos del montaje experimental de PVLAS sabemos que

$$k \sim 1,2 \text{ eV}, \quad |\vec{B}| \sim 448,5 \text{ eV}^2, \quad (5.44)$$

y la cota experimental $\Delta n \leq 10^{-19}$ tenemos

$$|\vec{\theta}| \leq 5,4 \times 10^{-7} \text{ meV}, \quad (5.45)$$

$$M^{-1} \leq 1,2 \times 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}. \quad (5.46)$$

El valor que obtenemos para M^{-1} es tres ordenes de magnitud por sobre el valor que se obtiene en el modelo de ALP [147] y por tanto, el axión no puede jugar ningún rol en experimentos de polarización en nuestro modelo. En contraste, la cota para $|\vec{\theta}|$, no discutida previamente en el contexto de experimentos de polarización, según nuestro conocimiento, no está excluída por ninguna cota de violación de Lorentz y por tanto podría ser una pista para entender la birrefringencia reportada por los experimentos.

5.6. Conclusiones del Capítulo

Los cálculos de electrodinámica cuántica, tales como los presentados en las referencias [134, 135, 146], llevan a resultados que son cuatro órdenes de magnitud por debajo de los valores medidos por experimentos de polarización, como PVLAS y BFRT. Esta discrepancia indica que nuevas alternativas al axión deben buscarse en pro de encontrar una respuesta.

Esto ya que los experimentos de polarización no dan señales de dicroísmo en el haz de salida y como también mencionamos anteriormente el experimento reciente del tipo “light shining through a wall” [148] indica que la solución ALP debe descartarse como explicación del experimento PVLAS. Resultados de nuevos experimentos se esperan para este año, ver [142, 149, 150]).

En nuestra propuesta, la birrefringencia resulta a partir de la versión modificada de la electrodinámica, donde la escala infrarroja está determinada por $|\vec{\theta}|$. Posibles partículas pseudoescalares no son necesarias para explicar la birrefringencia y no juegan ningún rol en los experimentos de polarización. Concluimos con que los experimentos de polarización nos entregan una cota para la violación de Lorentz de $|\vec{\theta}| \leq 5,4 \times 10^{-7}$ meV.

Finalmente mencionamos que en el último tiempo hemos también explorado la posibilidad de mejorar el valor para Δn calculado por la QED usando un punto de vista que –hasta donde sabemos– no ha sido explorado previamente en la literatura. Básicamente hemos supuesto que a bajas energías, que es la región donde se explora birrefringencia, al lagrangiano efectivo de Heisenberg-Euler se le acopla un axión. Este acoplo permite hacer un ajuste al valor de Δn tal que sería posible explicar los resultados para la birrefringencia de fondo mediada en los experimentos BRFT y PVLAS. Sin embargo también esto podría implicar una masa mayor que 10^{-3} eV. Este es un punto de vista que esta siendo explorado en experimentos [151] dado que la probabilidad de conversión axión-fotón en los experimentos light shining through a wall tiene una resonancia inesperada [152].

6. CONCLUSIONES GENERALES

En esta tesis revisamos las consecuencias fenomenológicas de incluir la violación de simetrías fundamentales, como la simetría relativista y el teorema CPT.

Encontramos aspectos interesantes de estudiar en tres modelos independientes.

Comenzamos estudiando la oscilación de neutrinos sin masa en una teoría que rompe las simetrías Lorentz/CPT usando el método de campos no conmutativos. Encontramos que para el caso en que sólo se pierde la simetría relativista es posible que se produzcan oscilaciones entre neutrinos de diferente sabor y sin masa.

Este enfoque del problema permite, por un lado, extraer cotas para los parámetros de violación de la simetría de Lorentz y por otro conciliar los resultados de oscilaciones de neutrinos solares con los resultados del experimento LSND.

En la segunda parte de este tema introdujimos en la teoría una violación de las simetrías de Lorentz y CPT, mediante un vector constante en el término cinético.

Con esta forma particular de violación de las simetrías vimos que no se produce oscilación de neutrinos sin masa. También se obtuvo que la teoría, a pesar de romper la simetría CPT, no presenta diferentes energías para partícula y antipartícula.

El efecto de ruptura de simetría relativista que estudiamos intenta ser un efecto lateral a la oscilación de neutrinos masivos estándar. La cual alcanzaría efectos observables para neutrinos ultra-relativistas, como se esperaría, por ejemplo, en el universo temprano.

La segunda aplicación fenomenológica que analizamos bajo la violación

de simetría de Lorentz es la anomalía quiral. Nos interesaba comprobar la validez de la anomalía, aún cuando la simetría relativista no esté presente, con el fin de comprobar su carácter universal.

Utilizando el Lagrangiano de Dirac del Modelo Estándar Extendido definimos la teoría. El descarte de parámetros libres se realizó mediante dos exigencias básicas : En primer lugar que la teoría mantuviese la simetría quiral a nivel clásico. En segundo lugar se impone que el álgebra que satisfacen las matrices de Dirac extendidas tenga una estructura tipo Clifford, para asegurarnos que no nos desviemos demasiado de la anomalía quiral invariante de Lorentz.

Como resultado se obtuvo que la anomalía no se modifica al introducir la violación de simetría de Lorentz. Tampoco se modifica el proceso físico asociado: el decaimiento del pión neutro en dos fotones. Se encontró una cota bastante restrictiva para el parámetro de violación de simetría.

El tercer tema de estudio fue la relación existente entre el modelo de acoplamiento axi3n-fot3n con la teor3a no conmutativa de electrodinámica. En experimentos de polarizaci3n l3aser se espera que la luz interactúe con partículas bos3nicas tipo axi3n. Sin embargo los resultados experimentales no han medido tal interacci3n hasta ahora, pero si han observado una birrefringencia del vac3o cuántico que no se explica con la interpretaci3n axi3nica, ni con la electrodinámica cuántica convencional.

Argumentamos que es posible analizar el problema desde el punto de vista de una violaci3n de la invarianza de Lorentz, realizando un “mapeo” entre la teor3a axi3nica y la teor3a no conmutativa mediante la identificaci3n

$$\theta \rightarrow \frac{\nabla\varphi}{M}.$$

Con esta identificaci3n formal ambos modelos coinciden tanto en sus ecuaciones de movimiento como en sus relaciones de dispersi3n. Por tanto esperamos que ambas teor3as generen efectos observables idénticos, excepto que para la teor3a que viola invarianza de Lorentz no hay una interpretaci3n de nueva partícula, por tanto no hay efecto de dicro3smo en el haz resultante de los experimentos de polarizaci3n l3aser. Esta conclusi3n est3 en acuerdo con los resultados experimentales observados hasta ahora.

Usando datos existentes de experimentos de polarizaci3n l3aser se encon-

tró una cota para el parámetro que introduce la violación de la simetría de Lorentz en la teoría.

Como conclusión global quisiéramos acotar la importancia de estudiar sistemas en los que pueden manifestarse señales de violación de simetrías hasta ahora consideradas fundamentales.

La Física experimental moderna ha avanzado a pasos gigantescos, dejando atrás a quienes intentamos predecir fenómenos de altas energías que están más allá del Modelo Estándar. Queda por tanto un largo trecho en el cual aportar a entender los nuevos procesos físicos que la tecnología revela, y ojalá lograr construir una teoría de unificación que prediga la física a toda escala de energía.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] V. A. Kostelecky, S. Samuel, *Phys. Rev.* **D 39**, 683 (1989).
- [2] V. A. Kostelecky, R. Potting, *Nucl. Phys.* **B 359**, 545 (1991).
- [3] V. A. Kostelecky, *Perspectives on Lorentz and CPT Violation*, e-Print: arXiv:0802.0581 (2007).
- [4] J. M. Carmona, J. L. Cortes, J. Gamboa and F. Mendez *Phys. Lett.* **B565**, 222 (2003).
- [5] S. M. Carroll, J. A. Harvey, V. A. Kostelecky, C. D. Lane, T. Okamoto *Phys.Rev.Lett.* **87**, 141601 (2001).
- [6] V. P. Nair, A. P. Polychronakos, *Phys.Lett.* **B505**, 267 (2001).
- [7] D. Colladay, V. A. Kostelecky *Phys.Rev.* **D58**, 116002 (1998).
- [8] J. M. Carmona, J. L. Cortés, *Phys. Rev.* **D 65**, 025006 (2002).
- [9] Para una revisión completa ver por ejemplo, W. Taylor, *The M(atrix) model of M-Theory*, Lectures for NATO school *Quantum Geometry*, Iceland (1999) [hep-th/0002016].
- [10] H. Falomir, J. Gamboa, M. Loewe, F. Méndez, J. C. Rojas, *Phys. Rev.* **D 66**, 045018 (2002).
- [11] P. A. Horvathy, *Ann. Phys. (NY)* **299**, 128 (2002).
- [12] R. J. Szabo, *Phys.Rept.* **378**,207 (2003).
- [13] J. Gamboa, M. Loewe, J. C. Rojas, *Phys.Rev.* **D64**, 067901 (2001).
- [14] J. Gamboa, M. Loewe, F. Mendez, J. C. Rojas *Mod.Phys.Lett.* **A16**, 2075 (2001).

- [15] P. Arias, J. Gamboa, A. Das, J. Lopez-Sarrion, F. Mendez *CPT / Lorentz Invariance Violation and Quantum Field Theory*. Contributed to 5th International Conference on Mathematical Methods in Physics (IC 2006), Brazil, PoS IC2006:022 (2006).
- [16] J. M. Carmona, J. L. Cortes, A. Das, J. Gamboa and F. Mendez, *Mod. Phys. Lett.* **A21**, 883 (2006).
- [17] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- [18] V. A. Kostelecky, M. Mewes *Phys.Rev.* **D69**, 016005 (2004).
- [19] Para un listado más completo de aplicaciones y sus referencias ver V. A Kostelecky, “Lorentz violating and *CPT* violating extension of the standard model ”Talk given at 2nd International conference Physics Beyond the Standard Model, Tegernsee, Germany (1999).
- [20] C. L. Cowan, Jr., F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse, and A. D. McGuire, *Science* **124**, 3212 pp.103 - 104 (1956).
- [21] G. Danby, J.M. Gaillard, K. Goulianos, L.M. Lederman, N. B. Mistry, M. Schwartz, J. Steinberger *Phys.Rev.Lett* **9**, pp. 36-44 (1962).
- [22] T. Patzak [DONUT collaboration] *Europhys.News* **32**, pp.56-57 (2001).
- [23] S.L. Glashow, *Nucl. Phys* **22**, 597 (1961).
- [24] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967).
- [25] A. Salam, *Proc. of the 8th Nobel Symposium on “Elementary Particles theory, Relativistic groups and Analycity”*, ed. N. Svartholm, (1969).
- [26] R. J. Davis, D. S. Harmer and K. C. Hoffman, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1205(1968).
- [27] W. Hampel et al. [GALLEX Collaboration], *Phys. Lett.* **B 447**, 127 (1999).
- [28] J. N. Abdurashitov et al. [SAGE Collaboration], *J. Exp. Theor. Phys.* **95**, 181 (2002). [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **122** (2002) 211]

-
- [29] Y. Fukuda et al. [Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1683 (1996).
- [30] M. B. Smy et al. [Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev.* **D 69**, 011104 (2004).
- [31] B. Pontecorvo, *Sov.Phys.JETP* **26**,984 (1968). [*Zh.Eksp.Teor.Fiz.*53, 1717 (1967)]
- [32] V. N. Gribov and B. Pontecorvo, *Phys. Lett.* **B 28**, 493 (1969).
- [33] P. Arias, J. Gamboa, J. Lopez-Sarrion, F. Mendez, A. K. Das, *Phys. Lett.* **B650**, 401 (2007).
- [34] J. N. Bahcall, A. M. Serenelli and S. Basu, *Astrophys. J.* **621**, L85 (2005).
- [35] B. T. Cleveland et al., *Astrophys. J.* **496**, 505 (1998).
- [36] M. Altmann et al. [GNO Collaboration], *Phys. Lett.* **B 616**, 174 (2005).
- [37] Q. R. Ahmad et al. [SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **87**, 071301 (2001).
- [38] Q. R. Ahmad et al. [SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011301 (2002).
- [39] Q. R. Ahmad et al. [SNO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011302 (2002).
- [40] S. P. Mikheev, A. Yu. Smirnov, *Sov.J.Nucl.Phys.* **42**, 913 (1985).
- [41] L. Wolfenstein, *Phys.Rev.* **D17**, 2369 (1978).
- [42] J. N. Bahcall, P.I. Krastev, A.Yu. Smirnov, *Phys.Rev.* **D58**, 096016 (1998).
- [43] F. Reines et al., *Phys. Rev. Lett.* **15**,429 (1965).
- [44] C. V. Achar et al., *Phys. Lett.* **18**, 196 (1965).
- [45] G. D. Barr, T. K. Gaisser, P. Lipari, S. Robbins and T. Stanev, *Phys. Rev.***D 70**, 023006 (2004).

- [46] M. Honda, T. Kajita, K. Kasahara and S. Midorikawa, *Phys. Rev. D* **70**, 043008 (2004).
- [47] G. Battistoni, A. Ferrari, T. Montaruli and P. R. Sala, *Astropart. Phys.* **19**, 269 (2003). [Erratum-ibid. 19 (2003) 291]
- [48] Y. Liu, L. Derome and M. Buenerd, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 073022
- [49] J. Wentz, I. M. Brancus, A. Bercuci, D. Heck, J. Oehlschlager, H. Rebel and B. Vulpescu, *Phys. Rev. D* **67** (2003) 073020 [
- [50] K. Daum et al. [Frejus Collaboration.], *Z. Phys. C* **66**, 417 (1995).
- [51] M. Aglietta et al. [NUSEX Collaboration], *Europhys. Lett.* **8**, 611 (1989).
- [52] R. Becker-Szendy et al., *Phys. Rev. D* **46** (1992) 3720.
- [53] Y. Fukuda et al. [Kamiokande Collaboration], *Phys. Lett. B* **335** (1994) 237
- [54] Y. Fukuda et al. [Super-Kamiokande Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562.
- [55] M. C. Sanchez et al. [Soudan 2 Collaboration], *Phys. Rev. D* **68** (2003) 113004
- [56] M. Ambrosio et al. [MACRO Collaboration], *Phys. Lett. B* **517** (2001) 59
- [57] A. Aguilar et al. [LSND Collaboration], *Phys. Rev. D* **64** (2001) 112007
- [58] B. Armbruster et al. [KARMEN Collaboration], *Phys. Rev. D* **65** (2002) 112001
- [59] A. A. Aguilar-Arevalo et al. [MiniBooNE Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **98** (2007) 231801 .
- [60] E. D. Church, K. Eitel, G. B. Mills and M. Steidl, *Physical Review D* **66**, 013001 (2002).
- [61] S.M. Bilenky, C. Giunti, W. Grimus, *Prog.Part.Nucl.Phys.* **43** 1-86, (1999).

-
- [62] M.C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, “*Phenomenology with massive neutrinos*”, 175pp. arXiv:0704.1800 [hep-ph] (2007).
- [63] A. Strumia, F. Vissani, “*Neutrino masses and mixing and...*”, 219 pp. arXiv:0606054 [hep-ph] (2006).
- [64] R. N. Mohapatra et al. [FERMILAB Collaboration] *Rept.Prog.Phys.* **70**,1757 (2007).
- [65] V. N. Gribov, B. Pontecorvo, *Phys. Lett.* **B 28**, 493 (1969).
- [66] E. Majorana, *Nuovo Cimento* **14**, 171 (1937).
- [67] M. Gasperini, *Phys. Rev.* **D38**, 2635.
- [68] S. L. Glashow, A. Halprin, P. I. Krastev, C. N. Leung and J. Pantaleone, *Phys. Rev.* **D56**, 2433 (1997).
- [69] R. Foot, C. N. Leung and O. Yasuda, *Phys. Lett.* **B443**, 185 (1998).
- [70] O. Bertolami and C.S. Carvalho, *Phys.Rev.* **D61**, 103002 (2000)
- [71] S. Coleman and S. L. Glashow, *Phys. Lett.* **B405**, 249 (1997).
- [72] V. A. Kostelecky and R. Lehnert, *Phys. Rev.* **D63**, 065008 (2001).
- [73] O. W. Greenberg, *Phys.Rev.Lett.* **89**,231602 (2002).
- [74] S. Coleman and S. L. Glashow, *Phys. Rev.* **D59**, 116008 (1999).
- [75] S. Fukuda et al (Super-Kamiokande Collaboration) *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5651 (2001); *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5656 (2001).
- [76] R. E. Gamboa Saravi, M. A. Muschietti, F. A. Schaposnik, J. E. Solomin *Annals Phys.* **157**,360 (1984).
- [77] K. Furuya, R. E. Gamboa Saravi, F. A. Schaposnik *Nucl.Phys.* **B208**, 159 (1982).
- [78] F. A. Schaposnik, J. N. Webb, *Z.Phys.* **C34**,367 (1987).
- [79] R. Jackiw, J. R. Schrieffer, *Nucl.Phys.* **B190**, 253 (1981).
- [80] K. Fujikawa, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1195 (1979).

- [81] S. L. Adler, W. A. Bardeen, *Phys. Rev.* **182**, 1517 (1969).
- [82] G. Amelino-Camelia, J. Ellis, N. Mavromatos, D. V. Nanopoulos and S. Sarkar, *Nature*, **393**, 763 (1998).
- [83] D. Sudarsky, L. Urrutia and H. Vucetich, *Phys. Rev.* **D68**, 024010 (2003);
- [84] J. Alfaro, H. Morales-Tecotl and L. F. Urrutia, *Phys Rev. Lett* **84**, 2318 (2000); *ibid*, *Phys. Rev.* **D65**, 103502 (2002).
- [85] N.R. Bruno, G. Amelino-Camelia and J. Kowalski-Glikman, *Phys. Lett.* **B522**, 133 (2001).
- [86] G. Amelino-Camelia, *Int. J. Mod. Phys.* **D11**, 35 (2002).
- [87] D. Colladay and V.A. Kostelecký, *Phys. Lett.* **B511**, 209 (2001).
- [88] V. A. Kostelecký and C. D. Lane, *Phys. Rev.* **D60**, 116010 (1999).
- [89] R. Jackiw and V. A. Kostelecký, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3572 (1999).
- [90] O. Bertolami, D. Colladay, V. A. Kostelecky, R. Potting, *Phys. Lett.* **B395**, 178 (1997).
- [91] R. Jackiw and S. Y. Pi, *Phys. Rev.* **D68**, 104012 (2003).
- [92] Z. Guralnik, R. Jackiw, S.Y. Pi, A.P. Polychronakos, *Phys. Lett.* **B517**, 450 (2001).
- [93] S. Carroll, R. Jackiw and G. Field, *Phys. Rev.* **D41**, 1231 (1990).
- [94] J. M. Carmona, J. L. Cortes, J. Gamboa, and F. Mendez, *JHEP* **0303**, 058 (2003), *ibid Phys. Lett.* **B565**, 222 (2003).
- [95] A. Das, J. Gamboa, F. Mendez, J. Lopez-Sarrion, *JHEP* **0405**, 022 (2004);
- [96] J. M. Carmona, J. L. Cortes, A. Das, J. Gamboa, F. Mendez, *Mod. Phys. Lett.* **A21**, 883 (2006);
- [97] J. Gamboa and J. Lopez-Sarrion, *Phys. Rev.* **D71**, 067702 (2005)

- [98] J. Gamboa, J. Lopez-Sarrion, A. P. Polychronakos, *Phys. Lett.* **B634**, 471 (2006).
- [99] A.F. Ferrari, M. Gomes, J.R. Nascimento, E. Passos, A.Yu. Petrov, A. J. da Silva *Phys.Lett.* **B652**, 174 (2007).
- [100] A. A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, *JHEP* **0202**, 030 (2002).
- [101] P. Arias, H. Falomir, J. Gamboa, F. Mendez , F. A. Schaposnik, *Phys.Rev.* **D76**, 025019 (2007).
- [102] V. A. Kostelecký and M. Mewes, *Phys. Rev.* **D66**, 056005 (2002).
- [103] M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, “Phenomenology with Massive Neutrinos”, arXiv:0704.1800 [hep-ph].
- [104] S. L. Adler, *Phys. Rev.* **177**, 2426 (1969).
- [105] J. S. Bell and R. Jackiw, *Nuo. Cim.* **60A**, 47 (1969).
- [106] S. K. Lamoreaux, J. P. Jacobs, B. R. Heckel, F. J. Raab and E. N. Fortson, *Phys. Rev. Lett* **57**, 3125 (1986).
- [107] B. Altschul, *Phys. Rev.* **D75**,041301 (2007); *ibid*, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 201101 (2006)
- [108] P.L. Stanwix, M.E. Tobar, P. Wolf, C.R. Locke and E.N. Ivanov, *Phys. Rev.* **D74**, 081101 (2006).
- [109] S. Herrmann, A. Senger, E. Kovalchuk, H. Müller and A. Peters, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 150401 (2005).
- [110] P.Wolf, F. Chapelet, S. Bize and A. Clairon, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 060801 (2006)
- [111] L.B. Auerbach *et al.*, *Phys. Rev.* **D72**, 076004 (2005).
- [112] T. Katori *et al.* , *Phys. Rev.* **D74**, 105009 (2006).
- [113] E. Zavattini *et al.* [PVLAS Collaboration], “New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum” *Phys. Rev. D* **77** (2008) 032006.

- [114] P. Arias, H. Fanchiotti, J. Gamboa, F. Mendez, C.A. Garcia-Canal, F.A. Schaposnik, “*Electrodynamics with an infrared scale and PVLAS experiment*”, arXiv:0709.0503 [hep-ph]
- [115] G. 't Hooft, *Physical Review Letters* **37**, 8 (1997); *ibid* *Physical Review* **D14**, 3432 (1976).
- [116] C. A. Baker *et al.*, *Physical Review Letters* **97**, 131801 (2006).
- [117] R. D. Peccei and H. R. Quinn, *Physical Review Letters* **38**, 1440 (1977).
- [118] S. Weinberg, *Physical Review Letters* **40**, 223 (1978).
- [119] F. Wilczek, *Physical Review Letters* **40**, 279 (1978); *bid*, *Physical Review Letters* **49**, 1549 (1982).
- [120] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, R. D. Peccei, *Physics Letters* **bf 98B**, 265 (1981).
- [121] T. W. Donnelly *et al.* *Physical Review* **D18**, 1607 (1978).
- [122] S. Barshay *et al.* *Physical Review Letters* **46**, 1361 (1981).
- [123] R. D. Peccei “*Proceedings of Neutrino '81*” Honolulu, Hawai, vol**1**, 149 (1981).
- [124] L. M. Krauss, F. Wilczek, *Physics Letters* **B173**, 189 (1986).
- [125] J. E. Kim, *Physical Review Letters* **43**, 103 (1979).
- [126] M. A. Shifman, A. I. Vainstein, V. I. Zakharov, *Nuclear Physics* **B166**, 493 (1980).
- [127] J. Preskill, M. Wise, F. Wilczek, *Physics Letters* **B120**, 127 (1983).
- [128] M. S. Turner, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2489 (1987).
- [129] L. Abbott, P. Sikivie, *Phys. Lett.* **B120**, 133 (1983).
- [130] R. L. Davis, *Phys. Lett.* **B180**, 225 (1986).
- [131] J. Kerr, *Br. Assoc. Rep.* 568 (1901).
- [132] Q. Majorana *Rendic. Accad. Lincei* **11**, 374 (1902).

- [133] A. Cotton, H. Mouton *Ct. r. hebd. Séanc. Acad. Sci. Paris* **141**, 317 (1905); *ibid Annals of Chemical Physics* **11**, 145 (1907).
- [134] S. L. Adler, *Annals of Physics* (N.Y.) **87**, 599 (1971).
- [135] Z. Bialynicka-Birula and I. Bialynicka-Birula, *Physical Review* **D2**, 2341 (1970).
- [136] W. Heisenberg, H. Euler, *Z. Phys.* **38**, 7141 (1936).
- [137] H. Euler, K. Kochel, *Naturwiss*, **23**, 246 (1935).
- [138] L. Maiani, R. Petronzio and E. Zavattini, *Phys. Lett.* **B175**, 359 (1986).
- [139] G. Raffelt, L. Stodolsky, *Physical Review* **D37**, 1237 (1988).
- [140] K. van Bibber, P.M. McIntyre, D.E. Morris, G.G. Raffelt, *Physical Review* **D39**, 2089 (1989).
- [141] R. Cameron *et al.* [BFRT Collaboration], *Physical Review* **D47**, 3707 (1993).
- [142] S. J. Chen, H. H. Mei and W. T. Ni, (Q&A Collaboration), hep-ex/0611050.
- [143] S. Andriamonje *et al.* [CAST Collaboration], “An Improved limit on the axion- photon coupling from the CAST experiment” *JCAP* , **0704**, 010 (2007).
- [144] E. Zavattini *et al.* [PVLAS collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **96**, 110406 (2006).
- [145] D. Nodland and J. P. Ralston, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3043 (1997).
- [146] S. L. Adler *J. Phys.* **A40**, F143 (2007).
- [147] *ej.* M. Ahlers, H. Gies, J. Jaeckel and A. Ringwald, hep-th/0612098, “On the particle interpretation of the PVLAS data: Neutral versus charged particles”; A. Ringwald, “Particle interpretation of the PVLAS data”, [hep-ph] 0704.3195
- [148] C. Robilliard, R. Battesti, M. Fouché, J. Mauchain, A.M. Sautivet and C. Rizzo, “No light shining through a wall”, [hep-ex] 0707.1296.

-
- [149] C. Rizzo (BMV collaboration), 2nd ILIAS-CERN-CAST axion Academic Training 2006, <http://cast.mppmu.mpg.de>.
 - [150] P. Pagnat *et al*, (OSQAR Collaboration), CERN-SPSC-2006-035, CERN-SPSC-P- 331.
 - [151] R. Batesti et al. [BMV Collaboration], *Eur. Phys. J. D* **46**, 323 (2008).
 - [152] S. L. Adler, J. Gamboa, F. Mendez, J. Lopez-Sarrion *Axions and 'Light Shining Through a Wall': A Detailed Theoretical Analysis*, arXiv:hep-ph/0801.4739